

REPÚBLICA DE VENEZUELA

BOLETÍN

DE LA

ACADEMIA DE CIENCIAS FÍSICAS
MATEMÁTICAS Y NATURALES

AÑO XLIII-TOMO XLIII-Nos. 131-132

PRIMERO Y SEGUNDO TRIMESTRES

AÑO 1983

**REPÚBLICA DE VENEZUELA
ACADEMIA DE CIENCIAS FÍSICAS
MATEMÁTICAS Y NATURALES**

**JUNTA DE DIRECTORES
1961 - 1963**

Presidente: Gustavo Rivas Migares
Primer Vicepresidente: Luis Wannoni Lander
Segundo Vicepresidente: Víctor Sardi Socorro
Secretario: José Lorenzo Prado
Tesorero: Arturo Luis Berti Alberto
Bibliotecario: E. Olivares

COMISION EDITORA DEL BOLETIN

José M. Carrillo
Erich Michalup
Blas Bruni Celli
Paul Lustgarten
Pascual Venegas Fialdo

Publicado trimestralmente por la
ACADEMIA DE CIENCIAS FÍSICAS
MATEMÁTICAS Y NATURALES
Palacio de las Academias, Avenida Universidad
Apartado de Correos 1421, Caracas 1010, Venezuela

Los artículos publicados en el Boletín podrán ser reproducidos, en todo o en parte, siempre y cuando se indique la fuente.

Las opiniones expresadas en los artículos firmados son de la exclusiva responsabilidad de los autores.

INDIVIDUOS DE NUMERO

- I.—Luis Báez Duarte
- II.—Santiago Vera Izquierdo
- III.—José Lorenzo Prado C.
- IV.—Márcel Granier D.
- V.—Pedro Pablo Azpúrua
- VI.—Alkerto E. Olivares
- VII.—Guillermo Zuloaga
- VIII.—Rafael Alfonzo Ravard
- IX.—Arturo Luis Berti
- X.—José Antonio O'Daly
- XI.—Blas Bruni Celli
- XII.—Víctor M. López
- XIII.—Francisco Kerdel Vegas
- XIV.—Víctor Sardi Socorro
- XV.—Pablo J. Anduze XVI.—Andrés
Reverón Larre (electo) XVII.—Erich
Michalup XVII.—William H. Phelps
- XLX.—Leopoldo Briceño I.
- XX.—Luis Felipe Vegas
- X3M.—Adolfo C. Romero
- XXII.—Gustavo Rivas Mijares
- XXIII.—Paul Lustgarten
- XXIV.—Tobías Lasser
- XXV.—Leandro Aristeguieta
- XXVI.—Humberto Fernández Morán
- XXVII.—Eugenio de Bellard P.
- XXVIII.—Luis Wannoni L.
- XXIX.—José María Carrillo
- XXX.—Arnoldo Gabaldón (electo)

MIEMBROS CORRESPONDIENTES NACIONALES

Santiago **Aguerrevere**
Melchor Centeno Vallenilla
Raimundo Chela
R. Díaz Cadavieco
Arnoldo Gabaldón
Juan David García Bacca
Rvdo. Hermano Ginés **Blas**
Lamberti
Miguel Layrisse
Zoraida Luces de **Febres**
Angel Palacios Gros
Gustavo Pérez Guédra
Félix Pífano
Andrés Reverón Larré
Marcel Rocha
Pedro José UriolaMuñoz
Arturo Valery Pinaud
Pascual **Venegas** Fila rdo
Marco A. Vila
A. Zavrotsky

MIEMBROS CORRESPONDIENTES EXTRANJEROS

ARGENTINA

Manuel F. Castelo
José S. Gandolfo
Carlos Kozma
Alberto Prosea

COLOMBIA

Rvdo. P. J. E. Ramírez

ESPAÑA

José de Argumosa y **Valdés**

ESTADOS UNIDOS

John **Bardeen**
Martín M. Crm xnings
Melvin Day
Ernest F. Gloyna
Louis'Kehrer
Ernest Mayr
George Cailord Simpson
Chen NingYang

INGLATERRA

Eric Lord Ashby
Stephen L. Bragg
Reolífte Maud

PERU

Godo(nido García

PUERTO RICO

Rafael A. Toro

SUECIA

Torbjorn Casperson

SUIZA

li. D. **Hedberg**
Fiaos Kugler

UNION SOVIETICA

Gurgén P. Tamrazyan

COMISIONES PERMANENTES

1. - De Matemáticas Puras:

Erich Michalup (Director), Alberto E. Olivares, Santiago Vera Izquierdo, Luis Báez Duarte y Paul Lustgarten.

2. - De Matemáticas Aplicadas:

Alberto E. Olivares (Director), Erich Michalup, Víctor Sardi Socorro, Luis Báez Duarte y Paul Lustgarten.

3. - De Astronomía, Geografía, Hidrografía y Náutica

Adolfo C. Romero (Director), Guillermo Zuloaga, Luis Felipe Vegas, Víctor Sardi Socorro y Pedro Pablo Azpúrua.

Subcomisión de Transporte:

Andrés Reverón Larré y Pascual Venegas Filardo.

- 4.- **De Ciencias Físicas y sus aplicaciones.** Luis Felipe Vegas (Director), Humberto Fernández Morán, Alberto E. Olivares y Santiago Vera Izquierdo.

- 5.- **De Química y sus aplicaciones:** José Lorenzo Prado C. (Director), Leopoldo Briceño Irigaray, Marcel Granier, José A. O'Daly y Gustavo Rivas Mijares.

- 6.- **De Ciencias Naturales y sus aplicaciones al estudio de las riquezas naturales del país:**
Tobías Lasser (Director), Pablo J. Anduze, Humberto Fernández Morán, Marcel Granier D., Guillermo Zuloaga, Arturo Luis Berti, José M. Carrillo, Luis Wannoni L., Leandra Aristeguieta y William H. Phelps.

- 7.- **De Estudios de obras de enseñanza:** Luis Wannoni Lander (Director), Santiago Vera Izquierdo, Gustavo Rivas Mijares, José María Carrillo, Tobías Lasser y Blas Bruni Celli.

8. - De Geología y Minería:

Víctor M. López (Director), Guillermo Zuloaga, José Lorenzo Prado, Eugenio de Bellard P. y Rafael Alfonzo Ravard.

- 9.- **De Agronomía:** Víctor Sardi Socorro (Director), Víctor M. López, William H. Phelps y Pedro Pablo Azpúrua.

- 10.- **De Meteorología:** Adolfo Romero (Director), Guillermo Zuloaga y Luis Felipe Vegas.

CONTENIDO

	Pág.
Incorporación Académica, discurso de incorporación del Dr. Paul Lustgarten	9
Discurso de recepción del Dr. Santiago Vera Izquierdo	27
Espacio - tiempo, gravitación, cosmología. <i>por el Dr. Paul Lustgarten</i>	32
Sobre las fuerzas móviles principales del desarrollo de la Tierra. <i>por el Dr. Gurgen P. Tamrazyan</i>	229
Sobre la Ley Universal de la Acción Mutua en la naturaleza. <i>por el Dr. Gurgen P. Tamrazyan</i>	280
Homenaje al Dr. Francisco J. Duarte, con motivo del centenario de su nacimiento. <i>Discurso del Dr. Erich Michalup</i>	283

INCORPORACION ACADEMICA
27 de Abril de 1983

**DISCURSO DE INCORPORACION
DEL DOCTOR PAUL LUSTGARTEN**

Señor
Presidente de la Academia de Ciencias Físicas,
Matemáticas y Naturales,

Señores Académicos,

Señoras, señores.

El haber sido elegido Individuo de Número de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales representa para mí un in-menso honor pero me crea a su vez una gran responsabilidad. Responsabilidad ésta no sólo con la docta institución que hoy me acoge en su seno sino también con los colegas Académicos quienes presentaron primero mi candidatura y luego me eligieron. Mis más expresivas gracias para todos.

Pienso sinceramente que las Academias tienen, en la sociedad actual, un papel muy importante que llenar. No podemos olvidar que vi-vimos en una época de creciente materialismo con sus ansiedades, te-mores y frustraciones consiguientes donde el espíritu creador se ha caracterizado por una confusa combinación de conciencia social, di-sentimiento, desesperación y desilusión. El mundo actual está muy lejos de ser el teocéntrico de la Edad Media en el cual el hombre vivía en un universo santo con el cielo arriba y la tierra abajo atrapado en una economía divina. El humanismo agresivo del renacimiento y la visión

mecanicista de la revolución científica disolvió ese cosmos unificado. Por más de tres siglos la civilización occidental vivió en el universo racionalista concebido por Descartes.

En ese mundo racionalista lo único verdadero era aquello que se podía medir. El mundo espiritual estaba más allá de esas mediciones por lo que era artículo de fe. Eso dio lugar a que el mundo espiritual fuera dejado a los filósofos y el físico a los científicos.

Con el sentido actual de que el materialismo está en bancarota muchas personas ponen en tela de juicio esta visión dualística. En la época actual se cuestiona todo y se sospecha de todo con o sin razón. Los expertos están bajo constante ataque y se les acusa de todos los males.

Existe un escepticismo en todas las fases de la vida. Los enfrentamientos están a la orden del día. Lo que muchos llaman ideologías, porque no encuentran otro nombre que darles, no son otra cosa que viejos mitos o falacias disfrazadas de ideas en busca de charlatanes o demagogos que los-expongan. El daño que hicieron y hacen es increíble. Desgraciadamente no hay quien las enfrente.

Nuestro mundo materialista nos acostumbró a sacrificar la dignidad por la comodidad.

Cuando el siglo XIX, de predominio burgués, cedió el paso al siglo del hombre medio, los escritores empezaron a atacarla estructura me-socrática de la sociedad. El siglo XX lleva el lastre de unos poderes y peligros enormes.: Estamos en la sombra de nuestros éxitos materiales aunque aún queda suficiente luz para ver que nos acercamos al clímax de la evolución cultural. Parece que la historia humana se está proyectando en forma acelerada en sentido inverso.

No podemos olvidar de que nos encontramos en medio de una pro-funda crisis tanto nacional como mundial. Es una crisis cuyas facetas tocan cada aspecto de nuestra vida. No,es sólo de tipo económico sino de dimensiones intelectuales, morales y espirituales. La evolución de una sociedad está estrechamente ligada al sistema de valores que la rigen. Estos valores determinan sus perspectivas, sus instituciones religiosas y su sistema político-económico.

Cuando el conjunto de valores se codifica, pasa a constituir el marco de referencia por el cual se rige la conducta social del grupo o país.

Cuando este sistema de valores cambia o se invierte surgen nuevos patrones de conducta.

Estamos conscientes de que el país en particular y el mundo en general han sufrido una inversión de valores lo que explica en parte la crisis en que vivimos.

Hay fuerzas desencadenadas fuera del control que nos han convertido en juguetes del destino o de mediocres dirigentes. Los eventos actuales parecen soplar hacia una liberación apocalíptica o una colectivización totalitaria. El estado actual es de desesperación con respecto al futuro del hombre. Existe la advertencia de que a menos que el hombre cambie perderá sus mejores cualidades y se convertirá en un autómatas sin darse cuenta de ello. Este es el mundo en el cual nos toca vivir. Un mundo cruel e irónico. Si no es el peor de los mundos tampoco es el mejor. En un mundo tal las Academias tienen una inmensa responsabilidad: deben y pueden tener un papel orientador y estabilizador. Aunque no tienen poder político tienen sin embargo algo muy importante: *tienen autoridad moral, tienen prestigio y hombres de talla científica e intelectual que deben tener un papel activo en las sociedades en que viven puesto que pertenecen a las élites pensantes de sus respectivos países.*

Hoy me cabe el honor de ocupar el sillón N° XXIII dejado vacante por el sensible fallecimiento del Dr. Enrique Tejera Guevara. Ocupar el sillón de hombre tan ilustre es un tremendo desafío. Si hay alguna persona a la cual se puede llamar científico cabal, hombre íntegro, hijo ilustre, ciudadano ejemplar, académico completo es sin lugar a dudas al Dr. Enrique Tejera. Resulta para mí no sólo grato, sino estimulante tener el honor de hablarles de una persona de dotes tan excepcionales.

Nace este sabio ilustre en la ciudad de Valencia en 1889. Hijo de Enrique Tejera y Carmen Guevara Zuloaga de Tejera.

Su rebeldía juvenil, que se prolongó por el resto de su vida, lo obligó a dejar la patria en 1914 y trasladarse a Francia, donde continúa sus estudios. A los pocos meses de su llegada estalla la guerra y se alista como voluntario en los servicios médicos del ejército francés.

Se dice que aprendió el francés en las trincheras donde vivió muy cerca de la muerte. Esta experiencia sirvió para endurecer su carácter

curando y alentando a los heridos que regresaban de los campos de batalla.

Además del francés dominó el argot con el cual expresaba su adolescente rebeldía. Sus experiencias juveniles las adquiere en el Barrio Latino de París. Su vida de estudiante se realiza entre el frente y el aula, y en una ambulancia como practicante de las tropas de África.

Culmina su carrera en la Sorbona con el título de Médico Colonial francés.

Regresa al país en 1917 y en ese mismo año obtiene el Doctorado en Ciencias Médicas en la Universidad Central de Venezuela y luego obtiene el cargo de Interno de Sanidad donde ya había sido preparador de química en 1909. Acostumbrado al trabajo duro y a los sufrimientos experimentados durante la Gran Guerra 'se interna por tres años en los campos petroleros de Perijá y Mene Grande, donde ejerce la profesión de médico como un verdadero apóstol afirmándose a la vez como investigador científico de alto calibre.

Le tocó al Dr. Tejera en su larga y provechosa vida conocer a cabalidad al país y a sus hombres por 9 décadas.

Conoció las diferentes facetas de la historia del siglo XX venezolano como observador agudo y actor apasionado.

Fue un hombre que siempre mantuvo el entusiasmo, la fe y sobre todo el interés por las cosas nuevas. A los 70 años hizo un curso de Microscopia Electrónica en París.

Siempre tuvo una gran confianza en el país y en sus profesionales. No soportaba la ignorancia agresiva ni la mediocridad ni la palabrería. Tuvo un inmenso interés por las ciencias naturales y una especie "de obsesión por la conservación de la naturaleza. Le fascinaba la política, pero jamás olvidó las ciencias. Durante su estadía frente a la Presidencia del Estado Carabobo ejercía gratis la medicina en los alrededores de la misma ya que recetaba en la calle durante sus paseos nocturnos con doña Elsa, su esposa. Nunca perdía de vista a los objetivos ni se quedaba en meras declaraciones; siempre hacía algo concreto.

En los últimos años de su vida recogió miles de semillas de mango que regaló al M.O.P. para ser sembradas en las orillas de las carreteras. Analizó y estudió desde el punto de vista microbiológico, milés y

miles de muestras de tierra de todos los rincones del territorio nacional. Era un hombre éxtraordinariamente ordenado y un magnífico administrador. No soportaba las deudas tanto propias como del esta-do.

Perteneció mi ilustre antecesor a esa estirpe de nobles varones de los cuales ya quedan pocos en nuestro país. Fue un hombre de una gran inteligencia y agudo ingenio que le sirvió para usar en algunos casos una fina ironía y en otros una lengua mordaz.

Su recia personalidad y su agudo talento sirvieron para que se tejiera a su alrededor las más variadas historias y anécdotas en una gama que va de la iealidad a la ficción. Con razón más que justa se le conoció como el sabio Tejera.

En 1917, se casó con Valentina París de quien tuvo un hijo: Enrique Tejera París; quedando viudo en 1936.

En 1943, se casó de nuevo con Elsa Morazzani.

De 1920 a 1923, trabajó en el Instituto Pasteur de París. En 1926, fue profesor de Medicina Tropical. En 1934 fue nombrado Presidente del Ateneo de Caracas y en 1935 fue nombrado Presidente de la Cruz Roja Venezolana.

En 1936 fue nombrado Ministro de Sanidad, Agricultura y Cría. Su labor como Ministro fue caracterizada por la reorganización de los servicios técnicos existentes y la creación de nuevos organismos como los servicios de Puericultura, de Tisiología, el Instituto de Malariología, el Instituto del Cáncer; los Institutos Asistenciales como el Refugio Infantil de Maracay y el Preventorio del Avila. Durante el mismo tiempo se creó el Consejo Venezolano del Niño y el primer Puesto de Socorro.

En julio del año 1936 renuncia al Ministerio debido a una discusión en el Congreso con motivo de una Ley de Defensa contra el Paludismo.

En el mes de agosto de ese mismo año fue nombrado Ministro Plenipotenciario en Bélgica donde permaneció hasta el año de 1938. De agosto de 1938 a julio de 1939 fue Ministro de Educación y en ese tiempo se crearon más de 300 escuelas.

En febrero de 1943 fue designado Ministro Plenipotenciario en las Repúblicas de Uruguay y Paraguay donde permaneció por dos años. A su regreso, en febrero de 1945 fue nombrado Presidente del Estado Carabobo, cargo que desempeñó hasta la revolución de octubre de 1945.

En 1947 fue designado Presidente de la Federación Médica Venezolana y luego Presidente Honorario. Fue Presidente de la Confederación Médica Panamericana y Presidente del III Congreso Médico-Social Panamericano que se reunió en Carnean en 1951. Ocupó casi todos los cargos de importancia ligados con su profesión desde la Presidencia del Instituto Nacional de Higiene hasta la Presidencia para la Conservación del Lago de Valencia.

Desde el año de 1945 hasta su muerte se dedicó prácticamente a la investigación científica. En ese campo publicó más de 40 trabajos importantes tanto en Venezuela como en el exterior. Sus trabajos científicos datan desde 1913 hasta su muerte en noviembre de 1980.

Obtuvo 30 distinciones honoríficas tanto nacionales como extranjeras desde el Gran' Cordón de la Orden del Libertador hasta el de Oficial de la Legión de Honor de Francia.

Perteneció a doce sociedades científicas tanto nacionales como extranjeras y en muchas de ellas fue miembro honorario. Asistió y tomó parte en unos 25 congresos científicos en el mundo entero. Seguir hablando del currículum del Dr. Tejera nos llevaría demasiado tiempo.

El Dr. Tejera, en su larga y fructífera vida conoció muy bien a la época en la cual le tocó vivir. No fue un mero espectador: fue un actor en el sentido más amplio de la palabra. Mi admiración va por todo lo que fue y representó el Dr. Tejera a quien siempre tendré presente, al tener el honor de ocupar el Sillón N° XXIII de esta Academia que él con su sentida muerte dejó vacante.

Quiero expresar mi agradecimiento a Doña Elsa Morazzani viuda de Tejera, al Dr. Enrique Tejera París y al Dr. Octavio Jelambi por los datos que me proporcionaron los cuales me han permitido conocer más a fondo su vida.

Los trabajos de investigación realizados por físicos, astrónomos y cosmólogos, en las últimas dos décadas constituyen, sin lugar a dudas,

uno de los más grandes esfuerzos científicos llevados a cabo en el intento de conocer el universo. Una tarea de tal magnitud es posible-mente la más grande aventura intelectual que se ha propuesto el hombre. Los resultados obtenidos hasta ahora son de tal trascendencia que no es exagerado afirmar que los mismos constituyen una verdadera revolución de nuestros conocimientos y comprensión del universo, sin paralelo en la historia de las ciencias.

El origen y evolución del universo ha sido tema de mi interés por más de 30 años. El universo, tal como se ha ido descubriendo, constituye un ente fascinante con propiedades y objetos que desafían nuestra imaginación.

La sola mención de novas, supernovas, estrellas de electrones, agujeros negros, nos cautiva y fascina. Es por ello que el trabajo que he preparado para incorporarme en esta institución se titula Espacio-Tiempo, Gravitación y Cosmología. Ya que el tema es netamente matemático trataré de hacer una descripción de tipo histórico-, divulgativo con el material que aparece en el primer capítulo del mismo. Por lo fascinante del relato lo vamos a comenzar con las mismas palabras de Lanzadera, uno de los fabulosos personajes de "El Sueño de una Noche de Verano".

Señores: tengo que contaros cosas maravillosas; pero no me preguntéis cuáles, pues si os lo dijera no sería un verdadero ateniense. Os lo contaré todo, tal cual ha sucedido.

La cosmología moderna tiene su verdadero comienzo en el presente siglo.

Para poder dar una idea general de lo que la mente humana ha creado en relación al tema y que la imaginación del escritor más fértil, de la ciencia ficción, sería incapaz de concebir, es necesario describir bajo qué perspectiva se inicia nuestra época.

El siglo XX comienza bajo el signo de la angustia. Descubrimiento tras descubrimiento ponen en tela de juicio todo un • asado científico. La hipótesis de los cuanta expuesta por Planck en diciembre de 1900 y la teoría de la relatividad expuesta por Einstein entre 1905 y 1917 dan origen a los dos pilares sobre los cuales descansa la física moderna y producen una especie de vértigo en el mundo científico. En la historia del pensamiento no hay peripecia más extraordinaria que el desarrollo de ambas teorías.

A los pocos años de su publicación, el espíritu humano dio un salto sorprendente al adueñarse de dos dominios totalmente nuevos: los mundos atómico y subatómico y el universo en su totalidad.

La ciencia moderna está actualmente escribiendo un nuevo *génesis*. Un *génesis* basado en las grandes teorías de la física moderna y en las observaciones derivadas del telescopio óptico, el radiotelescopio y el espectroscopio: El intento de escribir un nuevo *génesis* se ha repetido varias veces en el curso de la historia. Desde que el ser humano cobró conciencia de sí mismo trató de explicarse el origen del universo y su lugar en el mismo. Más de una vez se lanzaron teorías e hipótesis que trataron de explicar y satisfacer esa natural curiosidad del hombre. Estos estudios, que en una época pertenecieron a la filosofía se han convertido hoy en una rama de la física matemática.

La teoría científica del nuevo *génesis* comienza en 1912 cuando Vesto Melvin Slipher, buscando algo diferente, descubrió que alrededor de una docena de galaxias, vecinas a la nuestra, se alejaban de la Tierra a velocidades que estaban en el rango de los tres millones de kilómetros por hora.

El descubrimiento de Slipher fue el primer indicio de que el universo se expandía.

Aunque las mediciones de Slipher, de las galaxias en movimiento, implicaban que el universo se expandía; nadie se dio cuenta de eso inmediatamente. De Sitter hizo un descubrimiento teórico, algunos años después, que trajo el concepto de la expansión del universo al frente de la atención de los científicos.

En 1916 Einstein, desde Berlín, envió una copia de su trabajo sobre la Teoría General de la Relatividad al astrónomo De Sitter en Leiden. Este, al estudiar las ecuaciones de la teoría descubrió que las mismas tenían como solución un universo en expansión.

Esta solución era justamente lo que Slipher había observado con el telescopio y el espectroscopio. Sin embargo la interrupción de las comunicaciones durante la primera guerra mundial impidió probable-mente a De Sitter saber de los resultados de Slipher.

Por el otro lado, Einstein había fracasado en reconocer que su teoría predecía un universo en expansión. Había supuesto que el universo era estático por lo que el mismo debía conservar su volumen medio

en el curso del tiempo. Más tarde también falló nuevamente al no darse cuenta que sus ecuaciones contenían otra solución de un universo en expansión diferente al de De Sitter pero más real que aquél. Para ese tiempo un descubrimiento trascendental fue hecho por un meteorólogo de profesión y matemático por afición: el ruso Alejandro Friedmann.

La solución cosmológica más importante de las ecuaciones de Einstein las encontró Friedmann al estudiar la Teoría General de la Relatividad y al darse cuenta que el genio de Einstein había cometido un error de álgebra elemental al dividir por cero sin darse cuenta de ello lo que le impidió ver la solución adicional de sus ecuaciones. Tan pronto Friedmann corrigió el error la solución apareció de inmediato. Einstein quedó disgustado con el resultado de Friedmann y en un acto de descortesía, raro en una persona de su talla, no reconoció al principio dicho error. Cuando Friedman publicó sus resultados, en 1922, Einstein escribió una nota corta que publicó luego en esa misma revista y en la cual llamó al resultado de Friedmann sospechoso. Al tratar de probar de que ese resultado estaba errado cometió un error en la prueba.

Finalmente en 1923, Einstein reconoció su doble error y la importancia del trabajo de Friedmann el cual marcó época en la historia de la cosmología teórica.

En 1930, el abate belga Georges Lemaitre dedujo también un modelo de universo en expansión a partir de las ecuaciones de Einstein, similar al que había obtenido Friedman años atrás. El modelo de Lemaitre se hizo conocido gracias a Eddington quien lo popularizó y lo divulgó en el mundo entero.

Después de 1925, Slipher abandonó el estudio de las galaxias y se dedicó a otros problemas. Al quedar el campo libre, Hubble y Humason entraron en él y continuaron sus investigaciones con el telescopio de Monte Wilson que era el más grande del mundo para la época. Slipher nunca se dio cuenta de la relación que había entre sus mediciones y el universo en expansión. Pero jugó sin embargo un papel especial en la cosmología moderna.

Hubble vio esa relación con toda claridad. Tenía lo que en la vida se conoce con el nombre de toque de genio que significa el dar siempre con problemas importantes. Fue posiblemente el primer astrónomo americano en comprender la relación que existe entre los resultados

de Slipher y los conceptos teóricos obtenidos por De Sitter a partir de las ecuaciones de Einstein.

Mientras algunos astrónomos sostenían que las galaxias eran Universos Islas de fantástico tamaño que contenían billones de estrellas, otros no se sentían cómodos con esas ideas y prefirieron sostener la opinión de que las espirales luminosas eran objetos pequeños y cercanos, situados entre las estrellas de nuestra galaxia.

Fue Hubble quien resolvió esa controversia. Usando primero el telescopio de 100 pulgadas de Monte Wilson fotografió varias galaxias cercanas con gran cuidado y demostró que cada una contenía una enorme cantidad de estrellas separadas. Sus fotografías probaron que las galaxias sí eran Universos Islas muy parecidas a: la nuestra propia.

Por el otro lado, puesto que las galaxias contenían tantas estrellas, debían de ser extraordinariamente grandes-pese a que su tamaño aparente observado con el telescopio, era muy pequeño. Esto dio lugar a una importantísima implicación ya que indicaba que las galaxias se encontraban muy pero muy lejos y fuera de los límites de la nuestra. Esta fue la primera indicación clara del enorme tamaño del universo.

¿^A qué distancia están exactamente las galaxias? Hubble pensó que si podía conocer esa respuesta podía, igualmente resolver el misterio de su recesión, observado por vez primera por Slipher.

Hubble usó un método sencillo para determinar las distancias de las galaxias basándose en su aparente luminosidad o brillo.

En esta forma llegó Hubble a obtener mediciones de alrededor de una docena de galaxias cercanas. La mayoría estaban a distancias mayores del millón de años luz. Estas distancias fantásticas eran mayores que el tamaño de la nuestra que tiene 100 mil años luz de distancia. Con las distancias obtenidas previamente y con las velocidades medidas primero por Slipher y luego mejoradas y refinadas por Humason hizo un gráfico de velocidades contra distancia llegando a una extraordinaria y brillante conclusión conocida ahora como la Ley de Hubble que dice que mientras más lejos está una galaxia mayor es su velocidad de recesión. Esta es la ley del universo en expansión y es la misma que primero fue predicha por De Sitter -y luego por Friedmann y Leimatre en base a la Teoría General de la

Relatividad.

Ahora, tanto la teoría como la observación apuntaban hacia un universo en expansión y con un comienzo en el tiempo.

La ley de Hubble es uno de los grandes descubrimientos de la ciencia y junto con los modelos de Friedmann y Leimatre forman la base del nuevo génesis. Ahora bien ¿Qué consecuencias se pueden sacar de ese extraordinario hecho que es la expansión del Universo?

Si las galaxias se apartan de nosotros a grandes velocidades, en alguna época del pasado debían de estar más cerca de lo que están ahora. Si seguimos retrocediendo en el pasado sus distancias siguen disminuyendo. Si revertimos el tiempo y nos remontamos más y más en el pasado llega un momento en que las encontramos todas en contacto. Sus materiales se mezclan y finalmente la materia de todo el universo entra en contacto en una densa masa bajo enorme presión y temperatura en el rango de los trillones de grados. El brillo deslumbrador de la radiación de este denso y caliente universo debe de haber estado fuera de toda descripción. El cuadro descrito anteriormente sugiere la explosión de una bomba de hidrógeno cósmica. El instante en que esta bomba cósmica explotó, marcó el nacimiento del universo. Lo que estamos presenciando ahora son las consecuencias de esta gigantesca explosión. Esto es lo que se conoce como la teoría del "Big Bang" o de la "Gran Explosión". Las evidencias sobre esta explosión cósmica surgen de los estudios del movimiento de las galaxias a través del espacio.

La esencia de estos extraños desarrollos es que el universo tuvo, en cierto sentido, un comienzo en el tiempo bajo circunstancias que parecen hacer imposible que se conozcan la fuerza o fuerzas que traje-ron al mundo en existencia en aquel momento.

Ahora podemos ver cómo la evidencia astronómica conduce al punto de vista bíblico del origen del universo. Se difiere en los detalles, pero los elementos esenciales, tanto astronómicos como bíblicos del génesis, son los mismos: el mundo comenzó abruptamente en un momento definitivo en el tiempo con una gigantesca explosión de radiación.

Las evidencias y descubrimientos recientes hacen casi cierto que la gran explosión sí ocurrió en la forma descrita anteriormente, veinte mil millones de años atrás.

Veamos ahora cuáles evidencias justifican la aceptación de la teoría del Big Bang.

En el año de 1948, Ralph Alpher y Robert Heriüann predijeron la existencia de la esfera cósmica de fuego, o hipótesis del átomo primitivo como lo llamó; Lemaitre, mientras trabajaban con Georges Gamow en la teoría de la creación de los elementos basados en la teoría del Big Bang.

Alpher y Hermann calcularon que cuando el universo era muy joven su temperatura debía de ser muy elevada y la radiación existente para esa época de tal intensidad que aún hoy en día, debía de ser detectarle. Por lo tanto, si esa radiación pudieraser aún detectada eso probaría que el universo realmente comenzó con una explosión. En 1965, el Profesor Robert Dicke, de Princeton, llegó a las mismas conclusiones que Alpher y Hermann. Logró inclusive determinar con exactitud, la longitud de ondas que 'debía de tener la radiación remanente del Big Bang en caso de ser detectada. con instrumentos muy sensibles.

Por una extraña coincidencia, en el mismo año de 1965 Arno Penzías y Robert Wilson, de los Laboratorios Bell, estaban usando una antena muy sensible para escuchar ondas de radio' de la Vía Láctea. Ellos estaban intrigados por un tenue ruido que parecía venir de todas partes del cielo. Cuando supieron de los trabajos de Dickie y luego de Alpher y Hermann y al comparar las frecuencias y las intensidades de la radiación que detectaban, con la predicha por los trabajos de los autores antes mencionados, el misterio desapareció.

Habían, sin lugar a dudas, detectado el eco de la creación del universo. Este hecho se convirtió en uno de los mayores descubrimientos astronómicos de los últimos 500 años.

Basándose en esos descubrimientos, los científicos pueden ahora imaginar y observar un universo, aún en expansión, que comenzó hace 20 mil millones de años y que se extiende en una distancia de 20 mil millones de años luz. Contiene miles de millones de galaxias o universos islas y cada galaxia contiene 100 mil millones de estrellas. Al mirar el firmamento percibimos un universo cuadridimensional con el tiempo como cuarta dimensión.

Lo descrito anteriormente representa sin lugar a dudas una

extraordinaria teoría de la creación pero plantea una serie de interrogantes de gran interés e importancia.

¿Por qué comenzó el universo con una explosión?

¿Qué había antes del momento de la explosión?

La ciencia no puede responder, por ahora, esas interrogantes puesto que las ecuaciones que disponemos rehúsan a decirnos o a revelarnos lo que había antes de la gran explosión y la mayoría de los científicos se niegan a especular.

Si bien es cierto que no sabemos lo que pasó realmente antes del momento cero podemos sin embargo predecir con bastante certeza lo que pasó después de ese momento.

Para ese tiempo, conocido también como tiempo de Planck, la densidad del caldo cósmico tenía un valor de 10^{90} ton/cm³ y todo el universo estaba comprimido en el espacio que hoy ocupa un núcleo atómico.

A la mente humana le cuesta imaginarse cantidades tan grandes como 10^{90} y tan pequeñas como el de un núcleo atómico.

Los valores de la temperatura y presión eran tan elevados, en un universo de radiación pura, que las partículas elementales se creaban y destruían a partir de la energía pura.

El universo se expandió rápidamente y cuando alcanzó la edad de un segundo y su densidad, que había tenido un valor inmensamente grande (10^{90} ton/cm³), se había reducido hasta alcanzar la densidad del agua y su temperatura había disminuido mil millones de grados.

Para ese momento, los componentes de la materia como los electrones, protones, neutrones y sus homólogos de la antimateria se condensaron a partir de la radiación caliente existente.

A medida que el universo se expandía su temperatura bajaba. Cuando ésta alcanzó los 10 millones de grados los protones y los neutrones se unieron en grupos de cuatro para formar los núcleos de helio. Todo esto sucedió cuando el universo tenía apenas 3 minutos de edad.

Los cálculos indican que aproximadamente el 30% del hidrógeno se transformó de esa manera en helio durante los tres primeros minutos de la existencia del universo.

Para el momento en que el helio estaba formado y el próximo paso se debía dar, la densidad y la temperatura habían descendido tanto que la brecha no pudo ser cruzada.

La teoría del universo en expansión explica la presencia del hidrógeno y del helio, los dos únicos elementos que se formaron a partir de la radiación primitiva, pero no puede explicar la existencia de los otros elementos químicos.

Sólo la teoría del nacimiento, evolución y muerte de las estrellas, puede explicar la presencia de los demás elementos químicos.

Después de los tres primeros minutos, nada sucedió durante el próximo millón de años. Un manto de radiación, que quedó de la gran explosión, actuó como una espesa niebla impidiendo todo tipo de visibilidad.

Las partículas elementales que se movían erráticamente en ese manto de radiación, producían colisiones, algunas veces con otras partículas y otras veces con bolsones de energía radiante.

Cuando el universo alcanzó el millón de años de edad, aparecieron los átomos por primera vez.

Cuando el universo era muy joven y muy caliente cualquier electrón que era capturado por un núcleo atómico era igualmente expulsado de inmediato de su órbita por colisiones e impactos de otras partículas debido a las altas temperaturas reinantes.

Pero pasado el millón de años la temperatura había descendido lo suficiente, debido a la expansión, como para permitir que los electrones pudieran permanecer en órbita después de capturados. Desde ese momento en adelante parte de la materia del universo consistía de átomos.

Al mismo tiempo la oscura niebla de radiación, mencionada anteriormente se había disipado dejando transparente al espacio.

Cualquiera que sea la capacidad de los telescopios nunca seremos

capaces de mirar lo que pasó en el primer millón de años debido a esa niebla de radiación.

Con el paso del tiempo y después del primer millón de años el universo continuó expandiéndose y su temperatura descendió lo suficiente como para permitir que la materia se condensara en galaxias y dentro de éstas en estrellas.

Las galaxias y las estrellas empezaron a formarse cuando el universo alcanzó los mil millones de años.

Se necesitaron tres minutos para formar los núcleos de hidrógeno y helio, un millón de años para la formación de esos átomos y nada menos que tres mil millones de años para formar al ente más complejo de la creación: el hombre.

La teoría del Big Bang dice que el universo nació hace unos 20 mil millones de años a partir de una explosión de materia densamente comprimida y extraordinariamente caliente. Muchos signos en el espacio confirman este escenario. Por razones tanto de tipo teórico como filosófico algunos cosmólogos no pueden creer que la expansión, que ahora se observa, continuará para siempre.

Sostienen que la misma irá disminuyendo gradualmente, llegará a pararse y se revertirá al igual como lo hace una pelota que se lanza al espacio. Cuando ocurra la reversión, todas las partes del universo: galaxias, estrellas, planetas y hasta el polvo interestelar se juntarán y triturarán de nuevo con el tiempo.

En 1960 el astrónomo Alan Sandage dio una especie de programa para la evolución del universo. De acuerdo a sus estimaciones tentativas todo el proceso, desde el Big Bang hasta el nuevo colapso, deberá tomar unos 80 mil millones de años. Las cifras de Sandage no presentaban por supuesto peligro alguno, pero sí un desafío a los cosmólogos.

¿Si la expansión del universo está disminuyendo cuáles son las causas de esta disminución?

La respuesta. obvia a esta pregunta es por supuesto la gravedad, que es la fuerza que mantiene unido a la materia en el universo. Sin embargo, investigaciones recientes señalan de que no existe suficien-

te masa para producir la gravedad necesaria para contener la expansión.

Algunos científicos han sugerido que la masa que falta puede estar oculta en las grandes nubes de materia que existen entre las estrellas. Otros sugieren que la masa que falta puede estar contenida en los agujeros negros que aunque invisibles se hacen sentir por medio de la gravedad. Estas soluciones no son aceptadas por todos los científicos. Algunos, incluyendo al propio Sandage, quienes basándose en nuevas investigaciones han sugerido que el universo es abierto es decir que no tiene suficiente masa para contener la expansión y que por lo tanto ésta continuará para siempre. Estos descubrimientos y afirmaciones han causado muchos debates.

Los teóricos del universo cerrado dicen que los datos obtenidos hasta ahora, son imprecisos y pueden interpretarse de otra manera por lo que la expansión llegará a su fin. Este hecho no sólo juntaría de nuevo todas las partes del universo sino que en opinión de muchos teóricos imaginativos, esta reversión podría causar que otros eventos aún más fantásticos sucedieran.

Al acercarse las galaxias, cuando la expansión se invierta, la dirección del tiempo también podría invertirse y en lugar de emitir luz las estrellas la absorberían. Al acercarse lo suficiente se desintegrarán y sus elementos se convertirán nuevamente en hidrógeno, el mismo que sirvió para su formación original.

Para el observador externo (si éste pudiera existir) el proceso vital debería invertirse también, por lo que la gente se pondría más joven en lugar de envejecer y terminaría en el vientre en lugar de la tumba.

Para algunos astrónomos el universo seguirá un proceso oscilante es decir, que el Big Bang se repetirá cada cierto tiempo en la forma descrita previamente.

Otros científicos, como John Wheeler, creen que el universo entero colapsará en un agujero negro sin que esto signifique su fin ya que éste (agujero negro) se puede convertir en túnel con salida a un punto diferente en el espacio-tiempo. Extraño como puede parecer el agujero negro se puede convertir en, un pasaje a otro universo. La anterior afirmación está implícita en las ecuaciones que describen estos fenómenos.

La idea de que diferentes partes de nuestro universo así como otros universos pueden estar conectados por una red de agujeros o túneles ha sido considerada por científicos serios. Algunos han sugerido, inclusive, que estos túneles pueden ser el origen de los quasars: objetos celestes que generan fantásticas cantidades de energía totalmente fuera de toda proporción a su tamaño. Desde el punto de vista de estos científicos, los brillantes quasars pueden ser los puntos de salida de estrellas y galaxias que han colapsado en otros universos y están emergiendo en el nuestro. Estas puertas de salida han sido llamadas por algunos, agujeros blancos.

En este nuevo universo el tamaño y forma de las partículas elementales así como la velocidad de la luz y la aceleración de la gravedad tendrán probablemente valores y configuraciones totalmente diferentes. Dice Wheeler que este nuevo universo no será permanente: estará también destinado a colapsar con el tiempo y renacerá en una forma diferente y de esta manera el universo o los universos nacerán y morirán en su marcha hacia el infinito.

Esta es en pocas palabras la grandiosa visión del universo, que va tomando forma en manos de los cosmólogos y astrónomos de cinco continentes: Esta es la concepción en que vivirá la humanidad durante los años inmediatos venideros.

Aunque no podemos dar todavía la respuesta última, hoy comprendemos, mejor que nunca, de que formamos parte de un grandioso acontecer:

Sabemos que la humanidad está formada del polvo de las estrellas, de materia forjada en soles ardientes y nacida de un cataclismo.

Parece que el drama cósmico nos haya creado a nosotros, sus propios espectadores, para que lloremos o nos exaltemos al presenciar su desarrollo y tratemos de descifrar los misterios básicos:

¿Cómo comenzó el universo?

¿Cómo va a terminar?

¿Hay alguna existencia más allá del fin?

Estas preguntas en sí puede que nunca sean respondidas con precisión, pero el solo hecho de poder formularlas hace que el hombre

pueda aprender algo más sobre sí mismo, su mundo y su destino.

Conocer la aterradora grandeza conque se ha producido la materia de- que estamos hechos, dará al hombre un nuevo sentimiento en sus relaciones con sus semejantes y quizás lo haga más sabio, más humilde y sobre todo más humano.

El esfuerzo por entender los misterios de la creación es una de las pocas cosas que eleva al ser humano sobre el nivel de la farsa en que vive y le da algo de gracia a su tragedia.

DISCURSO DE RECEPCION POR EL ACADEMICO DOCTOR SANTIAGO VERA IZQUIERDO

Con especial agrado cumplo hoy el encargo con que deferente-mente me honró el señor Presidente la Academia Nacional de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales, de responder al discurso de incorporación del Dr. Paúl Lustgarten y de comentar el importante trabajo que elaboró en cumplimiento de los requisitos legales correspondientes. Como titular del Sillón XXIII le toca al Dr. Lustgarten continuar la labor de su ilustre antecesor, el Dr. Enrique Tejera quien lo ocupó con grandes méritos y aciertos.

Ingeniero, investigador, maestro y cultivador de las Artes posee el Dr. Lustgarten las dotes y la determinación para hacerlo así. Su presencia en nuestro seno contribuirá en gran medida a incrementar la capacidad de nuestra Academia la cual, como él bien lo dice en su discurso, tiene un papel muy importante que llenar ante el imperio del materialismo en nuestra actual sociedad. Expresa también el nuevo académico la responsabilidad de las Academias en cuanto a su función orientadora y estabilizadora de la actividad científica y cultura en el País. Comparto plenamente su aseveración de que las academias a pesar de que "no tienen poder político tienen sin embargo algo más importante: tienen autoridad moral, tienen prestigio y tienen hombres de talla científica e intelectual que deben tener un papel activo en las sociedades en que viven puesto que pertenecen a la élites pensantes de sus respectivos países". Nuestra Academia necesita con urgencia fortalecer y arraigar los vínculos con nuestra comunidad científica para orientar y dirigir su actividad de manera tal que no se pierdan de vista jamás la autenticidad de la labor de investigación y de docencia, dentro de una perspectiva amplia tanto en su contenido como en el tiempo. No debemos desdeñar la investigación tecnológica, pues esta es factor determinante en el mejoramiento de las condiciones de vida de la raza humana; tampoco debemos menospreciar, la básica, teórica, pues abundan los ejemplos que prueban que lo que hoy puede ser especulación mañana se convierte en aplicación inmediata. Otra poderosa razón para fomentar la investigación teórica es el valor que en sí misma, como proceso formativo, tiene. Preguntado el famoso inventor Edison sobre cuál consideraba él el invento más importante de la humanidad, respondió "Haber inventado el invento..." Lo mismo pudiéramos decir de la investigación, y su valor intrínseco en la

sociedad. Ante la escasez de recursos, tanto humanos como materiales se hace necesaria la existencia de un organismo que asigne prioridades con criterio claro y absolutamente desligado de todo interés material o político del momento. Difícil es juzgar la validez o autenticidad de un trabajo científico; difícil es también recoger entre varios temas o entre varias personas cuando se trate de asignar prioridades. Empero, esta es una labor que debe hacerse y aquí está la principal función de las Academias. La formación y la trayectoria del Dr. Lustgarten son garantía de que él contribuirá en gran medida a impulsar la actividad ductora de nuestra Institución.

En 1955 comienza su carrera científica y profesional al recibir de nuestra Universidad Central el título de Ingeniero Civil en la Opción de Estructura, como riválida de título igual obtenido en el Instituto Politécnico Rensselaer en los Estados Unidos de Norte-América. Realizó luego numerosos estudios de especialización y perfeccionamiento entre los cuales resaltan lo que llevó a cabo en las universidades de Londres y Zurich, en la última de las cuales cursó además Filosofía e Historia de la Ciencia Como Profesional especialista en el cálculo de estructuras se desempeñó con acierto como Ingeniero Jefe en varios proyectos de gran significación, tales como el proyecto 'de los dos grandes puentes: el del Lago y el del Orinoco. De entre sus numerosos proyectos y construcciones destacar los relativos al viaducto de Los Chorro y las estructuras de distribuidor conocida como La Araña y un número considerable de edificaciones industriales y habitacionales en toda la extensión de nuestro país. Ha publicado más de 27 contribuciones en publicaciones especializadas en Venezuela y en el exterior entre las cuales revisten especial importancia las siguientes: Estudios Comparativos entre los Métodos de Kani y Cross Fundamentos Matemáticos del Método de iteración para la solución de ecuaciones lineales y Métodos iterativos en el análisis de estructuras, publicado en idioma inglés:

Su afán de contribuir directamente a la vida ciudadana lo lleva a colaborar con numerosos artículos de actualidad en el diario El Universal de Caracas, desde hace ya varios años.

Su labor docente comienza en su época de estudiante como preparador y lo lleva hasta los cargos de Profesor Titular de Mecánica Racional en nuestra Universidad Central y Profesor, también titular, de Vibraciones en la misma Universidad. Antes había fundado y regentado la Cátedra de Mecánica Racional en la Universidad Santa María.

Como trabajo de incorporación ha escogido el nuevo académico el tema. Espacio= Tiempo, Gravitación y Cosmología, de cuya trascendencia en el día de hoy está convencido tanto el mundo científica como el filosófico. El autor trilla este campo común a ambas actividades humanas con soltura y fluidez en la forma de un tratado u obra para estudio y reflexión. Tan fundamental le parece el tema que no vacila en afirmar que la. Cosmología Moderna ha, de hecho, escrito un nuevo Génesis. Acaso pueda pensarse que al menos, la Cosmología moderna ha logrado traducir el génesis, no sólo en cuanto a la palabra sino también en cuanto a las transformaciones que ha sufrido el pensamiento humano, desde la primera formulación de génesis y a las mutaciones que han ocurrida en la forma de expresar dicho pensamiento. Entre la gran explosión, que trata explícitamente el autor, y la Luz tradicional no podemos observar una gran coincidencia? Séame permitido una referencia anecdótica al prólogo de un libro que leí hace algunos años (perdónese me no dar la fuente, pero lamentablemente la extravié) en donde se enfoca este asunto de la gran explosión. Dicen los autores que los científicos modernos, después de muchos siglos y muchos esfuerzos; subiéndose los unos sobre los hombros de los otros, como de-cía Newton, ascendiendo para descender y volver luego a subir; en fin, después de incontables sufrimientos lograron escalar una montaña en cuya cima moraba la Verdad. Una vez llegados, se encontraron en una amena pradera en donde se encontraban, acaso encabezados por Aristóteles, los filosofos y teólogos de todos los tiempos y todas, las razas los cuales les dijeron al verlos llegar "Bienvenidos. Acérquense que teníamos mucho tiempo esperándolos.. ".

En el trabajo que comentamos se percibe un objetivo claro; el de presentar en forma coherente, heurística, matemática, el estado actual de la Cosmología haciendo de ésta una ciencia deductiva, al estilo de los Principios de Newton. Es digno de todo encomio este esfuerzo que rinde en el mundo físico un homenaje al inmenso poder del pensamiento humano, ayudado por ese instrumento universal que son las matemáticas. El éxito indudable de los trabajos científicos de labora-torio o mesa de operación ha opacado un tanto en el día de hoy a este tipo de investigación que no requiere de complicados equipos. Ni Newton ni E instein necesitaron más equipo para llevar a cabo sus ingentes transformaciones en la manera de pensar de la humanidad que sus propios cerebros y su fecunda imaginación.

Ha sido el propósito del autor que su tratado sea accesible a estudiosos que sólo poseen el instrumental matemático que usualmente se estudia en los primeros años de la carrera científicas. Por esta razón,

después de un capítulo contentivo de una introducción de tipo histórico expone el autor en forma didáctica y lúcida aquéllos conceptos físico-matemáticos que le han de servir de enlace entre aquéllos cono-cimientos básicos y los más especializados que requiere para el desarrollo de su tema. Expone así los métodos de medida de distancia si-derales; el efecto Doppler y el Doppler-Fizau, ciertos aspectos críticos de la Mecánica Clásica, la Teoría Especial de la Relatividad, nociones de análisis tensorial y teoría general de la relatividad. Estos capítulos no son en ninguna forma un trabajo de divulgación, al estilo de lo que se suele denominar Ciencia-Ficción; son más bien un verdadero trata-do de extensión a conocimientos de tipo general pero sólidos, matemáticos. Sobre estos conocimientos descansan los siguientes capítulos:

La Cinemática del Universo

Din árnica del Universo

La radiación antecedente de microondas

La evolución del Universo

Consideraciones sobre la formación de las Galaxias

Cónsideraciones sobre la formación de las estrellas

Colapso gravitacional y agujeros negros.

La historia del pensamiento humano, dentro de la cual ocupa pro-minente lugar el pensamiento científico y el difícil pero fructífero campo común a la Física y a la Filosofía, revela la existencia de impor-tantes rupturas o discontinuidades en el desenvolvimiento de éste a través de los tiempos. Cada vez que se produce una de estas grietas se abren nuevos horizontes a la investigación y aumentan geométrica-mente el volumen de lo que, paradójicamente, se descubre que queda por descubrir. Los estudiosos del mundo entero se precipitan a través de ella para saciar su anhelo de nuevos conocimientos y comiezan a trabajar el campo fértil que se abre ante sus ojos. Pero de tiempo en tiempo se presenta la necesidad de recoger y organizar los diversos frutos que se han ido cosechando. He aquí en donde residen el mérito del trabajo del autor: en presentarnos en forma coherente los resulta-dos alcanzados después de muchos años de trabajo, rupturas y recolecciones, y en ircular en esta síntesis sus propias observaciones, conclusiones y deducciones. Entre éstas me gustaría señalar el uso que hace el autor del principio debido a Mach —muy anterior por cierto a Einstein— y que contienen en gremen el vínculo entre la mecánica de Newton y la moderna relátivística, y, por supuesto la solidez de desarrollo físico matemático que conduce a la interesantes conclusiones que aparecen en los últimos capítulos.

Me permito felicitar muy cordialmente al Dr. Lustgarten por su hermoso trabajo al tiempo que le expreso mi esperanza de que el mismo sirva de fuente de ilustración e inspiración al mundo científico contemporáneo. Reciba usted a nombre de la Academia la bienvenida a su seno así como sus votos por el éxito de sus funciones como individuo de número

ESPACIO-TIEMPO, GRAVITACION, COSMOLÓGIA (*)

Paul Lustgarten

INTRODUCCIÓN

Los trabajos de investigación realizados por físicos, astrónomos y cosmólogos, en las últimas dos décadas constituyen, sin lugar a dudas, uno de los más grandes esfuerzos científicos llevados a cabo en el intento de conocer el universo. Una tarea de tal magnitud es un desafío para los científicos involucrados y posiblemente la más grande aventura intelectual que se ha propuesto el hombre.

Los resultados obtenidos hasta ahora son de tal trascendencia que no es exagerado afirmar que los mismos constituyen una verdadera revolución de nuestros conocimientos y comprensión del universo, si no paralelo en la historia de las ciencias.

El universo, tal como se ha ido descubriendo, constituye un ente fascinante con propiedades y objetos que desafían nuestra imaginación.

La sola mención de novae, supernovas, estrellas de neutrones, agujeros negros, nos cautiva y fascina.

Al tratar de entender los misterios y grandeza del universo usando las leyes locales de la ciencia, que nos maravillan por su sencillez y belleza, el cosmólogo extrapola dichas leyes a regiones desconocidas y construyen modelos matemáticos basados en las mismas.

Puestos que el espacio, el tiempo y la gravitación juegan un papel trascendental en la naturaleza, es lógico que sean las teorías de Einstein la base fundamental de la cosmología moderna. -

En el presente trabajo, preparado como requisito para la incorporación como individuo de Número de la Academia de Ciencias, Físicas,

(1 Trabajo de Incorporación presentado a la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales.)

Matemáticas y Naturales, he intentado presentar los aspectos más relevantes de la cosmología moderna en una forma accesible a la persona con conocimientos matemáticos de nivel intermedio.

El deseo de que esta presentación no fuera demasiado larga hizo que se omitieran una serie de tópicos que pudieran ser de interés para exposición más avanzada.

El trabajo ha sido dividido en doce capítulos de la manera siguiente:

El primer capítulo es una descripción, sin matemática, de lo que es la cosmología moderna, tanto desde el punto de vista histórico como científico.

Este capítulo está dedicado especialmente al lector culto interesado en la cosmología moderna pero sin la preparación matemática para comprender los once capítulos restantes.

El capítulo 2. se refiere a algunos aspectos observacionales de la cosmología como lo son las distancias, los espectros, el efecto Doppler, etc.

En los capítulos 3 y 4. se examinan los aspectos críticos de la mecánica clásica y de la teoría especial de la relatividad. Se estudia igualmente la transformación de Lorentz y la representación de Minkowski así como el principio de Mach.

En el capítulo 5. se presenta una introducción bastante extensa de la teoría general de la relatividad. Se estudia con detalle el concepto de curvatura y su aplicación a la gravitación sin la excesiva complejidad matemática.

En los capítulos 6 y 7. se estudia algo de la cinemática y dinámica del universo. Se presentan los modelos, más importantes y se examina su interpretación. .

En el capítulo 8. se estudia la radiación antecedente de microondas ya que el descubrimiento de la misma constituye el mayor soporte a la teoría de Big-Bang..

En el capítulo 9. se estudia la evolución del universo a partir de Big-Bang y se examina la nucleosíntesis en las diferentes eras.

En los capítulos 10 y 11. se estudian la formación de las galaxias y las estrellas.

En el capítulo 12. se estudia el colapso gravitacional y los agujeros negros. El estudio de los agujeros negros constituye por si mismo uno de los temas más interesantes de la actualidad.

Quiero, en este trabajo, rendir un tributo a los pioneros de la cosmología del Siglo XX como A. Einstein, K. Schwarzschild, W. De Sitter, A. Friedmann, E. Hubble, G. Leimatre, A. Eddington, H.P. Robertson, A.G. Walker, F. Hoyle, T. Gold, H. Bondi, J.A. Wheeler, etc. Estos científicos, algunos conocidos y otros desconocidos, del gran público, le dieron con su trabajo e ingenio la forma que tiene hoy la cosmología. Aunque estos conocimientos no ayudan a conseguir un mejor trabajo, no sirven para dirigir una industria, un banco o aumentar el producto nacional bruto, sirven sin embargo para revivir la vieja idea de que la física es antes que todo filosofía natural.

El motivo de la escogencia de dicho tema, por mi parte, como trabajo de incorporación académica se debe a multiples razones entre las cuales tenemos:

- 1º) h fi interés por el tema que se remota a más de tre décadas.
- 2º) La carencia de libros a nivel intermedio en cualquier idioma.
- 3º) El deseo de hacer los aspectos más relevantes de la cosmología para personas interesadas en el tema y con conocimientos matemáticos de nivel intermedio.
- 4º) La presentación del tema en el idioma español, en el cual no existen libros de esa indole.

La historia que se cuenta en las páginas siguientes constituyen un tema tan fabuloso que el genio más grande de la ciencia ficción sería incapaz de crear: es la historia del universo.

Citándo a Lanzadera, uno de los personajes de "El Sueño De Una Noche de Veranos "puedo decir:

"Señores: tengo que contaros cosas maravillosas; pero no me pre-

gunteis cuales, pues si os lo dijera no sería un verdadero ateniense. Os lo contaré todo, tal cual ha sucedido".

Antes de terminar esta introducción quiero expresar mi agradecimiento a mi fraternal amigo el eminente ingeniero Dr. José Sanabria quien se tomó la molestía de revisar el manuscrito y hacer valiosas su-gerencias. Sin embargo, los errores son de mi sola reponsabilidad.

También quiero agradecer a Marlene Gonzales por su paciencia en la versión mecanográfica y a Luis Enrique Aranda por sus excelentes dibujos.

Caracas, Noviembre de 1982.

Paat Lustgarten.

1

QUE ES LA COSMOLOGIA MODERNA ?

Introducción

La cosmología es el estudio del origen, estructura y evolución del universo en su totalidad.

Aunque por definición el universo lo incluye todo, el hombre, pese a sus limitaciones, lo ha observado y lo observa desde puntos de vistas diferentes, con el propósito de explicar los fenómenos de su interés.

Sería sin embargo muy optimista pensar que con los conocimientos actuales se esté en capacidad de contestar todas las interrogantes que existen en esta fascinante rama de la ciencia.

Ninguna explicación puede estar por encima de los conocimientos de que se dispone, en una época dada, paró justificar o avalar dicha explicación.

A medida que los conocimientos científicos sobre los cuerpos celestes iban **progresando**, los elementos míticos que los rodeaban desaparecían paulatinamente. El progreso de la ciencia fué lento y penoso. Los dogmas sociales y religiosos que imperaban en el pasado y en especial en la edad media, frenaron considerablemente al desarrollo científico manteniendo cierto oscurantismo por cerca de mil años.

Desarrollo Histórico

La ciencia moderna comienza posiblemente con Nicolás Copérnico (1473-1543) quien al estudiar el movimiento de los planetas. llegó a la conclusión de que el sistema de Tolomeo, imperante desde la **antigüedad**, debía estar errado ya que sus círculos y epiciclos no podían explicar los movimientos observados de los planetas si se aceptaba que la tierra estaba fija en el centro del universo. Al suponer que los planetas, incluyendo la tierra, giraban alrededor del sol los movimientos de estos quedaban explicados de manera satisfactoria ya que coincidían con los resultados observados.

A partir de ese momento la tierra perdió su posición privilegiada cediendo su lugar al sol.

Estos conceptos que hoy son obvios tuvieron sin embargo gran impacto en su época.

Para no entrar en conflictos con creencias establecidas y anticipando posiblemente las más severas consecuencias no publicó sus teorías hasta 1543, año de su muerte.

Todas sus investigaciones y conclusiones aparecieron en el famoso libro ti **tu**lado **OE REVOLUTIONIBUS ORBIUM CELESTIGM.**

Después de Copérnico vienen importantísimos aportes de Tycho Brahe, Kepler y Galileo.

Las observaciones precisas de Tycho Brahe sirvieron a su discípulo Kepler para establecer las leyes del movimiento planetario que luego fueron usadas por Newton para formular su famosa ley de la gravitación universal.

Galileo Galilei fué el primero en hacer. observaciones astronómicas sistemá ticas con el telescopio de su propia construcción. Aunque este telescopio era pequeño, sirvió para observar los cráteres de la luna, las manchas solares y los satélites de Jupiter así como para demostrar que la Vía Lactea consistía de millares de estrellas.

A partir de sus innumerables observaciones, Galileo llegó a la conclusión de que las afirmaciones de Copérnico eran correctas lo que dió.motivo para que la Inquisición lo juzgara por sus ideas herejes y le hiciera retractarse pública mente.

Vivió bajo arresto domiciliario hasta el fin de sus días.

Galileo muere en 1642 y al año siguiente (1643) nace Isaac Newton.

Parece que la providencia quiso que la ciencia continuara su vertiginoso curso pues tras la muerte de un gigante nace otro.

Con la publicación por Newton, en 1687, de su célebre obra titulada PHILOS.O PHIAE NATURALIS PRINCIPIA MATEMATICA quedó listo el.escenario para la investiga ción de la naturaleza del universo en gran escala.

Con el establecimiento de la ley de la gravitación universal surgió Obvia mente la siguiente pregunta: 2. ¿ Porqué no se atraen las estrellas hasta. chocar unas con otras y mezclarse en una gigantesca bola de fuego ?. La respuesta a es te acetijo se mostró tan evasiva que puso a la cosmología en estado de -hiberna ción por algo más de dos -siglos

Este lapso no fué, sin embargo, esteril.

La mecánica de Newton tuvo unauge extraordinario con los trabajos de La grange, Laplace y Ramílton_ La mecánica celeste alcanzó una precisión asombro se. Los telescopios fueron perfeccionados. La espectroscopia, una de las técni cas de investigación más poderosa de la cosmología moderna, alcanzó una enorme gradode perfección gracias a los trabajos-de FRAUNHOFER, BUNSEN y KIRCHOFF, en' tre otros, realizados durante el siglo pasado_ El espectroscopio no sólo reveló a los astrónomos la composición de las estrellas y las temperaturas de sus su perficies sino que también les dijo algo sobre sus velocidades. El principio en

vuelto en estas mediciones de velocidades fué explicado por vez primera por el físico austríaco Christian Doppler en el año de 1842 y ese principio se conoce hoy con el nombre de " Efecto Doppler ".

Otro instrumento importante, en la investigación de los cielos, es la fotografía que también se inventó durante el siglo pasado. Pese a estos importantes avances es sin embargo al siglo XX que se tiene reservado los grandes descubrimientos científicos.

La cosmología moderna tiene su verdadero comienzo en el presente siglo.

Para poder dar una idea general de lo que la mente humana ha creado en relación al tema y que la imaginación del escritor más fértil de la ciencia ficción sería incapaz de concebir, es necesario describir bajo qué perspectiva se inicia nuestra época.

El Siglo XX

El siglo XX comienza bajo el signo de la angustia. Descubrimiento tras descubrimiento ponen en tela de juicio todo un pasado científico. La hipótesis de los cuanta expuesta por Planck en Diciembre de 1900 y la teoría de la relatividad expuesta por Einstein entre 1905 y 1917 dan origen a los dos pilares sobre los cuales descansa la física moderna y producen una especie de vértigo en el mundo científico. En la historia del pensamiento no hay peripecia más extraordinaria que el casamiento de ambas teorías. La una se ocupa del microcosmos (mecánica cuántica) y la otra del macrocosmos (mecánica relativista).

A los pocos años de la publicación de ambas teorías el espíritu humano dió un salto sorprendente al adueñarse de dos dominios totalmente nuevos: los mundos

atómico y subatómico y el universo en su totalidad. La ciencia moderna está actualmente escribiendo un nuevo Génesis. un Génesis basado en las grandes teorías de la física moderna y en las observaciones derivadas del telescopio óptico, el radio telescopio y el espectroscopio; etc. El intento de escribir un nuevo Génesis se ha repetido varias veces en el curso de la historia. Desde que el ser humano cobró conciencia de sí mismo trató

de explicarse el origen del universo y su lugar en él mismo. Más de una vez se lanzaron teorías e hipótesis que trataron de explicar y satisfacer esa natural curiosidad del hombre. Estos estudios, que en una época pertenecieron a la filosofía se han convertido hoy en un ramo de la física matemática.

La teoría científica del nuevo Génesis comienza en 1912 cuando Vesto Melvin Slipher, buscando algo diferente, descubrió que alrededor de una docena de galaxias, vecinas a la nuestra, se alejaban de la tierra a velocidades que estaban en el rango de los tres millones de kilómetros por hora.

El descubrimiento de Slipher fué el primer indicio de que el universo se expandía.

Slipher presentó su descubrimiento a la Sociedad Americana de Astronomía en Evaston, Illinois, en el año de 1914. Sus fotografías espectroscópicas mostraban claramente un desplazamiento hacia el rojo. Aunque la audiencia no sabía a ciencia cierta de que se trataba tenía el presentimiento que era algo importante. Uno de los que estaban en la audiencia era Edwin Hubble quien tomó los primeros indicios de Slipher y años más tarde los convirtió en una nueva imagen del universo.

Mientras tanto, al otro lado del Atlántico, Einstein publicaba su Teoría General de la Relatividad en el año de 1916.

La teoría restringida de la relatividad expresa las leyes de la física en una forma que es igual para una clase especial de observadores: aquellos no sometidos a fuerzas o aceleraciones. Esta teoría cambió los conceptos de masa, energía y tiempo pero conservó la geometría de Euclides. La teoría generalizada removió las restricciones anteriores y enseñó como expresar las leyes físicas independientemente del movimiento de los observadores. Demostró que no solamente las aceleraciones son relativistas sino que también lo son las fuerzas gravitacionales. La Teoría General de la Relatividad, al renunciar a todas las ideas de espacio y tiempo absolutos dió a nuestra descripción del universo armonía y unidad. En 1917 Einstein demostró que al agregar un término adicional (término cosmológico) a sus ecuaciones de campo se podía encontrar una solución de éstas aplicable al universo en su totalidad o a un modelo amplificado del mismo con lo cual se inició la parte teórica de la cosmología moderna.

Aunque las mediciones de Slipher, de las galaxias en movimiento, implicaban que el universo se expandía, nadie se dio cuenta de eso inmediatamente. De Si tter hizo un descubrimiento teórico, algunos años después, que trajo el concep

to de la expansión del universo al frente de la atención de los científicos. La

Expansión del Universo

La historia comienza en 1916, cuando Einstein, desde Berlín, envió una copia de su trabajo sobre la Teoría General de la Relatividad al Astrónomo De Sitter en Leiden. Este al estudiar las ecuaciones de la teoría descubrió que las mismas tenían como solución un universo en expansión. A Einstein no le gustó esa solución porque la misma implicaba un universo que tenía un comienzo abrupto. Sin embargo, muchos astrónomos quedaron intrigados con la solución de W De Sitter en la cual todo se movía y comenzaron a pensar en la forma de detectar esa expansión. La solución anterior adolecía sin embargo de un defecto: se refería a un universo en expansión pero carente de materia.

W De Sitter inició igualmente una cadena de eventos que llevaron a Einstein a la fama mundial.

Cuando De Sitter recibió, en 1916, el trabajo de Einstein le envió una copia

del mismo al famoso y brillante astrónomo británico Arthur Eddington. Este era un extraordinario matemático y rápidamente se dio cuenta del fondo de la teoría. La aclamó como una "revolución del **pensamiento** y organizó la expedición **para' observar el eclipse solar** de 1919. En esa expedición se midió la desviación de la luz por un campo gravitatorio, que era uno de los **efectos predichos** por la teoría. La verificación de esos resultados convirtió a Einstein en el científico más conocido del mundo.

La solución de 11 De Sitter **era** justamente lo **'que Slipher había observado con el telescopio y el espectroscopio. Sin embargo la interrupción de las comunicaciones durante la primera guerra mundial impidió probablemente a DeSitter saber de los resultados de Slipher.**

Por el otro **lado Einstein había fracasado** en reconocer que su **teoría predecía 'un universo en expansión. Había supuesto que el universo era estático** por lo que el mismo debía conservar su volumen medio en el curso del tiempo-. Más tarde también falló nuevamente al no darse cuenta que sus ecuaciones contenían otra solución de un universo en expansión diferente al de 1.1 De Sitter pero más real que aquel. Para ese tiempo un descubrimiento trascendental fue hecho por un meteorólogo de profesión y matemático por afición: el ruso Alejandro Friedmann.

La solución cosmológica más importante a las ecuaciones de Einstein las encontró Friedmann al estudiar la Teoría General de la Relatividad y al darse cuenta que el genio de Einstein había cometido un error de álgebra elemental al dividir por cero sin darse cuenta de ello lo que le impidió ver la solución adicional de sus ecuaciones. Tan pronto Friedmann corrigió el error la solución apareció de un mediano. Einstein quedó disgustado con el resultado de Friedmann y en un acto de descortesía, raro en una persona de su talla, no reconoció al principio dicho error. Cuando Friedmann publicó sus resultados, en la revista alemana *Zeitschrift für Physik* en 1922, Einstein escribió una nota corta que publicó luego en esa misma revista y en la cual llamó al resultado de Friedmann sospechoso. Al intentar probar de que ese resultado estaba errado cometió un error en la prueba.

Finalmente en 1923, Einstein reconoció su doble error y la importancia del trabajo de Friedmann el cual marcó época en la historia de la cosmología teórica.

En 1930, el abate belga Georges Lemaitre dedujo también un modelo de universo en expansión a partir de las ecuaciones de Einstein, similar al que había obtenido **Friedmann** años atrás. **El modelo de** Lemaitre se hizo conocido gracias a **Eddington** quien lo popularizó y lo divulgó en el **mundo entero.**

Después de 1925, Slipher abandonó el estudio de las galaxias y se dedicó a otros problemas. Al quedar el campo libre, Hubble y Humason entraron en él y continuaron sus investigaciones con el telescopio de Monte Wilson que era el más

grande del mundo para la época _ S7 piher nunca se dió cuenta de la relación que había entre sus mediciones y el universo en expansión. Pero -jugó sin embargo un panel especial en la cosmología moderna:

Hubble vio esa relación con toda claridad. Tenía lo que en la vida se conoce con el nombre de toque de genio que significa (dar siempre con problemas importantes). Fué posiblemente el primer astrónomo americano en comprender la-relación que existe entre **LOS resultados de Slipher** y los **conceptos** teóricos **obtenidos por De Sitter** a **partir de las** ecuaciones de Einstein.

La técnica de medir la velocidad de las galaxias requería de gran paciencia y cuidado: Humason, quien era astrónomo autodidacta, tenía una extraordinaria habili-dad para la espectroscopia. -

Mientras Humason medía las velocidades de las galaxias, por los métodos espectroscópicos, Hubble determinaba sus distancias con procedimientos muy ingeniosos y entre ambos realizaron uno de los trabajos astronómicos más importantes del siglo XX .

El problema mayor en ese trabajo era la estimación de las distancias. Una fotografía tomada de una galaxia con el uso de un telescopio no indica la distancia de la misma porque cualquier objeto, por enorme y brillante que sea puede lucir muy pequeño y poco brillante a grandes distancias. Se planteó para esa época la si guiente interrogante: -¿eran las galaxias espirales objetos grandes en el espacio o eran pequeñas porciones de materia que estaban relativamente cerca?. Mientras los astrónomos no podían decidir entre estas dos **posibilidades** no tenían la menor oportunidad de saber el significado de sus grandes velocidades. -

Mientras algunos astrónomos sostenían que las galaxias eran Universos Islas de fantástico tamaño que contenían billones de estrellas, otros no se sentían cómodos con esas ideas y prefirieron sostener la opinión de que las espirales luminosas eran objetos pequeños y cercanos, situados entre las estrellas de nuestra galaxia. -

Fué Hubble quien resolvió esa controversia. Usando primero el telescopio de 200 pulgadas de Monte Palomar fotografió varias galaxias cercanas con gran cuidado y demostró **que** cada una contenía una enorme cantidad de estrellas separadas. Sus fotografías probaron que las galaxias si eran Universos•Islas muy parecidas a la nuestra propia. -

Por el otro lado, puesto que las galaxias contenían tantas estrellas, debían -de ser extraordinariamente grandes pese a que su tamaño aparente observado con el telescopio, era muy pequeño. Esto dio lugar a una importante implicación ya que indicaba que las galaxias se encontraban muy pero muy lejos y fuera de los lí mites de la nuestra. Esta fué la primera indicación clara del enorme tamaño del universo.

¿A qué distancia están exactamente las galaxias ?. Hubble pensó que si podía

conocer esas respuestas podía igualmente resolver el misterio de su recesión, **observado por vez primera por Slipher.**

Hubble usó un método sencillo para determinar las distancias de las galaxias basándose en su aparente luminosidad o brillo. Es similar al procedimiento que usamos a diario para juzgar la distancia de un automóvil, durante la noche, basándonos en el brillo de sus faros.

Mientras más lejos se encuentra el auto más tenue es la luz que observamos.

En esta forma llegó Hubble a obtener mediciones de alrededor de una docena de galaxias cercanas. La mayoría estaban a distancias mayores del millón de años luz. Estas distancias fantásticas eran mayores que el tamaño de la nuestra que tiene un diámetro de 100 mil años luz. Con las distancias obtenidas **previamente y** con las velocidades medidas primero por Slipher y luego **mejoradas** y refinadas por Humason hizo un gráfico de velocidades contra distancias llegando a una extraordinaria y brillante conclusión conocida ahora como la ley de Hubble que dice que mientras más lejos está una galaxia mayor es su velocidad de recesión. **Esta es la ley del universo en expansión y es la misma que primero fue predicha por De Sitter y luego por Friedmann y Lemaitre en base a la Teoría General de la Relatividad.**

Ahora, tanto la teoría como la observación apuntaban hacia un universo en expansión y con un comienzo en el tiempo.

La ley de Hubble es uno de los grandes descubrimientos de la ciencia y junto con los modelos de Friedmann y Lemaitre forman la base del nuevo génesis.

Ahora bien: ¿Por qué se alejan las galaxias con mayores velocidades cuando se encuentran a mayores distancias? Una analogía puede aclarar el significado de la ley de Hubble.

Consideremos una lámina de goma cuadrículada y tomemos el centro de la cuadrícula como referencia. Supongamos ahora que la lámina se expande doblando su tamaño en corto tiempo. Si Ud. se encontraba en el punto de referencia notará que sus puntos vecinos que antes estaban a un metro de distancia ahora se encuentran a dos y los puntos que estaban a diez metros ahora se encuentran a veinte. En el mismo intervalo de tiempo los que estaban a un metro se movieron un metro y los que estaban a diez se movieron diez o sea que su velocidad creció con la distancia.

Esto es en definitiva la ley de Hubble de la expansión del universo. El

Big Bang o la Gran Explosión

¿Qué consecuencias se pueden sacar de ese extraordinario hecho que es la expansión del Universo?

Si las galaxias se apartan de nosotros a grandes velocidades, en alguna época del pasado debían de estar más cerca de lo que están ahora. Si seguimos retrocediendo en el pasado su distancia sigue disminuyendo. Si reversionamos el tiempo

po y nos remontamos más y más en el pasado llega un momento en que las encontramos todas en contacto. Sus materiales se mezclan y finalmente la materia de todo el universo entra en contacto en una densa masa bajo enorme presión y con temperatura en el rango de los trillones de grados. El brillo deslumbrador de la radiación de este denso y caliente universo debe de haber estado fuera de toda descripción. El cuadro descrito anteriormente sugiere la explosión de una bomba de

hidrógeno cósmica. El instante en que esta bomba cósmica explotó, marcó el nacimiento del universo. Lo que estamos presenciando ahora son las consecuencias de esa gigantesca explosión. Esto es, lo que se conoce como la teoría del "Big Bang" o de la "Gran Explosión". Las evidencias sobre esta explosión cósmica surgen de los estudios del movimiento de las galaxias a través del espacio.

La esencia de estos extraños desarrollos es que el universo tuvo, en cierto sentido, un comienzo en el tiempo bajo circunstancias que parecen hacer imposible que se conozcan la fuerza o fuerzas que trajeron al mundo en existencia en aquel momento.

Ahora podemos ver como la evidencia astronómica conduce al punto de vista bíblico del origen del universo. Se difiere en los detalles, pero los elementos esenciales, tanto astronómicos como bíblicos del Génesis, son los mismos: el mundo comenzó abruptamente en un momento definitivo en el tiempo con una gigantesca explosión de radiación.

Muchos científicos no están satisfechos con la idea de que el mundo comenzó de esa manera. Eso es algo más de lo que algunos cosmólogos pueden aceptar por lo que varios de ellos favorecen la teoría del Estado Estacionario del universo. Aunque que los partidarios de esa teoría están de acuerdo en que las galaxias se alejan unas de otras, afirman que ese hecho se puede explicar sin tener que recurrir a la hipótesis de la gran explosión. La teoría del Estado Estacionario sostiene que la materia se crea espontáneamente de la nada, en el espacio vacío, y que dicha materia va formando las galaxias que pasan a ocupar el lugar de las que desaparecen al alejarse de nosotros. De acuerdo al Profesor Fred Hoyle, quien es el principal exponente de la teoría propuesta por Bondi y Gold en la década de los cuarenta, solamente se necesita crear un átomo en un volumen de espacio equivalente a una habitación común cada mil años para reponer toda la materia de las galaxias que se fugan. Igualmente afirma el Profesor Hoyle, que este proceso es suficiente para mantener constante el aspecto del universo. Los partidarios del Estado Estacionario dicen que la hipótesis de la creación espontánea de materia no es de modo alguno más fantástica que la hipótesis de la Gran Explosión o Big Bang.

Las evidencias y descubrimientos recientes hacen casi cierto que la gran explosión si ocurrió en la forma descrita anteriormente, muchos millones de años atrás. Hay casi un común acuerdo de que esa ocurrencia tuvo lugar unos 20 billones

nes de años atrás.

Veamos ahora cuales evidencias justificad la aceptación de la teoría del Big Bang.

En el año de 1948. Ralph Alpher y Robert Hermann predijeron la existencia de la bola cósmica de fuego, o hipótesis del átomo primitivo como lo llamo Leimatre, mientras trabajaban con Georges Gamow en la teoría de la creación de los elementos basados en la teoría del Big Bang.

Alpher y Hermann calcularon que cuando el universo era muy joven su temperatura debía de ser muy elevada y la radiación existente para esa época de tal intensidad que aun hoy en día debía de ser detectable. Por lo tanto, si esa radiación de la bola de fuego pudiera aún ser detectada eso probaría que el universo realmente comenzó con una explosión. En 1945, el Profesor Robert Dicke, de Princeton, llegó a las mismas conclusiones que Alpher y Hermane. Logró inclusive determinar con exactitud, la longitud de onda que debía de tener la radiación remanente del Big Bang en caso de ser detectada con instrumentos muy sensibles.

Por una extraña coincidencia, en el mismo año de 1965, Arno Penzias y Robert Wilson, de los laboratorios Bell, estaban usando una antena muy sensible para escuchar ondas de radio de la vía láctea. Ellos estaban intrigados por un tenue ruido que parecía venir de todas partes del cielo. Cuando supieron de los trabajos de Dicke y luego los de Alpher y Hermann y al comparar las frecuencias y las intensidades de la radiación que detectaban con la predicha por los trabajos de los autores antes mencionados el misterio desapareció.

Habían, sin lugar a dudas, detectado el eco de la creación del universo. Este hecho se convirtió en uno de los mayores descubrimientos astronómicos de los últimos 500 años.

Basándose en esos descubrimientos, los científicos pueden ahora imaginarse observar un universo, aún en expansión, que comenzó hace 20 mil millones de años y que se extiende en una distancia de 20 mil millones de años luz. Contiene unas 100 mil millones de galaxias o universos islas y cada galaxia contiene 100 mil millones de estrellas. Al mirar al firmamento percibimos un universo cuadrimensional con el tiempo como cuarta dimensión.

-La Creación de los Elementos

Lo descrito anteriormente representa sin lugar a dudas una extraordinaria teoría de la creación pero plantea una serie de interrogantes de gran interés e importancia:

¿ Porqué comenzó el universo con una explosión ?. ¿ Qué habla antes del momento de la explosión ?.

La ciencia no puede responder por ahora, esas interrogantes puesto que las ecuaciones de que disponemos rehusan decirnos o revelarnos lo que había antes de la gran explosión y la mayoría de los científicos se niegan a especular.

Si bien es cierto que no sabemos lo que pasó realmente antes del momento te ro podemos sin embargo-predecir con bastante certeza lo que pasó después de ese momento. Como veremos en el desarrollo matemático de los capítulos posteriores nuestra historia sólo puede comenzar 10^{-13} segundos después de la gran explosión debido a las limitaciones que impone la mecánica. cuántica. Para ese tiempo, cono ciclo también como tiempo de Planck, la densidad del caldo cósmico tenía un valor de 10^{90} ton/cm³ y todo el, universo estaba comprimido en el espacio que hoy ocupa un núcleo atómico.

A la mente humana le cuesta imaginarse cantidades tan grandes como 10^{90} y tan pequeñas como el de un núcleo atómico.

Los valores de la. temperatura y presión eran tan elevados, en un-universo de radiación pura, que las partículas elementales se creaban y destruían a partir de la energía pura.

El universo se expandió rápidamente y cuando alcanzó la edad de un segundo su densidad, que había ten-do un valor inmensamente. grande (10^{90} ton/cm'), se había reducido hasta alcanzar la densidad del agua ,y su temperatura había disminuido-un' billón de grados.

Para ese momento, los componentes de la materia como los electrones, protones, neutrones y sus homólogos de la antimateria se condensaron a partir de la radiación caliente existente.

A medida que el universo se expandía su temperatura bajaba. -Cuando esta alcanzó los 10 millones de grados los protones y los neutrones se unieron en grupos. de cuatro para formar los núcleos.de helio.. Todo esto sucedió cuando. el universo tenía apenas 3 minutos de edad. -'

Los cálculos indican que aproximadamente el 30% del hidrógeno se transformó de esa manera en helio durante los tres primeros minutos de la existencia del universo.

Para el momento en que el helio estaba formado y el próximo paso se debía dar, la densidad y la temperatura habían descendido tanto que la brecha no pudo ser cruzada..

La teoría del universo en expansión explica la presencia del hidrógeno y del helio, los dos únicos elementos que se formaron a partir de la radiación primitiva, pero no puede explicar la existencia de los otros elementos químicos como el oxígeno, hierro, etc.

Sólo la teoría del nacimiento, evolución y muerte de las estrellas, que veremos más adelante, puede explicar la presencia de los demás elementos químicos.

Después de los tres primeros minutos, nada sucedió durante el próximo millón de años. Un manto de radiación, que quedó de la bola de fuego cósmica actuó como una espesa niebla impidiendo todo tipo de visibilidad.

Las partículas elementales, se movían erráticamente en ese manto de radiación, produciendo colisiones, algunas veces con otras partículas y otras veces con bolsones de energía radiante.

Cuando el universo alcanzó el millón de años de edad, aparecieron los átomos por primera vez.

Un átomo de hidrógeno consiste, de acuerdo al modelo clásico, de un electrón que gira alrededor de un núcleo.

Cuando el universo era muy joven y muy caliente cualquier electrón que era capturado por un núcleo atómico era igualmente expulsado de inmediato de su órbita por colisiones e impactos de otras partículas debido a las altas temperaturas reinantes.

Pero pasado el millón de años la temperatura había descendido lo suficiente, debido a la expansión, como para permitir que los electrones pudieran permanecer en órbita después de capturados. Desde ese momento en adelante parte de la materia del universo consistía de átomos.

Al mismo tiempo la oscura niebla de radiación, mencionada anteriormente, se había disipado dejando transparente al espacio.

Cualquiera que sea la capacidad de los telescopios nunca seremos capaces de mirar lo que pasó en ese primer millón de años debido a esa niebla de radiación.

Con el paso del tiempo y después del primer millón de años el universo continuó expandiéndose y su temperatura descendió lo suficiente como para permitir que la materia se condensara en galaxias y dentro de estas en estrellas.

Las galaxias y dentro de estas las estrellas, empezaron a formarse cuando el universo alcanzó el billón de años.

Se necesitaron tres minutos para formar los núcleos de hidrógeno y helio, un millón de años para la formación de esos átomos y tres mil millones de años para formar al hombre.

Nacimiento, Evolución y Muerte de las Estrellas

Cuando observamos las estrellas o galaxias lo que hacemos es penetrar en el

pasado mirando billones de años hacia atrás. Es posible que muchas de las estrellas que vemos ahora han dejado de existir hace millones de años. Como lo dijo Andre Schwarz Bart en su novela " El Último de los Justos " nuestros ojos observan la luz de estrellas muertas.

Mientras algunas estrellas mueren otras nacen. En nuestra galaxia y en otras aún por descubrir las estrellas pasan por continuos ciclos de nacimiento, vida y muerte al igual que todo lo que existe en el universo.

Los embriones de las estrellas son grandes nubes de gas y polvo sideral que flotan en el espacio interestelar. Al igual que las nubes que se formaron inmediatamente después de la gran explosión estas consisten mayormente de hidrógeno.

Una estrella nace cuando ciertas fuerzas, quizás algunas ondas de choque, empujan suficiente hidrógeno de manera que las moléculas se acercan lo suficiente para que la gravedad recíproca las atrape. Como resultado de esto, un bolsón de gas condensado se forma, con diámetro de trillones de kilómetros, en el borde de la nube más grande.

Bajo la influencia de su propia gravedad el bolsón de gas empieza a contraerse dando lugar a que la temperatura y presión de su centro se eleven hasta convertirse en una estrella embrión.

Este proceso continúa por unos 10 millones de años durante los cuales la nube se comprime hasta alcanzar un diámetro cercano a los dos millones de kilómetros. Cuando esto sucede la temperatura en el centro de esa esfera gaseosa ha alcanzado el valor crítico de los 20 millones de grados que es la temperatura necesaria para causar la fusión: el proceso que se produce en la bomba de hidrógeno. Estas enormes temperaturas hacen que el hidrógeno se fusione en helio liberando en el proceso fantásticas cantidades de energía.

Un proceso como el descrito ocurre actualmente en la Nebulosa de Orión en la cual se observa una parte iluminada de una gigantesca nube de gas y polvo sideral. Algunas de las estrellas de esa nebulosa son de formación reciente ya que sólo tienen unos 100 mil años de edad. Son meros infantes medidos con los patrones estelares.

La fusión del hidrógeno, para formar helio, marca el comienzo de un largo y estable período en la evolución de una estrella: una combinación de adolescencia y edad adulta, lo que constituye el 99% de la vida de un astro del tamaño de nuestro sol.

Durante todo ese tiempo la fantástica cantidad de energía que se produce en el centro de la estrella por fusión nuclear, neutraliza a su fuerza de gravedad e impide la contracción y el colapso gravitacional. Como cada cosa tiene un principio y un fin la muerte es la última etapa en la vida de un astro. El tiempo de vida de una estrella depende del tamaño de su masa. Generalmente las que tienen

grandes masas viven menos que las de masas menores. Estrellas con masas mayores que las del sol queman su combustible muy rápido y mueren jóvenes., Por ejemplo: una estrella con una masa 100 veces la del sol se quema 1.000 veces más- rápido y sólo vive unos 100 millones de años. El sol, que tiene unos 5.000 millones de años, está solo en su punto medio de vida.

Las estrellas más-pequeñas son las Matusalén de la comunidad celeste. Cual quiera de ellas con masa igual a un decimo la del sol pueden vivir trillones de años.

El principio del fin viene cuando laestrella ha consumido gran' parte del-tri drógeno de su núcleo y comienza a quemar el hidrógeno de-sus capas externas. Es to causa que el astro se torne gradualmente rojo y aumente unas cien -veces -su ta maño, liberando en el proceso tremendas cantidades de energía. Ese estado de una estrella se conoce con el nombre de gigante roja. Betelguese, en la constelación de Orión, es una gigante roja de ese tipo. Cuando el sal sufra esa metamorfosis y 'se expanda hasta convertirse en gigante roja envolverá a Mercurio y Venus y va porizará a la Tierra. Para ese tiempo, unos 5 mil millones de años desde ahora, los descendientes-del hombre, si los hubiera, habrán encontrado un hogar, en al gún otro lugar del espacio.

La fase de gigante roja dura hasta que el hidrógeno de las capas al rededor del núcleo se queman.

Esta fase puede durar unos mil millones de años. La etapa que sigue es de-cor ta duración. Al quemarse el hidrógeno, la estrella queda privada de la presión de radiación que equilibraba la fuerza de **gravedad**, por lo que se contrae violen. tamente, elevando en el proceso la temperatura del núcleo hasta unos 200 millo nes de grados. Esta temperatura es suficiente para encender el helio el cual se convierte en carbono **debido** al **proceso** atómico **que** tiene **lugar** en el núcleo de las estrellas. La energía de radiación, que se genera, es tan grande que hace que le estrella se convierta nuevamente en gigante roja pero con una velocidad 10D ve ces mayor que la primera vez. Lo que pasa después, de que el helio, se consume de pende del tamaño de la estrella. Si la masa no es mayor que cuatro veces la del sol su **segunda fase de gigante** roja **puede** ser su fase final o sea su muerte.

AT contraerse de nuevo, debido a su **propia gravedad**, la compresión no **produce** el calor suficiente para iniciar la reacción atómica del carbono y convertirlo en elemento más pesado. Mientras la temperatura interna aumenta, sin encender al car bono, la envoltura exterior se expande y enfría. Como la gravedad no es suficien te para 'mantener esa capa **debido** a su gran distancia del núcleo esta. se disipa como una ola de gas en el espacio. Todo lo que queda es el núcleo; que continua **contrayéndose por** su **propia gravedad hasta alcanzar** un tamaño similar al de la tierra pero con una densidad de miles de toneladas por centímetro cúbico. El re

sultado de este proceso es lo que se conoce con el nombre de enana blanca; más caliente que la superficie del sol y lista para comenzar un largo período de seni litud estelar.' Mientras pasan los milenios, lá enana blanca disipa gradualmente su elevada temperatura, cambiando en el proceso su color de amarillo a rojo para luego enfriarse por completo. Lo que queda se conoce como enana negra que no es otra cosa que una escoria fría en la tumba del espacio.

Muchas estrellas grandes logran perder parte de su masa, cuando se expanden hacia la fase de gigante roja, en forma de gas y polvo sideral. Si logran perder suficiente masa pueden morir tranquilamente como enanas blancas y por supuesto como 'enanas negras.

Las estrellas con masa mayor a cuatro veces la del sol pueden tener un fin ml cho más dramático. En esas estrellas gigantes, la fusión no termina cuando el he lio se ha convertido en carbono.

A muchos astros masivos el fin-les llega en forma de catástrofe que se conoce con el nombre de supernova. Esto sucede cuando el núcleo de carbono, obtenido por la fusión del helio explota y los elementos previamente producidos se disparan en el espacio.

Las estrellas con masa mayor a ocho veces la del sol sufren más ciclos de ex pensión y contracción en los cuales se produce la fusión del hidrógeno en helio, el helio en carbono, el carbono en magnesio luego en silicio, sulfuro, cobalto, níquel y finalmente en hierro.

En cada uno de esos ciclos la fusión de los elementos se producen debido a que la gravedad es lo suficientemente grande como para elevar la temperatura a fantás ticos valores. Cuando la estrella ha formado un núcleo de hierro su suerte está sellada debido a que la gravedad no es suficiente para causar la fusión de los nú cleos, densamente empaquetados, del hierro. En lugar de producirse el equilibrio por un nuevo fuego nuclear, la gran masa de la estrella continua cayendo hacia el núcleo debido a que es incapaz de resistir la fuerza de su propia gravedad. Este evento es también catastrófico ya que en cuestión de segundos la estrella, que ha vivido millones de años, se derrumba con un devastador hundimiento y la mayor par te de su materia se aplasta formando una pequeña esfera de increíble densidad. Co mo un resorte gigante, la estrella rebota de ese colapso en una masiva explosión y el resultado es otro tipo de supernova que dispersa a la mayor parte de los ele mentos, que ha fabricado durante toda la vida, en el espacio. Tan grande es la luz de esa fantástica explosión que por corto tiempo es más brillante que el de la to tal jidad de la galaxia que tiene billones de estrellas. La última supernova observada en nuestra galaxia fué la que vió Kepler en 1604.

Lo que queda después de esa explosión depende nuevamente del tamaño de la es trel la.

En su agonía de muerte puede dejar atrás una pequeña esfera que gira rápida

mente, de increíble densidad, con diámetro de unos 10 Kms y que consiste entera mente de neutrones densamente empaquetados. Este objeto se conoce con el nombre de estrella de neutrones o pulsar.

Una estrella de neutrones se ha localizado en la Nebulosa del Cangrejo, que es una nube resplandeciente que aún se expande, y producida por una supernova observada, por los chinos, en el año de 1054.

El pulsar o estrella de neutrones se forma a partir del núcleo de hierro que la gravedad comprime de tal modo que hace que los electrones penetren en los núcleos de los átomos convirtiéndolos en neutrones.

Una estrella muy masiva puede aún tener un fin mucho más extraño. Impulsada por su propia y enorme gravedad colapsa a través de su etapa de estrella de neutrones, comprimiendo toda la materia en un volumen tan pequeño que virtualmente deja de existir.

La gravedad de esa materia supercomprimida es tan grande que nada, ni siquiera la luz, puede escapar de allí. Toda evidencia externa de su presencia desaparece y lo que otrora fue una gigantesca estrella es ahora sólo gravedad. Todo lo que cae en eso, que el astrofísico John A. Wheeler llamó "Agujero Negro", queda aplastado y fuera de la existencia.

Agujeros Negros

El pronóstico de los agujeros negros se remonta al siglo XVIII cuando, en 1798, Laplace dijo que un cuerpo suficientemente denso podría hacerse invisible debido a que su enorme gravedad era capaz de impedir el escape de la luz.

Sin embargo el verdadero estudio sobre los agujeros negros comienza en el año de 1950 cuando el astrofísico hindú Subrahmanyan Chandrasekhar realizó cálculos relacionados con estrellas moribundas. Usando las ecuaciones de la relatividad general de Einstein trató de determinar si el colapso gravitacional de las estrellas podía seguir más allá de la fase de enanas blancas. Los resultados obtenidos dieron una respuesta afirmativa y eran tan fantásticos que el propio Chandrasekhar, no sin fundamento, temió que nadie de la comunidad científica creería en los mismos.

Al leer el trabajo de Chandrasekhar, Eddington llegó a la conclusión que una estrella deseguirse contrayendo, haría que su campo gravitatorio fuera tan grande que ni siquiera la luz podría escapar por lo que la misma se haría totalmente invisible y por esta razón consideró tales resultados como inimaginables y absurdos.

La actitud de Eddington era típica en esos días. Nadie dudaba que objetos tan densos como las enanas blancas existían, porque ya habían sido identificadas en el espacio, pero no había evidencia directa de la existencia de estrellas más pequeñas.

La única insinuación de que podía haber objetos.. más densos vino indirectamente de las observaciones de los astrónomos Zwicky y Baade.. Estos demostraron que grandes explosiones estelares se producían en otras galaxias (y presumiblemente en la nuestra) de manera que los astrónomos tenían ahora algún material sobre el cual especular al menos en lo que respecta a las supernovas.

Los estudios pioneros de Chandrasekhar, sobre colapso gravitacional, no fue ron sin embargo totalmente ignorados. En los años siguientes a sus descubrimientos otros científicos continuaron investigando-Sobre el tema. Es interesante se ñalar que todos eran físicos y que posteriormente hicieron aportes fundamentales en el desarrollo de las bombas atómicas y de hidrógeno, lo que quizás indica que estudios tan teóricos como el de las estrellas pueden señalar el camino para ob tener resultados prácticos en la tierra. Un papel importante en estos trabajos, sobre el colapso gravitacional de las estrellas, lo jugaron Lev Landau, George Ga mow, J.Robert Oppenheimer y Edward Teller cuyos aportes al desarrollo de las bombas A y H son por todos conocidos.

Al considerar el incremento que se produce en la fuerza de gravedad de una es trella,,en colapso todos estuvieron de acuerdo que su magnitud podría llegar a un valor tan grande que fuera suficiente para vencer las fuerzas repulsivas normales que existen entre los electrones y protones de los átomos y convertir a estos en neutrones. ¿ Pero qué sucedería si la fuerza de gravedad creciera aún más durante el colapso y sobrepasara la fase neutrónica ? ¿ Podrían los neutrones altamente compactos triturarse y convertirse en una forma aún más compacta de la mate ría ?.

Formuladas estas interrogantes, Oppenheimer, para entonces profesor de la Universidad de California en Berkeley y uno de sus estudiantes, Hartland Snyder pro porcionaron una asombrosa respuesta. Ellos dijeron que nada había en las ecuaciones de Einstein que pusiera freno alguno al colapso gravitacional. Si la masa original de la estrella era lo suficientemente grande, su fuerza de gravedad podría inclusive triturar a su fase de neutrones.

Durante un colapso tal, todas las reglas y leyes físicas conocidas dejan de existir produciendo lo que los físicos llaman una singularidad en el espacio - tiempo.

Mientras la estrella se comprime y reduce en tamaño, la densidad de su masa se hace inmensamente grande así como su fuerza de gravedad. En el interior del as tro,en colapso, la materia pierde todas sus características conocidas. los electrones. y protones en los átomos se funden para convertirse en neutrones.

Al seguir aumentando la densidad hasta exceder finalmente los 10 billones de toneladas por pulgada cúbica, los neutrones son triturados en fragmentos más pequeños y nada puede ahora impedir el colapso.

A medida que el 'diámetro de la estrella se reduce, el tiempo se hace más lento de manera que un segundo se convierte en una, eternidad. La idea de espacio tal como la conocemos pierde totalmente su sentido.

'La luz y cualquier otra radiación electromagnética quedan atrapadas por este inmenso campo gravitatorio sin que exista posibilidad alguna de escape. Los teóricos relativistas, para quienes la gravedad es una curvatura del espacio-tiempo ven en ese campo gravitatorio tan poderoso una curvatura del espacio que se envuelve así misma. La gigantesca estrella se ha convertido en un " agujero negro " en el espacio.

Cualquier cosa cerca de un agujero negro siente se poderosa atracción gravitacional.

Una nave espacial con motores, muy poderosos puede quizás aproximarse bastante, cerca al agujero negro siempre y cuando permanezca fuera de su " horizonte evento to absoluto". Este es el punto de no regresar porque una vez cruzado nada puede escapar de allí. Este horizonte evento se conoce también con el nombre de radio de Schwarzschild dado en honor del físico Karl Schwarzschild quien fue el primero en integrar las ecuaciones de campo de Einstein y obtener estas singularidades.

Para un agujero negro típico el radio de Schwarzschild no pasa de los 3 Kms. Para la tierra el radio es de 8 mm.

Es de *hacer* notar que el agujero negro en si no tiene límites, en el sentido usual. Si un rayo de luz pasa cerca del evento horizontal, pero no lo cruza, puede entrar en órbita alrededor del mismo. La región en la cual una captura tal ocurre se llama ergoesfera (del griego ergon que significa trabajo). Si nada puede turbar su paso, la luz puede circular alrededor de la-estrella colapsada indefinidamente. Dentro del. horizonte evento no hay posibilidad alguna de escape. Si un objeto cualquiera *ya* sea una partícula de luz, una nave espacial o inclusive un planeta entero es absorbido por este potente campo gravitatorio sus moléculas y átomos, inclusive las subpartículas atómicas son totalmente destruidas. Todo el proceso toma una fracción de segundo.

Las leyes básicas de la física que dicen que la materia o la energía no pueden ser destruidas sólo son aplicables al universo observable. Pero en un agujero negro, que es una singularidad en el espacio-tiempo, -las reglas convencionales de la física y la matemática dejan de tener sentido. Es un mundo que está fuera de nuestra experiencia. Todo lo que penetra en un agujero tal ha entrado en otro mundo.

Si los agujeros negros no dejan escapar la luz o cualquier otra forma de energía o radiación como pueden ser detectados.

Algunos astrónomos han sugerido ciertos métodos para detectar a esos agujeros negros. Uno de esos- métodos consiste en examinar sistemas de estrellas dobles. Al detectar una estrella que gira alrededor de otra no visible y cuya masa es cuan

do menos tres veces la del sol, existe la sospecha de que la compañera invisible puede ser un agujero negro. Pero esto no es más que una mera sospecha de la existencia de un agujero negro. Se necesitan por supuesto más evidencias, para detectar algo que no se puede ver ni escuchar. En 1967 dos astrofísicos rusos, Yakov Yel'dovich e I.D. Novikov señalaron que el poderoso campo gravitatorio de un agujero negro no sólo ejercía una **gran** fuerza de **atracción sobre la** estrella compa mera visible sino que igualmente atraía una gran cantidad de gas de la misma. Si guiando una trayectoria en espiral, hacia el agujero negro, las partículas del gas coliden y se comprimen en una forma tan violenta que su temperatura se eleva a 100 millones de grados. Ese inmenso calor debe producir grandes cantidades de rayos X y rayos gamma de alta energía. Para un observador en la tierra, esos rayos parecen venir en ráfagas debido a que al pasar detras de la estrella visible estos se bloquean por algún tiempo como en un eclipse.

Ni los rayos X ni los rayos gamma, provenientes del espacio, pueden ser observados desde la tierra porque la atmósfera terrestre actúa como un escudo contra estas radiaciones las cuales tienen que ser detectadas a grandes alturas.

El primer esfuerzo serlo para medir esas radiaciones, provenientes del espacio, comenzó en el año 1949 cuando Herbert Friedman del Laboratorio de Investigación Naval de Washington comenzó a enviar cohetes V-2, capturados en Alemania y provistos de detectores de rayos X. En esos experimentos encontró que el **SOL** es un fuerte emisor de rayos X especialmente durante las épocas de erupción de manchas. Luego los científicos descubrieron, que de todo el firmamento venían rayos X por lo que concluyeron que algo diferente al sol debía estar produciendo dichos rayos.

Se empezaron a encontrar tantas fuentes emisoras de estos rayos, en el espacio, que se creó una nueva especialidad llamada astronomía de los rayos X. Los cohetes empezaron a ser inadecuados para estos estudios debido a su poca permanencia en el espacio por lo que se sustituyeron por satélites artificiales.

El primer satélite para *ese fin* **fué** lanzado por la IASA en 1970.

Con una rotación cada 12 minutos y equipado con telescopio de rayos X, el sa **télite** enviaba su información a un centro de control en la tierra dirigido por Ro **berto** Giacconi y su grupo, en Cambridge Massachussetts. En año y medio de operaciones del Uhuru, que así se llamaba-el satélite, se detectó no menos de 161 fu **entes** de rayos X, en el firmamento.

De estos al menos dos parecían ser parte de un sistema de estrellas binarias, Centauro X-1 y Hércules X-1, en el cual uno de los socios o compañeros podía ser una estrella de neutrones o pulsar. Los rayos X llegaban cada 4.8 segundos de Centauro X-1 y cada 1.23 segundos de Hércules X-1. Al igual que los agujeros negros las estrellas de neutrones, presumiblemente atraen los gases de sus compañe

ros grandes debido a su extraordinaria fuerza de gravedad. Pero aquí termina la similitud con los agujeros negros: los gases siguen las líneas del campo magnético que rodea a los pulsares mientras que los agujeros negros no tienen campo magnético a su alrededor ya que toda la energía está atrapada en su interior.

Puesto que los gases atraídos por los pulsares se aproximan a estos con grandes velocidades, su temperatura se eleva lo suficiente como para emitir rayos X pero debido a la existencia de un campo magnético estos rayos son enfocados en lugar de ser dispersados en todas las direcciones.

Al no tener campo magnético, los agujeros negros no podían emitir rayos X de la misma manera que los pulsares. Las ráfagas provenientes de agujeros negros no podían ser tan cortos como los provenientes de Centauro X-1 y Hércules X-1 ya que parece inconcebible que un agujero negro pudiera girar alrededor de su estrella compañera en pocos segundos. Los pulsares emiten los rayos X debido a su rápida rotación.

Ya que Hércules X-1 y Centauro X-1 estaban virtualmente descartados como agujeros negros el catálogo incluía un nuevo emisor sospechoso: Cisne X-1. Después que el satélite Uhuru examinó cuidadosamente la fuente de emisión en la constelación del Cisne, los radio astrónomos apuntaron sus antenas hacia el área de fuerte emisión y obtuvieron una mejor información. Finalmente los astrónomos ópticos enfocaron hacia una estrella de la clase 3 de supergigantes designada como HD 226868 cuyo tamaño es igual a 20 masas solares. Esa estrella se estaba moviendo, en forma errática en el espacio debido probablemente a una compañera invisible. A partir de esos movimientos los astrónomos calcularon que esa supergigante, que estaba a 8 mil años luz, tenía una compañera invisible de 3 o más masas solares.

Ese tamaño está en el límite de los agujeros negros. Más evidencias se obtuvieron en el año de 1973 con un satélite de rayos X llamado Copérnico. Equipado con detectores más precisos, Copérnico determinó que los rayos X de Cisne X-1 decrecían fuertemente cada 5.6 días. De acuerdo a los estudios espectrales de los astrónomos ópticos, el intervalo coincidía con el tiempo que necesita el supergigante invisible para hacer una revolución alrededor de su compañera más grande.

Para muchos astrónomos, en el mundo entero, el cuadro parecía claro. Cada 5.6 días el agujero negro pasa detrás de su estrella compañera cortando el flujo de los rayos X con lo cual, aparentemente, se explica la fluctuación periódica de estos. Aunque lejos de tener una prueba contundente, estas observaciones proveen la mejor evidencia, obtenida hasta ahora, para la existencia de un agujero negro.

A partir de esa fecha el equipo de Giacconi, que ahora forma parte del centro Smithsonian - de Astrofísica de Harvard, identificó un posible segundo agujero negro en otra fuente de rayos X llamada Circinus X, en los cielos del hemisferio sur.

Otro candidato a agujero negro es Cisne X-3 cuya emisión periódica de rayos X incrementó de pronto su potencia, en 1972, en 200 veces. Algunos astrónomos pien san que ese drámatico aumento puede ser el resultado de una supernova.

En años recientes los teóricos han sugerido que los agujeros negros pueden e xistir en pequeños paquetes como resultado de procesos diferentes al del colapso de una estrella. De acuerdo al astro-físico Británico Steohen Hawking los mini. agujeros negros no serían mayores que el tamaño de un virus pero con una masa tan grande como la de un asteroide. Estos agujeros negros se habrían formado al co mienzo del universo durante el Big Bang o gran explosión.

De acuerdo a Hawking, la gran explosión pudo haber creado bolsones de materia altamente comprimidos dando así lugar a mini agujeros negros que aún andan errantes en el espacio.

Basándose en las ideas de Hawking algunos científicos sugieren que la misteriosa bola de fuego que afectó una gran extensión en Tunguska, Siberia, en 1908 pu do haber sido causado por un mini agujero negro aunque la explicación convencional na-1 señala como causante de ese fenómeno a un meteorito.

No todos los científicos aceptan a los agujeros negros y muchos dudan de su existencia. Ellos dicen que pueden haber otras explicaciones al comportamiento de los rayos X de la estrella Cisne X-1 o de fuentes similares.

El propio Giacconi dice: " Sería bastante difícil probar la existencia de es ta nueva clase de objetos con- un solo ejemplo " pero muchos astrónomos sostienen que si estas observaciones no son el resultado de agujeros negros deben al menos ser el resultado de algo tan extraño como los mismos agujeros negros.

El Fin del Universo

La teoría del Big Bang dice que el universo nació hace unos 20 mil millones de años a partir de una explosión de materia densamente comprimida y extraordinariamente caliente. Muchos signos en el espacio confirman este escenario. Por razo nes tanto de tipo teórico como filosófico algunos cosmólogos no pueden creer que la expansión, que ahora se observa, continuará para siempre.

Sostienen que la misma irá disminuyendo gradualmente, llegará a pararse y se revertirá al igual como lo hace una pelota que se lanza al espacio. Cuando ocurra la reversión, todas las partes del universo; galaxias, estrellas, planetas y hasta el polvo interestelar con el tiempo se juntarán y triturarán de nuevo.

En 1960 el astrónomo Alan Sandage dio una especie de programa para la evolución del universo. De acuerdo a sus estimaciones tentativas todo el proceso, des de el Big Bang hasta el nuevo-colapso, deberá tomar unos 80 billones de años. Las cifras de Sandage no presentaban por supuesto peligro alguno, pero sí un desafío a los cosmólogos.

- -

i si la expansión del universo está disminuyendo cuáles son las causas de es

te disminución ?.

La respuesta obvia a esta pregunta es por supuesto, la gravedad, que es la fuerza que mantiene unida a la materia en el universo. Sin embargo investigaciones recientes señalan de que no existe suficiente masa para producir la gravedad necesaria para contener la expansión.

Algunos científicos han sugerido que la masa que falta puede estar oculta en las grandes; nubes de materia que existen entre las estrellas, otros sugieren que la masa que falta puede estar contenida en los agujeros negros que aunque invisible se hacen sentir por medio de la gravedad.- Estas soluciones no son aceptadas por todos los científicos. Algunos, incluyendo al propio Sandage, basándose en nuevas investigaciones, han sugerido que el universo es abierto es decir que no tiene suficiente masa para contener la expansión y por lo tanto esta continuará para siempre. Estos descubrimientos y afirmaciones han causado muchos debates.

Los teóricos del universo cerrado dicen que los datos obtenidos hasta ahora son imprecisos y pueden interpretarse de otra manera por lo que la expansión llegará a su fin. Este hecho no sólo juntaría de nuevo a todas las partes del universo sino, que en opinión de muchos teóricos imaginativos, esta teoría podría causar que otros eventos aun más fantásticos sucedieran.

Al acercarse las galaxias, cuando la expansión se invierte, la dirección del tiempo también podría invertirse y en lugar de emitir luz las estrellas la absorberían. Al acercarse lo suficiente se desintegrarán y, sus elementos se convertirán nuevamente en hidrógeno, el mismo que sirvió para su formación original.

Para el observador externo (si este pudiera existir) el proceso vital debería ser más joven en lugar de envejecer y terminaría en el vientre en lugar de la tumba.

Para algunos astrónomos el universo seguirá un proceso oscilante - es decir, **'que el Sig-Bang'** se repetirá cada cierto tiempo en la forma descrita previamente..

Otros científicos, como John Wheeler, creen que el universo entero colapse su finará en un agujero negro sin que esto signifique **gro**) se puede convertir en túnel con salida a ya que este, (agujero no un punto diferente en el espacio-

tiempo. Extraño como **puede** parecer el agujero **negro se puede** convertir en un pasaje a otro universo. La anterior afirmación está implícita en las ecuaciones que describen estos fenómenos.

Ideas como las anteriores no están descartadas por los teóricos que como Wheeler, piensan que nuestro universo puede ser uno de una infinidad, en un mundo extraño que el llama **superespacio**. El superespacio de Wheeler no tiene las tradicionales 4 dimensiones sino una infinidad de dimensiones y al igual que nuestro universo, el superespacio no tiene comienzo ni fin.

En este mundo- eterno, nuestro universo de galaxias y estrellas, representa

sólo un punto en el espacio-tiempo de infinitas dimensiones. Wheeler compara el superespacio a una inmensa rueda con diferentes escenas. El drama de nuestro universo; su nacimiento, expansión y muerte se juegan en uno de esos escenarios. En alguna otra parte del superespacio el drama de nuestro universo se puede desarrollar en diferentes escenas. Algunos científicos han sugerido que si los agujeros negros son túneles a otros puntos del espacio-tiempo, quizás puedan ser usados en el futuro para conquistar grandes distancias. Estas especulaciones se parecen a los alabes espaciales imaginados por los escritores de ciencia ficción. La idea de que diferentes partes de nuestro universo así como otros universos pueden estar conectados por una red de agujeros o túneles ha sido considerada por científicos serios. Algunos han sugerido inclusive que estos túneles puedan ser el origen de los quasars: objetos celestes que generan fantásticas cantidades de energía totalmente fuera de toda proporción a su tamaño. Desde el punto de vista de estos científicos, los brillantes quasars pueden ser los puntos de salida de estrellas y galaxias que han colapsado en otros universos y están emergiendo en el nuestro. Estas puertas de salida han sido llamadas por algunos agujeros blancos.

Existe sin embargo considerable escepticismo entre algunos físicos sobre estas teorías como también sobre la existencia de los agujeros negros.

Si no existen los agujeros negros la teoría de la gravitación de Einstein deberá ser reducida a chatarra o revisada drásticamente. Algunos físicos hacen bromas al respecto cuando dicen: o existen los agujeros negros o existen agujeros en la teoría de la relatividad. Wheeler, entre otros, no piensa que existen huecos en la teoría de la relatividad. Concibiendo la formación de un agujero negro como sólo un previo al propio colapso de nuestro universo se argumenta de que el mismo será comprimido y emergerá como algo totalmente diferente en otro espacio. En este nuevo universo el tamaño y forma de las partículas elementales así como la velocidad de la luz y la aceleración de la gravedad tendrán probablemente valores y configuraciones totalmente diferentes. Dice Wheeler que este nuevo universo no será permanente: estará también destinado a colapsar con el tiempo y renacerá en una forma diferente y de esta manera el universo o los universos nacerán y morirán en su marcha hacia el infinito.

Esta es en pocas palabras, la grandiosa visión de John Wheeler y sus colegas. Casi mística en su concepción estas ideas demuestran en que forma se han acercado la ciencia y la religión. Ambas tratan de descifrar los misterios básicos: ¿Cómo comenzó el universo? ¿Cómo va a terminar? ¿Hay alguna existencia más allá del fin? Estas preguntas en sí pueden nunca ser respondidas con precisión pero el sólo hecho de poder formularlas hacen que el hombre pueda aprender algo más sobre sí mismo, su mundo y su destino.

El esfuerzo por entender estos misterios es una de las pocas cosas que ele va al ser humano sobre el nivel de la farsa en que vive y le da algo de gracia a

su tragedia.

DISTANCIAS Y ESPECTROS

2

DISTANCIAS Y ESPECTROS

Distancias Cósmicas

Debido a las enormes distancias entre estrellas y más aún entre galaxias hace que se use generalmente como unidad de medida el año luz que es igual a la distancia que recorre ésta en un año con una velocidad $c = 2.998 \times 10^8$ mst/seg. La luz le da siete vueltas a la tierra en un segundo.

Otra medida de distancia muy usual es el parsec que quiere decir 'paralaje segundo'. La palabra paralaje se refiere al semiángulo usado en las mediciones astronómicas por triangulación.

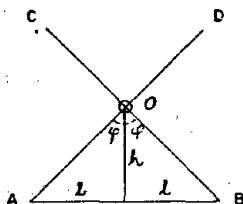


FIG. 2.1.- DIAGRAMA PARA MEDICION POR PARALAJE

Las mediciones por paralaje se determinan en la forma siguiente: sea O A.B un triángulo en el cual la base A B tiene una longitud igual a 2.1.

Si nos movemos de A hacia B la posición de O sufre un desplazamiento aparente en relación a los objetos lejanos C y D que generalmente son estrellas fijas. Si el desplazamiento angular de O es 2ϕ entonces h se obtiene a partir de la fórmula elemental

$$\sin \phi$$

$$=$$

$$z.1$$

debido a que en la mayoría de los casos θ tiene un valor muy pequeño. El ángulo

θ se llama el paralaje de θ relativo a A B.

El método del paralaje sirve para realizar mediciones de distancias cortas como las del sistema solar o de estrellas cercanas. El método se hace inadecuado a partir de distancias mayores de los 100 años luz.

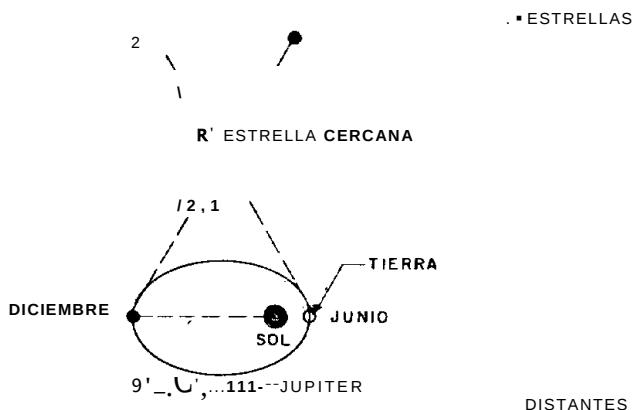
Cuando las mediciones se hacen dentro del sistema solar se usa como base una distancia conocida entre puntos de observaciones terrestres como puede observarse en la figura 2.2.



Si la distancia, que se mide, es la de una estrella cercana, se usa como base de triangulación el eje mayor de la elipse que describe la tierra en su recorrido alrededor del sol como puede observarse en la figura 2.3

ESTRELLAS FIJAS

FIG. 2 3 PARALAJE DE UNA ESTRELLA CERCANA: UNA ESTRELLA CERCANA SE OBSERVA EN INTERVALOS DE SEIS MESES.



Las distancias dentro del sistema solar se obtiene hoy por métodos más precisos como lo son el uso del radar o los rayos laser.

Las distancias a estrellas o a galaxias lejanas se determinan por métodos diferentes a los trigonométricos. Entre esos métodos el más usual es la luminosidad o brillo aparente.

La luminosidad absoluta L de una estrella o galaxias se define como la potencia total emitida o radiada por esta en vatios. La luminosidad aparente se define como la potencia radiada que atraviesa a la unidad de área del observador, normal a su visual:

Si D es la distancia a la fuente luminosa (estrella o galaxia) las magnitudes, L , R y D están relacionadas por la fórmula $L = 4\pi D^2 R$ de donde

$$R = \frac{L}{4\pi D^2} \quad (2.1)$$

La distancia D se puede obtener a partir de mediciones de R siempre y cuando se conozca el valor de L y esto no es generalmente el caso.

Sin embargo, existen ciertas clases de objetos de los cuales conocemos L , aun que no con una gran precisión y que usamos como bujías tipo. Entre estos objetos podemos citar a las estrellas de brillo variable llamado CEFÉIDAS.

Los astrónomos usan poco el valor de la potencia R , como medida de la luminosidad aparente, sino más bien un valor logarítmico al que designan con el nombre 1 de magnitud aparente m . El valor de m crece a medida que la luz del objeto (estrella o galaxia) que nos llega se hace más tenue.

La magnitud aparente m se define de manera que dos objetos cuyas luminosidades R_1 y R_2 cuando difieren por un factor de 100, hacen que la diferencia en magnitud aparente entre ellos sea igual a 5. Esto se puede escribir matemáticamente de la manera siguiente:

$$\frac{R_1}{R_2} = 100^{(m_2 - m_1)/5} \quad (2.3)$$

$$\frac{L_1}{L_2} = 100^{(m_2 - m_1)/5} ; \quad \text{El punto cero de la escala se define por:}$$

$$R = 2.5 \times 10^{-9} \text{ watt/m}^2 \quad (m = 0) \quad (2.4)$$

La magnitud absoluta M de un objeto se define como la magnitud aparente que tendría dicho objeto a una distancia de 10 parsec.

El parsec o paralaje-segundo se usa como la distancia cósmica básica y tiene un valor igual a 3.26 años luz. Es la distancia de un objeto cuyo paralaje es un segundo de arco.

Su expresión matemática es:

$$1 \int_{E,0} (r) \frac{3600 \cdot 180 (K.a)}{a \dots re A.,} = 3.26 \text{ años luz} \quad 1 s$$

$$- .a,r z c 5 (u. o.)$$

u.a significa unidad astronómica y es igual a la distancia promedio entre la tierra y el sol

Usando las definiciones anteriores se deduce una fórmula muy útil para las mediciones astronómicas cuya expresión viene dada por:

$$l c e_{10} (', = 0. 2C (Pe, - 1) + 1 \quad r . i-$$

La cantidad (m-M) se conoce con el nombre de módulo de distancia y D se mi de en parsec.

El Efecto Doppler

Las **observaciones espectroscópicas** no sólo revelan la **composición de las es trenas**, su temperatura etc., sino también su velocidad. El principio envuelto en esas mediciones fué explicado por vez primera, en el siglo pasado, por el físi co austriaco Christian Doppler quien lo comparó con un fenómeno terrestre muy familiar. Cuando un, tren se aproxima a un observador estacionado en la, platafor ma de una estación el tono de su pito parece hacerse más agudo y cuando se aleja más grave. Doppler se dió cuenta de que el tono en si no cambiaba. Lo que pasa es que cuando el tren se acerca a la estación, las ondas sonoras se amontonan de manera que más ondas llegan al oído dando por resultado un tono más agudo. El fenómeno contrario sucede cuando el tren se aleja debido a que menos ondas llegan al oído resultando un tono más grave. El efecto Doppler (que así se denomina el fenómeno explicado anteriormente) también se aplica a la luz o a cualquier otra manifestación electromagnética, en la misma forma.

Fué el físico francés Anmand Fizeau quien primero señaló, en el año de 1848, como podía detectarse el movimiento de una fuente luminosa a partir de su espectro óptico.

En efecto, supongamos que. la cresta de una onda deja a la fuente luminosa en intervalos regulares separados temporalmente por el período T.

Si la fuente se desplaza a la velocidad v, alejándose del observador, entonces durante el intervalo del tiempo transcurrido entre la emisión de dos crestas sucesivas la distancia que dicha fuente se desplaza es igual a VT. Este desplazamiento incrementa

el tiempo que requiere la cresta de la onda en recorrerla dis

tancia entre la fuente y el observador en una cantidad dada por λ , donde c es la velocidad de la luz.

El intervalo de tiempo entre la llegada de dos crestas sucesivas, de la onda luminosa al observador en consideración, es entonces:

$$T = \frac{\lambda}{c} \quad T' = \frac{\lambda'}{c}$$

La longitud de onda durante su emisión es $\lambda = c T$ y cuando alcanza al observador

es $\lambda' =$

$$c T'$$

La razón entre ambas longitudes de-onda es por consiguiente:

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{c T'}{c T} = \frac{T}{T'} = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}}$$

2.2

El mismo razonamiento se aplica si la fuente se mueve hacia el observador excepto que en este caso la velocidad v se sustituye por $-v$.

Como ejemplo podemos suponer que una galaxia remota se aleja de la nuestra a una velocidad igual a 30.000 Kms/seg. La longitud de onda emitida por cualquier sustancia en la galaxia en consideración y que llega a nosotros mayor que su valor λ en la fuente de emisión. Este valor viene dado por

$$\frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{1}{1 - \frac{v}{c}} = \frac{1}{1 - \frac{30000}{300000000}} = 1.10 \quad \text{dov. } c = 300000000 \text{ m/s}$$

En la figura 2.4 se da una ilustración gráfica del efecto Doppler.

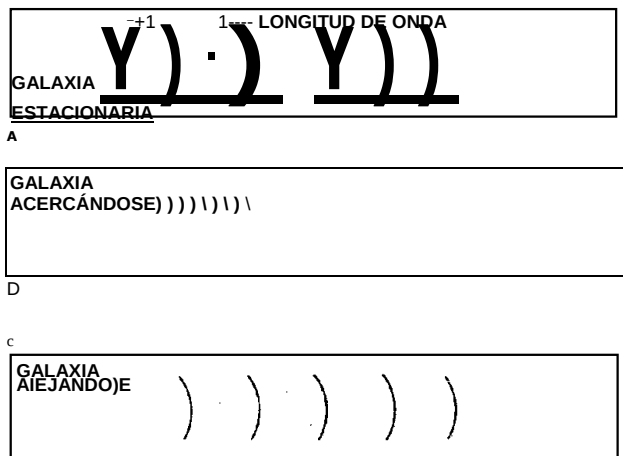


FIG. 2.4 — EFECTO DOPPLER

El Desplazamiento de las Líneas Espectrales hacia el rojo y la Expansión del Universo.

verso.

• El fenómeno más notable que presentan las galaxias es el desplazamiento de sus líneas espectrales hacia el extremo rojo del espectro. Este desplazamiento hacia el rojo es independiente de la longitud de onda y tiene todas las características del efecto Doppler debido a una velocidad de recesión. Es un fenómeno bien marcado y fácilmente observable.

Si denotamos por λ_0 la longitud de onda de la línea espectral medida con respecto a un sistema de referencia fijo a la fuente luminosa y por λ , la longitud de onda de la misma línea espectral pero medida por un observador que se mueve con una velocidad U relativa a la fuente, entonces el desplazamiento espectral se define por la fórmula

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0}$$

donde $z > 0$ significa un desplazamiento hacia el rojo y $z < 0$ un desplazamiento hacia el azul.

Al interpretar a z como un desplazamiento Doppler se puede usar la fórmula

$$v = cz \quad , \quad z \ll 1$$

para determinar la velocidad de la fuente luminosa. La anterior fórmula es solo válida para valores pequeños de z . Para valores grandes de z se debe usar la deducida de la teoría general de la relatividad.

En una época se pensó que z variaba en forma aleatoria de galaxia a galaxia teniendo en algunos casos valor positivo y en otros negativo. Esto es solamente cierto para el grupo local de galaxias. Más allá del grupo local, z es siempre positivo lo que indica que todas esas galaxias se alejan de nosotros.

Estos desplazamientos espectrales descubiertos originalmente por Slipher en 1912 fueron estudiados muy cuidadosamente por Hubble, quien en 1923 anunció su famoso resultado de que la velocidad de recesión de una galaxia es proporcional a su distancia es decir que

$$v = H d$$

Esta fórmula expresa la famosa ley de Hubble donde H es su constante.

El valor de H actualmente aceptado es de 15 kms/seg. por millón de años luz de distancia.

La incertidumbre en el valor de H es considerable y puesto que es un parámetro fundamental, en todas las teorías cosmológicas, se hacen actualmente grandes esfuerzos para medir su magnitud en forma más precisa.

¿ Qué significado tiene el hecho de que todas las galaxias se alejan de nosotros ?.

La consecuencia o inferencia más dramática de la ley de Hubble es que en el pasado las galaxias estaban más cercanas unas de otras de lo que están hoy.

Si retrocedemos en el tiempo unos veinte mil millones de años (2×10^{10}) la densidad de la materia en el universo debía tener un valor muy grande del orden de 10^{30} ton/cm³. (no existe nombre para números de esa magnitud).

Para esas densidades las leyes conocidas de la física no son válidas y no sabemos lo que ocurrió en el instante cero de la creación. La teoría nos indica lo que ocurrió en el universo a partir del instante $t = 10^{-43}$ seg. y esa teoría se conoce con el nombre del Big-Bang o Gran Explosión. Existen tres tipos independientes de evidencias en favor de esa teoría del origen del universo.

En primer lugar la astrofísica explica de forma bastante satisfactoria el origen y evolución de las estrellas en las galaxias a partir de las leyes de la mecánica, de la física nuclear y, de la transferencia de radiación en un campo gravitatorio.

En segundo lugar la teoría de la nucleosíntesis nos indica la abundancia original con que fueron producidos los isótopos radioactivos y la teoría de la descomposición nuclear su abundancia actual.

Los valores del tiempo transcurrido desde el origen de esos isótopos hasta la actualidad, calculados a partir de las teorías antes mencionadas, concuerdan muy bien con la del Big-Bang y en tercer lugar, la radiación antecedente de micro onda sugiere una primera era del universo dominada por la radiación que también concuerda con lo predicho por el Big-Bang.

Teoría Cosmológica

Después de este muy breve recuento sobre algunos aspectos de tipo práctico relacionados con las observaciones y mediciones astronómicas pasamos enseguida **al estudio teórico de la cosmología, que es el objeto fundamental del presente trabajo. Nuestro primer** paso en ese estudio es la Teoría General de la Relatividad.

ASPECTOS CRITICOS DE LA MECANICA

Dificultades con la Teoría de la Gravitación de Newton

Toda la dinámica de Newton se basa en tres postulados de los cuales el primero (de Galileo) es un caso especial del segundo.

Los postulados antes mencionados se pueden enunciar de la manera siguiente: 1.1 Un cuerpo en reposo o en movimiento rectilíneo uniforme continua en dichos estados si el cuerpo no está sometido a la acción de una fuerza externa.

2') La variación de la cantidad de movimiento p de un cuerpo ($dp = d(m \cdot u)$) es proporcional a la magnitud de la fuerza externa que actúa sobre dicho cuerpo y en el sentido de esa fuerza.

3') Las fuerzas que dos cuerpos ejercen el uno sobre el otro son iguales en magnitud y de sentido contrario.

La presente definición se basa exclusivamente en la segunda ley de Newton. ($F = m \cdot a$) que nos dice que la fuerza total F que actúa sobre un cuerpo de determina su aceleración.

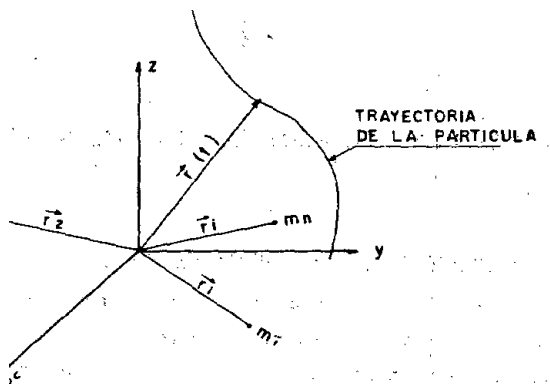
La fuerza F se origina de la acción de otros cuerpos sobre el cuerpo en consideración y puede ser del tipo gravitacional, eléctrico, friccional, de contacto, etc.

La constante m que aparece en la ecuación $F = m \cdot a$ es la masa del cuerpo y representa a la inercia, que es su capacidad de resistir a ser acelerado. Dada una fuerza mientras mayor es m menor será a .

Generalmente F depende de ciertas propiedades del cuerpo que son independientes de su masa m (carga eléctrica, momento magnético etc.) así como de las propiedades de los cuerpos que actúan sobre él. Sin embargo, en el caso de la gravitación, m también ocurre en la fuerza, como se verá más adelante.

Sea F una fuerza gravitacional que actúa sobre m y que se origina por la acción de N masas $m_1, m_2, \dots, m_n$ que actúan desde las posiciones fijas $r_1, r_2, \dots, r_n$

y sea $\vec{r}(t)$ el



$L [$

vector de posición de m_2

FIG. 3- 1 TRAYECTORIA DE LA PARTICULA m

De acuerdo a la ley de gravitación de Newton la fuerza F viene dada por

$$\vec{F} = -\frac{G m_1 m_2}{r^2} \hat{r} \quad (3.1)$$

En esta ecuación se observa lo siguiente: la masa m que genera la resistencia del cuerpo a ser acelerado (masa inercial) es también la masa que determina la magnitud de la fuerza gravitacional que actúa sobre sí misma (masa gravitacional pasiva).

Este doble papel de la masa tiene una extraordinaria consecuencia: sustituyendo F en la ecuación 3.1 encontramos que m se puede eliminar de ambos miembros con lo cual se obtiene

3.2.

que indica que la aceleración de una partícula, en un campo gravitatorio, es independiente de su masa es decir: si sobre un conjunto de masas desiguales que se lanzan en forma similar sólo actúan fuerzas gravitacionales, estas siguen trayectorias iguales.

Estos resultados ya fueron conocidos por Galileo quien los determinó a partir de sus

célebres experimentos en Pisa.

Ahora examinaremos cuidadosamente el significado de las diferentes clases de masas.

La masa inercial m_i ocurre en la ecuación $\mathbf{F} = m \mathbf{a}$. La masa gravitacional m_g ocurre en la ley de la gravitación universal (3.1) de dos maneras diferentes que

son: como masa gravitacional pasiva m^p que determina la fuerza que actúa sobre el cuerpo, originada por la acción de otros cuerpos y como masa gravitacional activa m^a que determina la fuerza con que el cuerpo en consideración atrae a o tras masas o cuerpos.

Los resultados de los experimentos de Galileo sugiere que

$$m^a = m^p \tag{3.3}$$

Los resultados de experimentos realizados en la década de los sesenta justifican tratar a la igualdad 3.3 como una ley independiente de la naturaleza. En contraposición a esto último, la igualdad de las masas gravitacionales pasiva y activa ($m^a = m^p$) no corresponde a una ley independiente de la naturaleza sino que es consecuencia de la tercera ley de Newton (de acción y reacción). Para ver esto consideramos dos cuerpos denominados 1 y 2 con vectores de posición r_1 y r_2 y masas gravitacionales $m_1^a, m_1^p, m_2^a, m_2^p$.

La fuerza F_{21} , que el cuerpo 2 ejerce

$$F_{21} = -G \frac{m_1^a m_2^p}{r_{21}^2} \hat{r}_{21}$$
 mientras que sobre el cuerpo 1 viene dada por

la fuerza que ejerce 1 sobre 2.
$$F_{12} = -G \frac{m_2^a m_1^p}{r_{12}^2} \hat{r}_{12}$$
 es

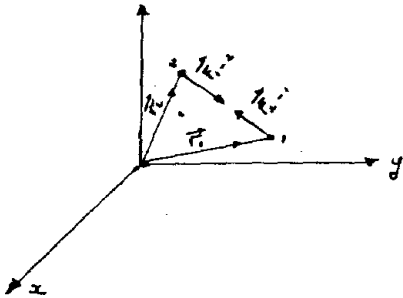


FIG. 3.1. Diagrama de un sistema de coordenadas tridimensional (x, y, z) que muestra dos cuerpos, 1 y 2, con sus respectivos vectores de posición r_1 y r_2 , y las fuerzas gravitacionales F_{12} y F_{21} que actúan entre ellos. Las fuerzas son vectores que apuntan uno hacia el otro, representando la atracción mutua.

Estas fuerzas tienen igual dirección y sentido contrario. La tercera ley de Newton requiere además que tengan

igual magnitud lo que da lugar a que se cumpla es

$$m_1^a = m_1^p$$

Esta última igualdad nos indica que las masas gravitacionales activas y pasivas son proporcionales: sin perder generalidad se pueden definir como iguales.

En el caso de fuerzas gravitacionales puras las masas m_2 se eliminan en virtud de la segunda ley de Newton pero la masa activa m_1 aún juega su papel porque la intensidad de) campo gravitacional, en el cual los cuerpos caen con igual aceleración, depende del valor de g que genera dicho campo.

Para fuerzas no gravitacionales m_2 participan en las ecuaciones de movimiento dependiendo el movimiento solamente de m_1 .

De las consideraciones anteriores surge la primera dificultad con la mecánica de Newton ¿ Porqué es la gravedad una fuerza tan, extraña 1 L Cómo podemos construir una teoría gravitacional en la cual la igualdad de las aceleraciones de las masas se obtengan en una forma natural sin tener que recurrir a la ecuación $m_1 = m_2$ como ley independiente de la naturaleza 7.

La segunda dificultad con la dinámica de Newton se origina por la discrepancia que existe entre la predicción y la observación relacionadas con el movimiento de precesión del perihelio de Mercurio.

Aunque la teoría de la gravitación de Newton no puede explicar la igualdad existente entre la masa inercia) y la masa gravitacional pasiva así como la anomalía en la precesión de la órbita de Mercurio, es sin embargo una teoría altamente exitosa bajo cualquier exigencia.

Describe con asombrosa precisión las órbitas planetarias, los eclipses, las trayectorias de las naves espaciales etc., por lo que es suficiente para nuestra tecnología cuando se trata con velocidades pequeñas en, comparabna la velocidad de la luz.

Sistemas de Referencia inerciales y Espacio Absoluto

Es fácil observar que la segunda ley de Newton ($F = ma$) no es válida en todos los sistemas de coordenadas puesto que siempre podemos encontrar uno que tenga una aceleración b con respecto al sistema original donde $F = m \ddot{a}$.

En este nuevo sistema el cuerpo en referencia tiene una aceleración A y por consiguiente $F = m(\ddot{a} + b)$ que no es igual a la segunda ley de Newton.

Los sistemas de referencia en los cuales se cumplen las leyes de Newton se llaman INERCIALES.

En la cercanía de cualquier evento existen infinitos sistemas inerciales que se mueven entre si con velocidades relativas uniformes por lo que la aceleración de cualquier cuerpo tiene un valor igual en todos ellos. La segunda ley de Newton al cumplirse en un sistema inercia? se cumple por consiguiente en todos los demás sistemas inerciales.

La idea de que existen leyes físicas { leyes de Newton } que tienen igual expresión en diferentes sistemas (inerciales) es de gran profundidad y fué claramente entendido por Galileo aún antes de que Newton naciera.

Los sistemas inerciales plantean sin embargo interrogantes difíciles de contestar?

¿ Porqué existen en la naturaleza sistemas de referencia preferidos ?

Qué es lo que determina que un sistema dado sea inercial ?

Sabemos que los sistemas inerciales no son acelerados ni rotativos pero ¿ relativos a que no rotan o se aceleran ?

Newton pensó tener la respuesta cuando introdujo el concepto de espacio absoluto el cual, en su propia naturaleza, permanece siempre similar a si mismo e inmovible y sin relación a algo exterior.

Como puede verse esa definición aclara o define muy poco.

Según Newton, la aceleración y la rotación relativas al espacio absoluto son detectables por experimentos simples como por ejemplo: si acelero hacia adelante veo que cualquier objeto fijo acelera hacia atrás, pero al no haber fuerza alguna que actúa sobre dicho objeto su aparente aceleración no puede ser consecuencia de la segunda ley de Newton sino más bien de mi aceleración con respecto al espacio absoluto. El otro ejemplo que se puede citar se relaciona con la rotación. Cuando observo una esfera de goma, en rotación, me pregunto si la misma es absoluta o relativa ya que sin saberlo puedo estar dando vueltas alrededor de dicha esfera. Esta interrogante es fácil de ser respondida puesto que sólo debo Observar si la esfera se abulta en su ecuador ya que si esto sucede la misma está rotando con respecto al espacio absoluto.

Pese a estos experimentos y a sus respuestas existen profundas objeciones al concepto de espacio absoluto.

La primera objeción surge cuando nos preguntamos sobre la manera de identificar un sistema inercial) en reposo con respecto a espacio absoluto. Newton no pudo responder a esta interrogante.

La segunda objeción es más simple pero aún más fuerte ya que el espacio absoluto, de Newton, es una entidad física, puesto que actúa sobre la materia al resistir la aceleración en su condición de sede de la inercia. Pero la materia no actúa sobre dicho espacio absoluto y esto según Einstein está en conflicto con la lógica científica al concebir algo que actúa, pero sobre el cual no se puede actuar.

La tercera objeción proviene de la experiencia: la tierra es una buena aproximación a un sistema inercial, para múltiples propósitos, porque podemos verificar las leyes de Newton en el laboratorio. Pero la tierra gira, motivo por el cual podemos obtener un mejor sistema inercial si escogemos un marco de referencia en el cual el sol está en reposo en relación al movimiento promedio de las estrellas cercanas. Un sistema de referencia tal nos permite describir con gran precisión el movimiento de los planetas del sistema solar usando la mecánica de Newton.

Si siguiendo nuestro camino nos encontramos con que el sol gira al rededor del centro de nuestra galaxia por lo que un sistema inercial mejorado es aquel en el cual el centro de nuestra galaxia aparece en reposo con respecto al movimiento promedio de las otras galaxias.

Lo descrito anteriormente nos indica que tenemos una secuencia convergente de aproximaciones hacia un sistema inercial ideal. Un sistema tal es aquel que está en reposo en relación al movimiento promedio de la materia del universo y puesto que éste está en expansión, un sistema inercial último podría ser aquel con respecto al cual aparece como isotrópico.

Otra objeción al espacio absoluto de Newton es que no da explicación alguna a toda la evidencia experimental que parece no ser absoluta del todo sino más bien ligada a la distribución de la materia, a escala cósmica es decir, que a la larga todo se reduce a relacionar al sistema de referencia ideal con la materia del universo y no con el espacio absoluto.

necesidad de una Nueva Teoría de la Gravitación

Aunque originalmente, relatividad en física significó la eliminación del espacio absoluto, hoy se refiere a las dos teorías de Einstein: la Teoría Especial y la Teoría General de la Relatividad.

Cuando se analizan los conceptos de espacio y tiempo, en la teoría de la relatividad, se manifiesta por vez primera una estructura que es característica en toda la física moderna: los instrumentos de medida con los cuales se determinan las propiedades de la naturaleza, son a su vez objetos de esa misma naturaleza.

La influencia que las leyes de estos instrumentos ejercen en el resultado de la medida debe estar contenida en dichas leyes ya que son ellas las que al mismo tiempo rigen el resultado de esa medida, -.

Esa idea se vio realizada en forma consecuente, en la teoría especial de la relatividad, al efectuar mediciones de intervalos de espacio y tiempo con ayuda de señales luminosas. En dicha teoría, los conceptos de espacio y tiempo sufrieron un cambio radical en sus propiedades esenciales, tal como se concebían en la mecánica de Newton.,

La teoría especial de la relatividad eliminó el espacio absoluto, en su sentido MAXWELLIANO, como el medio de transporte de las ondas luminosas y de los campos electromagnéticos mientras que la teoría general eliminó el espacio absoluto, en su sentido NEWTONIANO, como el prototipo de la no aceleración.

La relatividad de cualquier teoría física se expresa por el grupo de transformaciones que dejan invariantes a las leyes de dicha teoría.

La mecánica de Newton contiene la relatividad del grupo de transformaciones de Galileo. La teoría especial contiene la relatividad del grupo de transformaciones de Lorentz. La teoría general posee el grupo completo de transformaciones

y las diferentes cosmologías poseen la relatividad de las varias simetrías que se atribuyen al universo en gran escala.

Desde el punto de vista filosófico la teoría de la relatividad es, en múltiples aspectos, objeto de importantes estudios.

Por vez primera en la física adquirió importancia con dicha teoría un tipo de consideración que acercándose a la terminología de KANT podría describirse como una reflexión sobre las condiciones físicas de las posibilidades experimentales.

Estas condiciones no son otra cosa que las leyes de la naturaleza a las cuales se encuentra sometido el proceso de medida.

Esta nueva forma de pensar, introducida por Einstein, adquirió una importancia fundamental en toda la física moderna y por consiguiente en la cosmología que es una rama de la anterior y ambas son antes que todo filosofía natural.

Ideas Relativistas Preliminares

La emisión de luz en un punto distante es un evento y su recepción por nosotros es otro evento.

Para relacionar y explicar eventos se necesita uno o varios sistemas de referencia.

Cada evento se especifica por cuatro números de los cuales tres corresponden a las coordenadas de posición y el cuarto a la coordenada del tiempo.

Desde el punto de vista práctico la localización de eventos no se hace con un solo sistema de coordenadas sino cuando menos con dos.

Para localizar un evento, como lo es la emisión de luz en una galaxia lejana, no se usa nuestro sistema de referencia local sino más bien el sistema local de . En ese sistema, podemos denotar las coordenadas del evento por t . La pregunta que surge de inmediato es la siguiente;

¿Cuáles son las coordenadas; x y t de ese mismo evento en nuestro sistema de referencia?

Dentro de la mecánica de Newton la transformación entre dos sistemas de referencia envuelve sólo a las coordenadas de posición x ; x' a las velocidades relativas u , u' y a las aceleraciones relativas a y a' .

Las coordenadas temporales no se transforman ya que, en la teoría, se asume que $t = t'$.

La mecánica de Newton es sólo una buena aproximación, válida para velocidades pequeñas, en comparación con la velocidad de la luz, y usa como fórmulas de transformación entre diferentes sistemas de coordenadas las de Galileo.

La teoría especial de la relatividad nos dice que para hacer una transformación de coordenadas, entre dos sistemas inerciales que se mueven con velocidades relativas cualesquiera, hay que usar las fórmulas de Lorentz en lugar de las de Galileo.

La transformación de Lorentz abandona el concepto de tiempo absoluto y en su lugar introduce el de tiempo relativo.

Hemos visto que la *mecánica* de Newton es solamente válida para velocidades pequeñas *por lo que el estudio de eventos, para galaxias lejanas cuya velocidad*

de recesión es próxima a la de la luz, no puede hacerse en base a las transformaciones de Galileo. Es igualmente posible que las mismas transformaciones de Lorentz puedan no aplicarse, ya que nuestra galaxia y la galaxia pueden tener aceleraciones relativas debido a efectos de gravedad que crean situaciones, como veremos más adelante, bajo las cuales no sea aplicable la teoría especial de la relatividad.

Es por consiguiente necesario a fin de describir correctamente, a escala cósmica, extender la mecánica de Newton más allá de la teoría especial de la relatividad es decir, necesitamos una "teoría general de la relatividad" con la cual

se puedan estudiar las relaciones existentes entre sistemas de coordenadas que tienen aceleraciones arbitrarias entre sí

En la mecánica de Newton, las interacciones entre partículas y las acciones externas sobre las mismas se describen por fuerzas, mientras que en la mecánica de Einstein estos efectos se *describen* en función de la curvatura del espacio-tiempo usando la geometría de Riemann en lugar de la de Euclides: la dinámica de Newton se convierte en la geometrodinámica de Einstein.

Aunque la gravitación es la fuerza más débil que existe en la naturaleza es sin embargo la única que actúa entre las galaxias debido a dos propiedades que la hacen predominar, a escala cósmica, sobre todas las demás fuerzas.

Es primeramente una fuerza de largo alcance ya que decrece con $1/r^2$ mientras que las nucleares decrecen con $\exp(-\alpha r)$ por lo que se hacen insignificantes para separaciones mayores a las 10^9 mts.

Las fuerzas interatómicas decrecen con $1/r^3$ y se hacen despreciables para separaciones atómicas mayores a 10^{-9} mts.

En segundo lugar actúan sobre y entre las masas, **independientemente** de las cargas eléctricas de estas, por lo que es siempre una fuerza positiva.

Por lo anteriormente expuesto se puede concluir que la gravedad es una fuerza de largo alcance y predominante en las distancias cósmicas por lo que cualquier teoría cosmológica se debe apoyar en una teoría gravitacional bien elaborada y sin contradicciones.

Tal teoría es sin lugar a dudas la de la gravitación de Einstein.

LA TEORIA ESPECIAL DE LA RELATIVIDAD Y ALGUNOS DE SUS PROBLEMAS

La **teoría** electromagnética de Maxwell fué sin lugar a dudas el mayor logro de la física del siglo XIX.

Predijo la existencia de **las** ondas electromagnéticas así como la **velocidad** de las mismas la cual quedó expresada por la ecuación $C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}}$, donde ϵ_0 y μ_0 son constantes eléctricas y magnéticas independientes. Al sustituir sus valores en la ecuación anterior se obtiene para C un valor que es igual al de la **velocidad** de la luz razón por la cual **esta** fué **identificada** como un fenómeno electro. magnético. Con la anterior identificación quedó establecida la **conexión** entre la óptica y el electromagnetismo dando lugar a una de las grandes unificaciones en la física teórica.. Sin **embargo**, a propósito de la velocidad de la luz surgió una interrogante crucial que rulo pudo ser resuelta en el siglo XIX y es. como sigue:

E Con respecta a quien es o se mide la velocidad de la luz, c. Según los **fuentes** del siglo **pasado esa velocidad** se medía con respecto al éter. E Pera que era el éter. Para los científicos de esa época el éter era **el** medio en el cual viajaban las ondas electromagnéticas así como el aire es el Medio en el cual via jan las ondas sonoras.

Pero **para poder** cumplir **con esa** función el éter tenía que ser a la vez **infinitamente rígido** e infinitamente elástico.

Con el afán de unificar la mecánica con el **electromagnético** el éter fué **bien identificado** con **el** espacio **absoluto de** Newton.

Se: **idearon** **experimentes** para: medir la velocidad de la tierra con respecto a ese hipotética éter y que de existir sería el sistema de referencia ideal para toda la física.

Si la tierra se desplaza con respecto al éter este hecho se podría asimilar a la corriente de un río con una isla en el centro por lo que la velocidad de la luz-debería de ser diferente entre el sentido del movimiento y el opuesto..

El célebre experimento de-Michelson y **abril** realizado en 1887 demostró que esas diferencias predichas no existían.

El experimento era suficientemente preciso para ser tomado en serio y las ideas del arrastre del éter, por la tierra, fueron descartadas por experimentos -ópticos relacionados con la aberración de la luz estelar.

Los resultados negativos de los experimentos demostraron que el éter no po

no podía ser detectado o no existía de todo:

En el año 1905 Einstein cortó ese 'nudo gordiano' con su célebre teoría especial de la relatividad. Parte del principio de la relatividad de Galileo según el cual en todos los sistemas inerciales de referencia son válidas las mismas leyes de la 'mecánica'.

Einstein aceptó el principio de la relatividad de Galileo pero rechazó sus ecuaciones de transformación

$$x' = x - vt$$

$$t' = t$$

z

que relaciona los sistemas de coordenadas x, y, z con x', y', z' en los cuales el origen del sistema x', y', z' se mueve con respecto a x, y, z con velocidad v a lo largo del eje de las x , permaneciendo los ejes paralelos entre sí y para $t' = t = 0$ ambos orígenes coinciden.

En lugar de la transformación de Galileo, Einstein postula la constancia de la velocidad de la luz c para todos los sistemas inerciales de referencia hecho éste que se había observado en los experimentos de Michelson y Morley.

Deducción de la Transformación de Lorentz.

La teoría Especial **dela** Relatividad descansa sobre los dos principios de Einstein que anunciaremos a continuación:

- 1º) Las leyes de la física son iguales en todos los sistemas inerciales o mejor dicho todos los sistemas inerciales son equivalentes para la descripción de cualquier fenómeno físico. (Este es el Principio de la Equivalencia que nos indica que no existen sistemas inerciales preferidos).
- 2º) La velocidad de la luz es la misma cualquiera que sea el sistema inercial de coordenadas en que se le mide.

Principio de la Constancia de la velocidad de la luz).

Basándonos en esos principios vamos a deducir la transformación de Lorentz. Sean dados dos sistemas de coordenadas: el sistema S tiene las coordenadas

x, y, z , con el origen O ; el sistema S' tiene las coordenadas x', y', z' , con el origen O' .

Los ejes correspondientes de ambos sistemas permanecen paralelos entre sí. El tiempo se designa por t y t' para cada uno de los sistemas puesto que ya no tiene el carácter absoluto requerido por la transformación de Galileo.

Cuando O y O' coinciden hacemos que tanto t como t' tengan el valor cero es decir $t = t' = 0$.

Los sistemas se mueven con velocidad relativa constante.

La expresión matemática del segundo principio de Einstein, de la constancia de la velocidad de la luz, tiene la forma siguiente:

$$c^2 t^2 - y^2 - x'^2 - z'^2 = c^2 S_0 y_0 \text{ ó } c^2 (Z'^2 - C^2 t^2) \quad (4.2)$$

para un evento especificado por Z_1, y_2, t en S y por X^1, y^1, Z^1, t^1 en S^1 .

El problema fundamental-que se presenta ahora es encontrarlas ecuaciones de transformación que sirvan para relacionar las coordenadas del evento (X, y, Z, t) en S con las coordenadas del mismo evento pero en S^1 .

Para encontrar esas ecuaciones vamos a proceder de la manera siguiente: Sean

a y a' los vectores..

$$t_2 = \frac{1}{c} \left[\frac{c^2 t^2 - y^2 - x'^2 - z'^2}{2} \right] \quad (4.3)$$

cuyos componentes son las coordenadas de un mismo evento en los sistemas inercia

$$= \left[\frac{c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2}{2} \right] = L^2 \left[\frac{c^2 t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2}{2} \right] \quad (4.4)$$

Si denotamos por a y a' las transpuestas de los vectores 4.3 es decir

que también se llaman vectores filas tenemos

$$c^2 t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = c^2 t'^2 - x'^2 - y'^2 - z'^2 \quad (4.5)$$

por lo que la expresión 4.2 se puede escribir como $a \cdot a = a' \cdot a'$.

Ahora bien: sea A una matriz ortogonal constante y consideremos la transformación

$$c u' = A a \quad (4.6)$$

$$\text{entonces } c i o = c L A A o = c o a \quad (4.7)$$

novelo que $A A = 1$ (Matriz Unitaria) por ser A una matriz ortogonal.

Esto indica que cualquier matriz ortogonal satisface nuestros requerimientos. Lo que queda entonces por hacer es escoger una matriz ortogonal que sea consistente

con la velocidad relativa de ambos sistemas.

Si ces eventos cualquiera estan separados por incrementos pequeños er sus coordenadas espacio-temporales y puesto que la natriz A es ortogonal y constan

te, las diferenciales de la separación se transforman de acuerdo a las mismas relaciones que las coordenadas es decir:

$$[1, -\vec{v}] = [A][r, t] \quad \text{---} \quad \text{H. 8}$$

El caso más sencillo posible surge cuando el movimiento relativo ocurre en la dirección de los ejes x y x^1 .

Supongamos que el eje x^1 se mueve hacia la derecha sobre el eje x con una velocidad constante $\vec{u}$ con respecto a S .

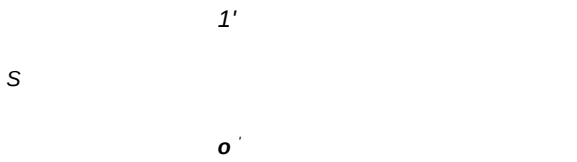


Fig. 1-1. Movimiento relativo de los ejes x y x^1 . Los ejes y y y^1 no están afectados por este movimiento.

Las coordenadas y, z no quedan afectadas por este movimiento de manera que la matriz A tendrá la forma siguiente:

$$A = \begin{pmatrix} \gamma & \gamma \vec{v} & 0 & 0 \\ \gamma \vec{v} & \gamma & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{---} \quad \text{H. 9}$$

Puesto que una matriz de segunda orden envuelve un solo parámetro arbitrario podemos tomar en nuestro caso

$$A = \begin{pmatrix} \cosh \phi & \sinh \phi & 0 & 0 \\ \sinh \phi & \cosh \phi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{---} \quad \text{H. 10}$$

Ahora bien: si el punto P permanece fijo en S^1 entonces $6x^1 = 0$ por lo que su velocidad, vista por S, **debe ser U**.

De la ecuación 4.8 tenemos

$$x' = A_{x, c} E t + a_{c, a. 1, -} = - S - c \dots i' c \acute{u} t C A, \quad 5Di \dots \quad 4.11$$

puesto que $6x^1 = 0$ entonces

$$P _ _ SC _ + ; ' c^q t - 1 - coo + i E x . \quad M.1L$$

ya que $6[= U$ entonces $i = \tan t$

por lo que $U > ,4$

$$y \text{ sen } Y = 1, c, L . f _ - \frac{V}{1L} \frac{ly}{},$$

$$\begin{bmatrix} i c t' \\ x' \\ y' \\ z' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \beta & -\frac{i v \beta}{c} & 0 & 0 \\ \frac{i v \beta}{c} & \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i c t \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} \dots \dots \dots 4.13$$

La transformación de coordenadas se convierte entonces en

de donde

$$t' = \gamma \left(t - \frac{v}{c^2} x \right)$$

$$x' = -\gamma v t + \gamma x$$

sustituyendo el valor de B y simplificandoti tse ol?tienet

$$t = \frac{1}{\gamma} \left(t' + \frac{v}{c^2} x' \right)$$

$$z' = \frac{0c - \gamma v E}{c^2}$$

Vi-

Estas ecuaciones (4.15) son las famosas transformaciones de LORENTZ en las cuales se basa toda la teoría especial de la relatividad. Esta teoría unifica a la mecánica con el electromagnetismo e indica además que si el espacio absoluto de Newton existiera no podría identificarse con el éter.

La teoría especial de la relatividad no resuelve las anomalías de la gravitación de Newton ni los problemas relativos a los sistemas inerciales estudiados previamente.

Sabemos ahora como efectuar las transformaciones entre sistemas inerciales pero no sabemos que es lo que determina que un sistema sea inercial] o no, ni por qué el sistema de coordenadas referido al promedio de la materia sea inercial. Es posible introducir la gravedad, en la teoría especial de la relatividad, como otra fuerza cualquiera pero esto no resuelve el problema de la igualdad entre las masas m_i y m_0 así como otros problemas de la mecánica de Newton.

Una vez establecida la teoría especial, cualquier teoría general que se in troduzca o desarrolle debe ser consistente con ella o cuando menos en los casos límites apropiados. Esto implica en particular que no debe usarse el tiempo ab soluto de Newton junto con las tres coordenadas espaciales sino que más bien los eventos deben especificarse en el espacio-tiempo al igual que en la teoría espe cial.

La historia de un cuerpo que se mueve a lo largo de una trayectoria en] es pacio ordinario se expresa por una curva alabeada en el espacio-tiempo que se denomina línea mundial. Así como el espacio es tridimensional el espacio-tiempo es de cuatro dimensiones. Esto tiene un significado mucho más profundo que un sim ple cambio de nomenclatura ya que podemos especificar un evento por cuatro núme ros o coordenadas que no necesitan tener semejanza alguna con las coordenadas independientes del tiempo y del espacio.

Sabemos por la relatividad especial que los intervalos temporales entre dos

eventos no son invariantes ya que difieren para sistemas que se mueven con movimiento relativo.

Se puede observar que otro aspecto importante de una teoría general de la relatividad debe ser la geometría ya que esta debe permitir el estudio, en toda su generalidad y sencillez, de las curvas en el espacio-tiempo de cuatro dimensiones.

El concepto de espacio-tiempo fué introducido en la relatividad por H. MIN KOWSKI en 1908.

Breve Descripción de la Representación de Minkowski

La analogía entre el espacio y el tiempo sugerida por la transformación Lorentz nos conduce en forma natural hacia la idea de la cuarta dimensión. La simetría entre las componentes x y ct que existe en esa transformación nos recuerdan a las ecuaciones de rotación en dos dimensiones.

$$x' = \gamma(x - ct \cdot \beta) \quad ct' = \gamma(ct - \beta x)$$

$$E' = \gamma(E - \beta p)$$

Transformación
de Lorentz

Rotación

Traslación

En el caso de la rotación un punto cuyas coordenadas son x e y en el sistema (x, y) tendrá coordenadas diferentes x' e y' en el sistema (x', y') . Queremos hacer hincapié en que la nueva coordenada x' depende no sólo de x sino también de y .

En este sentido la rotación mezcla a las x con las y . Esto no sucede en la traslación donde x' depende sólo de las x e y' depende sólo de las y .

Encontramos en forma análoga que en la transformación de Lorentz x' depende no sólo de x sino también de ct ; la transformación mezcla al espacio con el tiempo.

Esto sugiere que la transformación de Lorentz puede ser considerada como una rotación en el espacio de cuatro dimensiones o espacio de MINKOWSKI, de las cuales tres de las dimensiones son las espaciales comunes y la cuarta es el tiempo.

El significado de considerar al tiempo como la cuarta dimensión va más allá de la simple idea de que un evento cualquiera se puede caracterizar por cuatro coordenadas de las cuales una es el tiempo. Esta idea no era nueva cuando se

descubrió la relatividad. La importancia del descubrimiento de Minkowski radica en el hecho de haber

descubierto que el espacio y el tiempo están interrelacionados por la transformación de Lorentz y por consiguiente existe una equivalente entre espacio y tiempo.

po. El *tiempo* puede parcialmente " transformarse " *en distancia y viceversa*.

Es lógico por lo tanto tratar de visualizar las relaciones de espacio y tiempo por medio de un diagrama en el cual uno de los ejes representa al tiempo.. Mn diagrama tal se llama diagrama de MINKOWSKI.(Fig. 4.2).

Las coordenadas y , a se pueden omitir sin **perder. generalidad** porque las *mis mas* *no son* afectadas por una traslación en la *dirección* de x

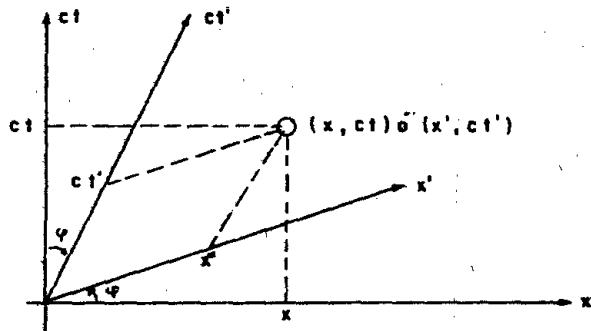


FIG. 4.2 - DIAGRAMA 'DE MINKOWSKI DE LA TRANSFORMACION DE LORENTZ.

El eje del tiempo se indica por ct en lugar de t ya que es ct la que ocurre ,en la transformación de Lorentz. (En este sentido la unidad natural. del tiempo es *3.3. x 10⁻³ segundos* *ya que al* multiplicarlo por c *nos da 1 metro*).

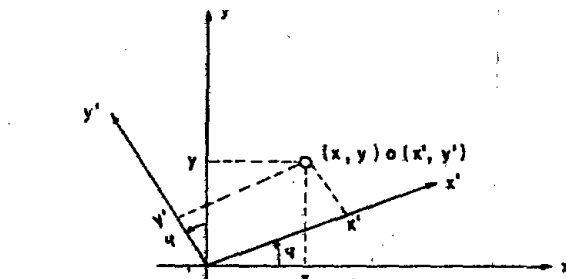


FIG. 4.3.- DIAGRAMA DE ROTACION DE EJES.

Desafortunadamente, como podemos observar en las Fig 4.2 y 4.3., la analogía entre la transformación de Lorentz y la rotación no es perfecta.

Los ejes.coordenados han votado en direcciones opuestas y el sistema coorde *nado* (x', ct') *ha dejado de ser* rectangular.

A pesar de esos problemas el diagrama de Minkowski ofrece una representación adecuada para visualizar las relaciones relativistas. Veamos ahora algunos casos particulares.

ct

ct'

ct'

SEGUNDO

O) ESTACIONARIO

b) MOVIMIENTO
NO RELATIVISTA

X'
e) MOVIMIENTO RELATIVISTA

FIG. 4.3.- LINEA MUNDIAL DE UN RELOJ DE 1 SEGUNDO.

La Fig. 4.3a nos muestra la línea mundial de un reloj en un diagrama de Minkowski.

El reloj es estacionario en el sistema (-t.) ct), entra en existencia en el origen para $t = 0$ y deja de existir para $t = 1$ segundo.

Así $\Delta t = 1$ segundo es el intervalo del " tiempo propio " medido por el reloj que está presente en ambos eventos. En este caso los dos eventos se corresponden con la creación y destrucción del reloj.

La línea mundial del reloj es la línea que sigue el reloj en el diagrama mundial de Minkowski.

En la Fig. 4.3c.- se muestra la línea mundial del mismo reloj tal como es vista desde un sistema de referencia en movimiento. La línea ha sido rotada y estirada.

La rotación se produce aún en el caso no relativista (Fig. 4.3b,) pero el tiempo ct' del extremo no depende de la rotación es decir la x' y la t' no quedan mezcladas.

Desde el punto de vista relativista la dilatación del tiempo estira a la línea mundial más allá de su longitud clásica.

El hecho de que la línea mundial cambia de longitud en la transformación de Lorentz nos recuerda nuevamente que esa transformación no es una rotación ordinaria.

En una rotación como la de la Fig. 4.3 la distancia desde el origen hasta el punto (Z) y (y) no cambia: $x^2 + y^2 = x'^2 + y'^2 = \text{const.}$ (ec.del círculo) pero en la transformación de Lorentz $x^2 + (ct)^2$ no es igual a $x'^2 + (ct')^2$ sino más bien $x^2 - (ct)^2 = x'^2 - (ct')^2 = \text{constante}$ (Ecuación de una 'parábola') lo que nos indica que la transformación de $x^2 - (ct)^2$ nos da $x'^2 - (ct')^2$ de manera que su valor es constante y no depende del sistema de referencia.



FIG. 4.4.- LINEA MUNDIAL DE UNA BARRA DE UN METRO

En la Fig. 4.4a. se muestra la línea mundial de un metro estacionario uno de cuyos extremos se encuentra en el origen para $t = 0$. Su longitud propia, que es la longitud en su sistema de referencia en reposo, es $f = 1.0$ metro. En forma más general, y es la distancia entre dos eventos medidos en un sistema de referencia en el cual estos eventos son simultáneos.

En la Fig. 4.4c. se muestra como se ve la línea mundial desde un sistema de referencia en movimiento.

La cantidad $V(ct)^2 - x^2$ se conoce con el nombre de intervalo entre el evento en la posición x y tiempo ct y el evento en el origen para el tiempo cero.

En el caso más general, en el cual ninguno de los eventos se encuentran en el origen, en

el tiempo cero, se puede escribir usando también las coordenadas z, z como

$$AV = -\frac{1}{2} (z^2 + z'^2) - V(t, t')^2 \quad (4)$$

En el próximo capítulo estudiaremos el concepto de intervalo en forma más detallada y general.

Principio de Mach

Hemos visto anteriormente que la teoría especial de la relatividad elimina el concepto de éter, al menos en su papel Maxwelliano, pero no da una explicación ni un sustituto del espacio absoluto en su papel Newtoniano.

La relatividad especial se apoya fuertemente en los sistemas de referencia inerciales. Pero por qué constituyen estos sistemas una clase privilegiada en la naturaleza, sirviendo como base de la no aceleración y de la formulación más simple de todas las leyes físicas.

La respuesta a esa pregunta fué reservada a la teoría general de la relatividad de la cual se ha dicho que nació de los, varios intentos de modificar la ley de gravitación de Newton a fin de hacerla encajar de manera satisfactoria en la relatividad especial.

Einstein llegó a la relatividad general básicamente por su deseo filosófico

cos de eliminar el papel que desempeñaba el espacio absoluto en la física. Posiblemente no se hubiera parado con una teoría de la gravitación en el marco de la relatividad especial debido a que esta teoría toma los sistemas inerciales como dados sin estudiar sus consecuencias físicas y filosóficas.

Einstein tuvo que ir más allá de la teoría especial y en esa tarea siempre le dio mucho crédito, quizás demasiado, a las ideas de Ernest Mach.

Después que Newton publicó su mecánica el espacio absoluto, de la misma, atrajo mucho escepticismo.

Tanto el obispo Berkeley como el filósofo y matemático Leibnitz argumentaron que sólo el movimiento relativo podía, posiblemente, tener significado alguno.

Mach lo reforzó aún más, en el año de 1872, cuando dijo que no es la aceleración absoluta la que importa sino la aceleración relativa a la materia distante del universo lo que determina las propiedades inerciales de la materia.

Las ideas de Mach se pueden resumir de la manera siguiente:

- 1°) No existe "algo" como el espacio absoluto y por consiguiente ningún espacio, excepto la abstracción de la totalidad de las relaciones de distancias entre la materia.
- 2°) La inercia de una partícula es debido a cierta interacción no especificada de esa partícula con el resto de las masas del universo.
- 3°) Los patrones locales de no aceleración (sistemas inerciales) quedan determinados por algún promedio de los movimientos de todas las masas del universo.
- 4°) Lo que importa en mecánica es el movimiento relativo de todas las masas.

Todo esto hace que no sea sorpresa alguna que los sistemas inerciales de Newton sean aquellos que no están acelerados en relación al promedio de las galaxias distantes.

Mach escribió: "..... no importa si pensamos que la tierra gira alrededor de su eje o está en reposo y son las estrellas fijas las que giran alrededor de la tierra....

La ley de inercia debe ser concebida de tal manera que resulte exactamente la misma cosa de la segunda suposición que de la primera '.

Aunque Mach se refirió siempre a la influencia que tenía la materia total del universo en las propiedades inerciales de la materia local, nunca llegó a explicar como se ejercía esa influencia física y en ese sentido su principio es incompleto. Se puede hacer más completo por medio de algunos argumentos adicionales.

Consideremos que una fuerza $F_{\text{factúa}}$ sobre un cuerpo. De acuerdo a la mecánica de Newton el cuerpo adquiere una aceleración $\vec{a} = \frac{F_{\text{neto}}}{m}$ relativa a un sistema inercial de referencia S. Consideremos ahora al mismo cuerpo pero desde el punto de vista de un sistema acelerado y por consiguiente no inercial S' que se mueve con

él. Supongamos que en S' el cuerpo tiene una aceleración: $\ddot{a} = 0$.

De acuerdo al principio de Mach esto debe poder explicarse como debido a la acción de fuerzas, tal y cual fué explicada la aceleración en S . ¿ Pero qué fuer zas actúan en S' sobre el cuerpo ?. Por supuesto que $\ddot{a}$ aún actúa, pero ahora debe haber otra fuerza $1'$ igual y-opuesta a 1 **de manera que** $1 + 1' = m \ddot{a} = 0$.

¿ Pero de donde proviene $1'$?. Esta fuerza, según el principio de Mach, se de de originar por la aceleración del resto del universo actuando sobre el cuerpo Esta aceleración esta presente en S' y ausente en S .

El valor de $1'$ es $1' = -1 \ddot{a} = -m \ddot{a}$ y ahora es necesario explicar como se origi na.

Consideremos primero la contribución a f' de una masa M y luego añadamos la contribución de todas las demás masas del universo.

¿ Qué fuerza ejerce M en m cuando esta última adquiere una aceleración $\ddot{a}$?

En primer lugar tenemos la fuerza gravitacional cuya magnitud es $F = G \frac{Mm}{r^2}$ donde r es la distancia entre M y m .

La dependencia inversa cuadrática de r significa que sólo las masas cercanas son las más importantes. Sabemos por experiencia, que la fuerza gravitacional que la tierra ejerce sobre nosotros predomina sobre todas las demás provenientes de

objetos lejanos. La contribución total de las fuerzas estáticas producidas de acuerdo a la ley de gravitación de Newton es despreciable debido a que en promedio éstas son contrarrestadas por cuerpos que actúan en sentido contrario.

En todo caso la ley inversa cuadrática no depende de la aceleración por lo que no puede en caso alguno representar a F' .

Si exponemos la condición de que la gravitación sea consistente con la relatividad especial, debe al menos tener cierta semejanza con las leyes electromagnéticas, en su estructura teórica.

Ahora bien, la ley inverso-cuadrática es análoga a la de coulomb entre cargas eléctricas, pero existe otra fuerza entre dos cargas eléctricas q_1 y q_2 **que están mutuamente aceleradas; su** magnitud es

El análogo gravitacional de F_{ac} es obviamente la fuerza F' que buscamos y su magnitud debería por lo tanto ser

$$f' = \frac{1}{4\pi} \frac{q_1 q_2}{r^2} \quad 1-7 \quad \ddot{a}$$

La dependencia de $1/r^2$ en f' significa que la materia distante contribuye más al valor de F' que la fuerza gravitacional.

La aparición de c^2 es debido a razones dimensionales y es además la única cons tante de la naturaleza que razonablemente puede aparecer en F' además de G si se quiere tener alguna consistencia con la teoría de la relatividad. El cosmólogo

C. Sciama ha llamado a esta fuerza " Ley de Inducción Inercial] ".

Ahora debemos sumar la contribución de todas las masas del universo para ob
enes f'

Consideremos, por razones de simplicidad, solamente las magnitudes y al noular la
forma vectorial tenemos:

$$F = \sim \frac{H_0}{c} \frac{1}{r} = G \frac{M}{r^2} \quad t[-$$

$$\frac{TLJ1}{<n/ /'} \quad C^C C^{\wedge} \quad << \quad C \sim r + r v \quad \bullet, J$$

$$O (J) \sim t v . i \quad (\% L \sim$$

$$\frac{v}{c} \frac{1}{r} \quad \text{SU C.} \quad / \quad / \quad \text{ii i t}$$

El límite superior c/H es una estimación cruda del horl srtc del universo que de
acuerdo a la ley de Hubbie las galaxias situadas más alía oe dicho hori zonte no
pueden ser observadas porque su velocidad de recesión sería superior a la de la luz.

La ecuación 4.18. se puede escribir como

$$F / \sim O , c \quad \{ \quad \underline{2 h} \quad \underline{G G} \quad \underline{r} \quad Y./ 9$$

Ya sabemos de lo visto previamente que F' m a por lo que I '2' r G fue
debe ser igual a la **unidad de** existir **alguna verdad** en este modelo :crudo
del-principio de Mach.

Si se sustituyen los valores que se tienen actualmente estimados para
H y G ~./ en (J se obtiene que (J 2S

Considerado las imprecisiones envueltas, este resultado es altamente satis
factorio y si su valor fuera 25 veces mayor las discrepancias desaparecerían.

El valor 25· se puede reducir a la mitad si se incrementan las masas, de las
galaxias distantes, por efectos relativistas.

En todo caso se puede esperar que el principio de Mach esté envuelto de algu na
manera con la teoría general de la relatividad por lo que el comportamiento lo cal de
la materia debe de estar influenciado porta materia del resto del universo y no por la
acción del espacio absoluto.

La analogía entre la gravitación y el electromagnetismo, que condujo ala ley de
inducción inercial., sugiere la existencia de ondas gra^{vi}tac ionales que transmiten
con velocidad c los efectos de Ja aceleración de las masas de la mis ma manera que

las ondas electromagnéticas transmiten los efectos de la aceleración de las cargas

De la discusión anterior se puede concluir, aunque parcialmente, que el postulado de la relatividad de la inercia o Principio de Mach es aceptable intelectualmente desde muchos puntos de vista. Aunque parece cierto para algunos otros sin embargo, lo contemplan con un poco de desconfianza debido a los resultados numéricos que se obtienen con el modelo y por no haberse podido verificar experimentalmente hasta ahora.

Si el postulado de Mach fuera correcto esto implicaría una profunda conexión entre la inmensidad del universo y la física del laboratorio.

Consecuencias Cosmológicas del Principio de Mach

El principio de Mach sugiere que todo el universo tiene influencia en las leyes locales. Nuestra galaxia contiene 10^{11} estrellas y más allá de nuestra galaxia existen otras 10^{11} en un radio de 10^9 años luz. Todas las galaxias receden unas de otras y hay buenas razones para creer que esa recesión no ha sido uniforme en el tiempo.

Estos hechos hacen necesario una revisión de la definición original de los sistemas inerciales.

Como posible modelo simplificado del universo consideremos un arreglo infinito de galaxias separadas más o menos uniformemente en el espacio y recediendo como los puntos de un balón de goma que se infla.

La fuerza de la gravedad debería hacer más lenta la expansión y quizás invertirla con el tiempo.

Un modelo tal satisface el llamado principio cosmológico de acuerdo al cual todas las galaxias están en la misma relación al universo en su totalidad.

El principio cosmológico se adapta, parcialmente por razones estéticas pero fundamentalmente por razones simplistas, en prácticamente todos los modelos cosmológicos.

Ahora bien, ¿Cómo podríamos determinar sistemas inerciales Newtonianos infinitamente extendidos en este universo? Si nuestra galaxia estuviera en reposo en un sistema inercial tal, ¿no lo estarían también las demás galaxias debido al principio cosmológico o simplemente por simetría? 1. No se moverían los otros sistemas inerciales en relación a nosotros? 2. En qué parte de nuestro sistema inercial obedecen las partículas libres la primera ley de Newton?

En lo que respecta a esta última pregunta podemos responder que cuando menos en la vecindad de nuestra propia galaxia.

Lejos, entre las galaxias distantes, una partícula de prueba estaría afectada por la misma aceleración gravitacional que atrae a las galaxias entre sí y en particular hacia la nuestra.

De acuerdo a lo expuesto, no existe una región suficientemente alejada en la cual las partículas libres pueden seguir trayectorias rectas en relación a nosotros.

iros, excepto en la vecindad por lo que los sistemas inerciales extendidos no existen.

El principio de Mach sugiere obviamente que bajo esas condiciones el centro de cada galaxia proporciona un sistema básico de no aceleración y las visuales de ese centro a otras galaxias proporcionan un patrón local de no rotación es decir: un sistema inercial local.

Los sistemas inerciales no son de extensión infinita y no todos están en movimiento relativo uniforme.

Un sistema que es localmente inercial dejaría de serlo a cierta distancia si el universo no se expandiera uniformemente. Sin embargo en cada punto del universo aun existirían un conjunto infinito de sistemas inerciales, todos en movimiento relativo uniforme.

Principio de Equivalencia

Además del Principio de Mach la Teoría General de la Relatividad se apoya en el Principio de Equivalencia de Einstein, el cual vamos a estudiar a continuación.

Supongamos que existe una región en el espacio-tiempo donde actúa un campo gravitacional constante g . La fuerza que actúa sobre una partícula de masa m es mg . Como ejemplo de una región tal la tenemos en la superficie de la tierra.

Si la gravedad fuera la única fuerza actuante todos los cuerpos en la región caerían con la misma aceleración $a = g$ ya que $ma = mg$.

Si transformamos a un sistema de referencia S' , sometido a una aceleración g , podemos eliminar los efectos de la gravitación. Un cuerpo cualquiera no estaría sometido a aceleración alguna al menos que sobre él actuara una fuerza no gravitacional F .

En el sistema original de referencia S tenemos que $ma = mg + F$.

En el sistema S' la aceleración es $a' = a - g$ ya que actúa la misma fuerza

por lo que $m(a' + g) = mg + F$. y $F = ma'$. En esta ecuación del movimiento las fuerzas gravitacionales no aparecen.

Ahora bien, el sistema de referencia S' está en caída libre en el campo gravitatorio. La igualdad entre la masa inercial y la masa gravitacional implica lo siguiente:

En un laboratorio pequeño que cae libremente, en un campo gravitacional, los fenómenos mecánicos son los mismos que los observados en un sistema inercial Newtoniano en ausencia de un campo gravitacional.

En 1907, Einstein generalizó esa conclusión reemplazando " Fenómenos mecánicos " por leyes de la física " cuyo resultado es el Principio de Equivalencia. i. Por qué debe ser pequeño el laboratorio ?.

Y

gida hacia el centro de la tierra por lo que su dirección varía de punto a punto.

Los sistemas de referencia en caída libre que cubren la vecindad de un evento son muy importantes en la relatividad: son los llamados sistemas inerciales locales. Cerca de cualquier evento, existen infinitos sistemas inerciales locales que se mueven con velocidad relativa constante, entre ellos. La relatividad ercial se cumple rigurosamente en esos sistemas y las ecuaciones de Lorentz

- nos indican como transformar las coordenadas de un evento en uno de estos sistemas a otro.

Los sistemas inerciales locales son más restrictivos y a la vez más generales que los sistemas inerciales de Newton.

Son más restrictivos porque la no homogeneidad de los campos gravitacionales reales hace que sean aplicables sólo localmente en lugar de tener extensión infinita y los hace más generales porque cualquier laboratorio en caída libre es un sistema inercial local el cual no tiene que ser no acelerado relativo a las galaxias o al "espacio absoluto".

De lo anteriormente expuesto se observa que podemos eliminar los efectos locales de un campo gravitacional, empleando un laboratorio en caída libre.

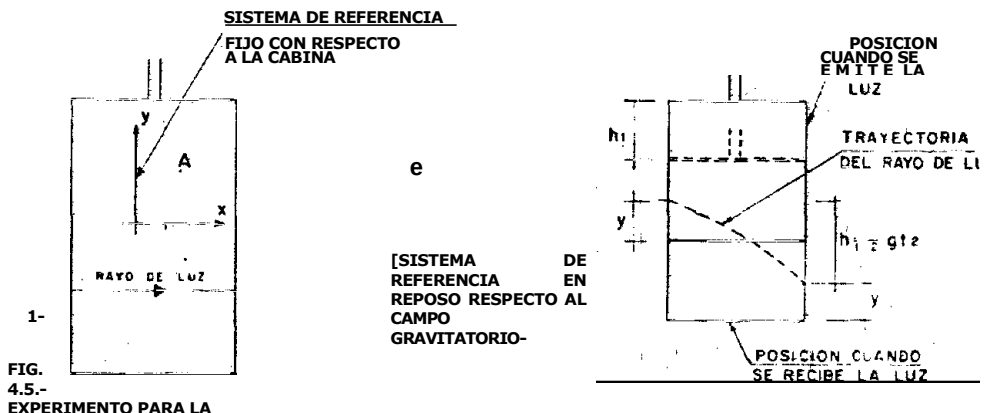
El principio de equivalencia sugiere dos experimentos relacionados con la propagación de la luz.

El primero se refiere a que la luz se dobla o se desvía en un campo gravitacional.

Este experimento verificado en 1919, por la expedición a cargo de Edington durante el eclipse solar, lanzó a Einstein a la fama mundial y convirtió a la relatividad en la más famosa de todas las teorías físicas.

Para demostrar que la predicción de que la luz se desvía o se dobla en un

campo gravitatorio es una consecuencia del principio de equivalencia, imaginemos el siguiente experimento:



Consideremos como laboratorio una cabina cualquiera en caída libre.

Un rayo de luz que se emite a la altura y en un lado de la cabina se recibe a la misma altura en el otro lado. El principio de equivalencia nos dice que pa ra un observador dentro de la cabina el rayo de luz se desplaza de acuerdo a la relatividad especial, es decir, en línea recta y con velocidad c porque dicha cabina es un sistema inercia] local.

Para un observador \$ la cabina se. acelere hacia abajo por lo que visto des de afuera la luz también se acelera hacia abajo siguiendo una trayectoria cur va.

Este sencillo experimento predijo uno de los resultados más espectaculares de la física.

La segunda predicción del principio de equivalencia se refiere al desplaza miento gravitacional de las líneas espectrales y el experimento a realzar para su comprobación es el siguiente:

En la cabina de altura h en calda libre se emite un rayo de luz de +recuen cia ν que se desplaza del piso hacia el techo. Por el principid,de equivalencia la luz llega al techo en un tiempo $t =$ y un observador en la cabina ve la luz de la misma frecuencia ν' .

Un observador fuera de la cabina y en reposo se mueve con respecto a esta ha cia arriba con velocidad $u = g t =$ por lo que ve la luz desplazada hacia el rojo con un valor dado por la fórmula clásica

$$\frac{\nu'}{\nu} = 1 - \frac{gh}{c^2}$$

La cantidad gh es el cambio del potencial gravitatorio Newtoniano que sufre la luz.

Los argumentos usados demuestran que tomando un sistema inercia] local, que resulta de la calda libre de la cabina, el desplazamiento gravitacional aparece como un efecto Doppler.

Se han efectuado mediciones precisas usando el efecto MOSSBAUER con resulta dos exactos a los predichos por este simple experimento mental.

CONCEPTOS BASICOS DE LA CURVATURA DEL ESPACIO-TIEMPO Y DE LA TEORIA GENERAL DE LA RELATIVIDAD.

Introducción

Se entiende por propiedades topológicas del espacio las que no cambian cuando éste se somete a una deformación suave.

La topología nos indica cuales puntos son iguales, cuales son distintos y cuales pertenecen a tal o cual vecindad o entorno.

Podemos suponer, con ciertas limitaciones, que la topología del espacio-tiempo es la Euclídeana de cuatro dimensiones para la teoría especial de la relatividad y la Riemanniana de cuatro dimensiones para la teoría general. Un punto cual quiera se puede especificar por las coordenadas (x, y, z, t) .

El universo es Euclídeo en regiones pequeñas del espacio-tiempo ya que a grandes distancias es por lo general curvo.

La violación de la topología Euclídeana, que ocurre generalmente a grandes distancias, también es posible en distancias muy pequeñas del orden de los 10^{-33} cms, porque para longitudes tan pequeñas no se puede establecer un sistema de medición con relojes y varas rígidas. Hay quienes piensan que esto se debe a la estructura atómica de la materia pero, otros sostienen, que es posible, que el espacio-tiempo a nivel subnuclear tenga una estructura muy patológica llena de burbujas, microtúneles (huecos de lombriz) de conexión múltiple etc, o ni siquiera sea continua. Esa enfermedad patológica solo puede ser verificada quizás indirectamente. Podemos asumir que el espacio-tiempo es un continuo Euclídeo y usar las coordenadas (x, y, z, t) para especificar eventos. Si nuestra teoría, basada en el uso de tales coordenadas, es exitosa, podremos entonces estar razonablemente confiados de haber asumido la hipótesis correcta.

En distancias muy pequeñas del orden de los 10^{-33} cms, una estructura topológica Euclídeana es poco probable, puesto que las fluctuaciones de la gravedad cuántica pueden ser extremadamente violentas y producir por lo tanto una topología dinámica siempre cambiante.

La longitud $\sqrt{\hbar G/c^3} = 1.6 \times 10^{-33}$ cms, llamada también longitud de Planck da el tamaño característico de las fluctuaciones de la geometrodinámica cuántica.

Las topologías del espacio-tiempo de Newton y de la relatividad especial son prácticamente iguales. La diferencia radica en la definición de las distancias en el espacio-tiempo: la estructura métrica es diferente.

El espacio-tiempo Newtoniano contiene dos geometrías separadas: una geometría Euclídea de tres dimensiones para el espacio y una geometría de una dimensión para el tiempo.

El espacio-tiempo relativista contiene una sola geometría que combina al espacio con el tiempo en una sola unidad.

Trayectorias de Partículas y Separación entre Eventos

Nuestra tarea, ahora, es predecir el movimiento de un cuerpo bajo la acción de la gravedad pero evitando las dificultades que surgen del formulismo de Newton. Para lograr eso debemos emplear una descripción de tipo espacio-tiempo y buscar la línea mundial del cuerpo es decir el lugar geométrico de los eventos sucesivos de su historia.

Desde el punto de vista matemático un evento es un punto en el espacio - tiempo especificado por cuatro coordenadas x^i donde $i = 0, 1, 2, 3$. Ha sido costumbre tomar x^0 como la coordenada temporal y x^1, x^2 y x^3 como las coordenadas espaciales que definen al vector de posición r .

Cuando hablamos de coordenadas tenemos en mente una especie de rejilla formada por barras tipo (Estandart) cuya intersección nos da la posición espacial. En cada intersección existe un reloj tipo que puede ser sincronizado con todos los demás por medio de técnicas que usan señales luminosas.

RELOJES TIPO

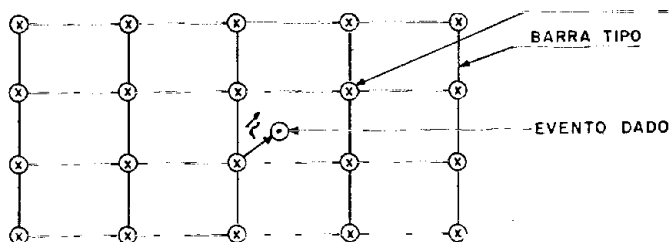


FIG. 5.1 - SISTEMA DE COORDENADAS DE REJILLA CON BARRAS Y RELOJES TIPO (ESTANDARTO)

Aunque se pueden usar especificaciones más generales para describir eventos, usaremos frecuentemente las rejillas de coordenadas dependiendo de que para su establecimiento se puedan usar rayos de luz especialmente en lo que a sincronización de relojes se refiere.

El argumento básico y fundamental de Einstein es de que los eventos en física

suceden independientemente de nuestras observaciones, a excepción de los efectos cuánticos que son despreciables en la escala cósmica, y por lo tanto, debe ser posible expresar las leyes físicas por medio de ecuaciones que toman la misma forma cualquiera que sea el sistema de coordenadas usada para describir los eventos. Las ecuaciones que gozan de esas **propiedades** se llaman COVARIANTES por lo que el principio de Einstein también se conoce con el nombre de PRINCIPIO DE COVARIANCIA GENERAL.

Las leyes de Newton y las ecuaciones de la relatividad especial no son por lo general covariantes porque son solamente válidas en los sistemas de coordenadas inerciales, es decir, ambas teorías tienen una covariancia restringida: Ambas pueden ser expresadas en forma vectorial de manera que dentro del sistema inercial permitido cualquier coordenada espacial puede ser empleada, como por ejemplo: las coordenadas cartesianas, las cilíndricas, las polares, etc.

El problema de nuestro interés no se refiere a la covariancia espacial sino a la covariancia en el continuo del espacio-tiempo.

El trabajo monumental de Einstein, que es quizás, una de las más grandes creaciones de la mente humana en toda la historia de la humanidad, consistió en formular, con éxito completo, un conjunto general de ecuaciones gravitacionales covariantes que forman la base de la teoría general de la relatividad. Estas ecuaciones son muy complicadas, desde el punto de vista matemático. Pero afortunadamente no se requieren, para los problemas que vamos a estudiar, su expresión más general; ya que en gran parte de las aplicaciones cosmológicas relativistas los sistemas de referencia empleados envuelven una clara separación entre coordenadas espaciales y coordenadas temporales 'debido a las propiedades de simetría que tienen los modelos cosmológicos usados. Sin embargo y solo a título ilustrativo, daremos al final del presente capítulo una breve descripción de las ecuaciones del campo

de Einstein.

La pregunta que surge ahora es la siguiente:

¿Cómo podemos expresar la línea mundial que describe un cuerpo cualquiera? Desde el punto de vista de la mecánica de Newton se puede usar como parámetro

absoluto el tiempo t , que es un invariante de la teoría, y expresar cualquier trayectoria espacial en forma vectorial por $\vec{r}(t)$.

Este procedimiento no es posible en la teoría de la relatividad porque no es tiempo absoluto de dicha teoría sino una de las cuatro coordenadas a la que denominamos Y .

Para poder expresar una línea mundial, en la teoría de la relatividad necesitamos un parámetro absoluto λ que varíe o crezca suavemente a lo largo de dicha línea desde su pasado a su futuro y en este caso una descripción covariante de la historia de la partícula se haría por medio de las cuatro funciones paramétricas $\mathbf{R}(\lambda)$ donde $i = 0, 1, 2$ y 3 .

El parámetro absoluto b necesario para la descripción de una línea mundial no es otra cosa que el tiempo propio: este es el tiempo que marca un reloj tipo (el tandardt) que viaja con el cuerpo que describe la línea mundial.

Es evidente que L es un parámetro invariante ya que se introdujo en las ecuaciones sin mencionar el sistema de coordenadas empleado.

El concepto de tiempo propio (τ) es de extraordinaria importancia en la teoría de la relatividad por lo que hay que recordar muy bien su significado.

A fin de poder ir con toda claridad como se emplea el parámetro en la descripción de la línea mundial de un cuerpo, vamos a repasar previamente algunos casos familiares de distancias sobre curvas en un espacio Euclideo tridimensional.

En este espacio un punto viene descrito por tres coordenadas espaciales x^i donde $i = 1, 2$ y 3 . Como parámetro representativo de las curvas usaremos un arco de la misma longitud de s por lo que las coordenadas vienen dadas por $x^i(s)$ donde $i = 1, 2$ y 3 .

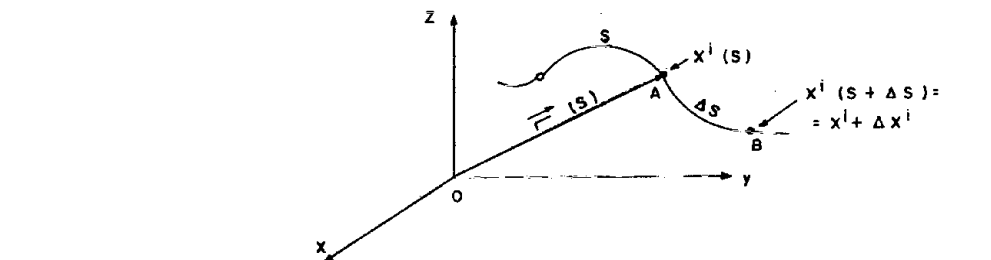


FIG. 5.2.— REPRESENTACION PARAMETRICA DE UNA CURVA.

Para una curva cualquiera la longitud del arco AS , entre dos puntos vecinos A y B cuyas coordenadas son $x^i(s)$ y $x^i(s + \Delta s)$, viene dado por el teorema de Pitágoras en sus diferentes formas.

En coordenadas cartesianas esa distancia es $\Delta s^2 = \Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2$. El cálculo de esa misma distancia, en coordenadas esféricas, es

$$\Delta s^2 = r^2 \left(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2 + dr^2 \right)$$

y en coordenadas cilíndricas

$$\Delta s^2 = r^2 d\phi^2 + dz^2 + dr^2$$

La fórmula análoga en el espacio-tiempo nos da ds^2 como función de la diferencia de coordenadas dx^i entre dos eventos vecinos.

Escogiendo un sistema de referencia localmente inercial (una cabina en caída libre) y suponiendo que los eventos antes mencionados ocurren cerca de $t = 0$

podemos emplear las coordenadas cartesianas $x, y, z = t, r$ y expresar $e =$ por medio de una de las fórmulas de la relatividad especial (4.16) deducida anteriormente puesto que el espacio es localmente Euclídeo es decir: es plano.

La expresión de $d\tau$ es por lo tanto la siguiente:

$$d\tau = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} dt = \sqrt{1 - \frac{1}{c^2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2} dt \quad (5.1)$$

Para asumir que la teoría especial de la relatividad es válida en un sistema de referencia en caída libre se ha hecho uso del Principio de Equivalencia de Einstein.

Si por el otro lado postulamos la validez de la ecuación 5.1 podemos deducir, a partir de ella, las transformaciones de Lorentz usarlas por consiguiente como base de toda la teoría especial de la relatividad.

Como una sencilla ilustración de lo afirmado vamos a deducir la fórmula de la dilatación del tiempo.

Para hacer esto consideremos dos eventos en la línea mundial de un cuerpo que se mueve con velocidad U en relación a un sistema de coordenadas (x, t) .

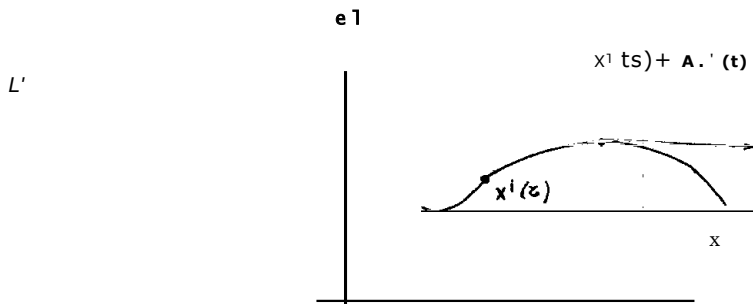


FIG. 5.3- DOS EVENTOS EN LA-LÍNEA MUNDIAL DEL CUERPO

Sin perder generalidad y para facilitar la exposición hemos usado un sistema plano (Fig. 5.3)

Las coordenadas dx y dt están relacionadas por $dx = v dt$ con lo que la expresión del tiempo propio dado por la fórmula 5.1 se puede escribir como

$$\Delta \tau = \Delta t \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \Delta t \left(1 - \frac{v^2}{c^2} \right)^{1/2}$$

de donde

c

De esta fórmula se deduce que Δt medido en un sistema que se mueve en relación al cuerpo en consideración con velocidad v es más largo que el tiempo propio Δt_0 medido con relojes en reposo relativos al cuerpo. De esto se puede concluir que los relojes en movimiento marchan con más lentitud.

Existe una diferencia muy importante entre la fórmula para Δt en la relatividad especial y la fórmula para Δs deducida del teorema de Pitágoras: la distancia entre dos puntos vecinos en un espacio Euclideo de tres dimensiones es siempre positiva mientras que para Δs esto no es siempre el caso en el espacio-tiempo de la teoría especial de la relatividad. En esa teoría se puede dar el caso que el tiempo propio $\Delta \tau$ entre dos eventos vecinos es imaginario es decir que Δt^2 sea negativo. De 5.1 se puede deducir que un par de eventos cuya separación es $| \Delta x | > c \Delta t$ tiene la propiedad anterior es decir Δt^2 es negativo y Δs imaginario. Una partícula material que una a esos eventos tendría que viajar a una velocidad mayor que la de la luz c , lo cual es imposible y por lo tanto esos eventos no pueden estar en la línea mundial de partícula alguna y ΔL no se puede interpretar, en este caso, como tiempo propio.

Sin embargo, la cantidad positiva $c\sqrt{-\Delta \tau^2}$ si tiene un significado físico: es la distancia propia entre los dos eventos y se define como la distancia medida con una barra tipo en un sistema de referencia donde los eventos ocurren simultáneamente.

Lo enunciado anteriormente se puede visualizar escogiendo simplemente un sistema (inercia) local en el cual **410** (simultaneidad de los eventos). Por 5.1 se tiene entonces que $\Delta L = c \Delta \tau$ lo cual da el resultado enunciado anteriormente ya que en ese sistema de referencia ΔL es la distancia propia.

Con esa identificación de ΔL , en función de la distancia propia, se puede deducir la fórmula de contracción de Einstein.

Para efectuar esa deducción vamos a usar dos sistemas de referencia S y S' el sistema original lo llamamos S y al que se mueve con velocidad U relativo a S lo llamamos S' .

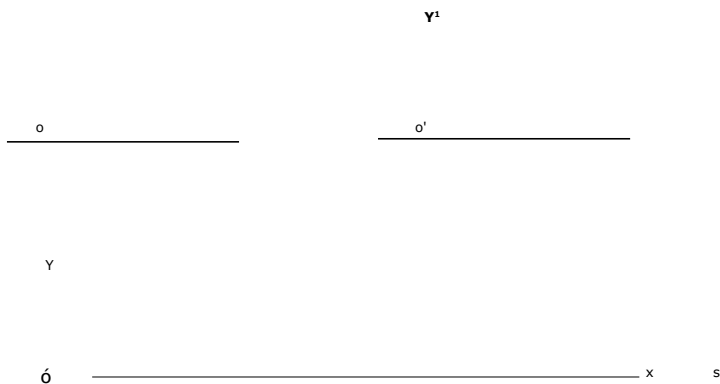


FIG. 5.4.- MOVIMIENTO RELATIVO DE LOS SISTEMAS DE REFERENCIA.

Los dos eventos que vamos a considerar corresponden: el uno a la coincidencia de los dos orígenes de coordenadas O y O' y el otro al paso de O' sobre el punto del eje x de S cuya distancia de O es A .

Para cualquier par de eventos el término ΔZ se denomina su separación o intervalo.

De la discusión anterior se observa de que se pueden distinguir tres tipos de intervalos:

- 1º) Si Δt es real, los eventos tienen una separación temporal y pueden por lo tanto estar situados en la línea mundial de una partícula material y Δx es el tiempo propio entre los eventos.
- 2º) Si Δt es imaginario, los eventos tienen una separación espacial y no pueden estar situados sobre la línea mundial de partícula material alguna y Δx es la distancia propia entre los eventos.
- 3º) Si ΔZ es cero, los eventos tienen una separación nula y pueden estar situados sobre la línea mundial de un rayo de luz.

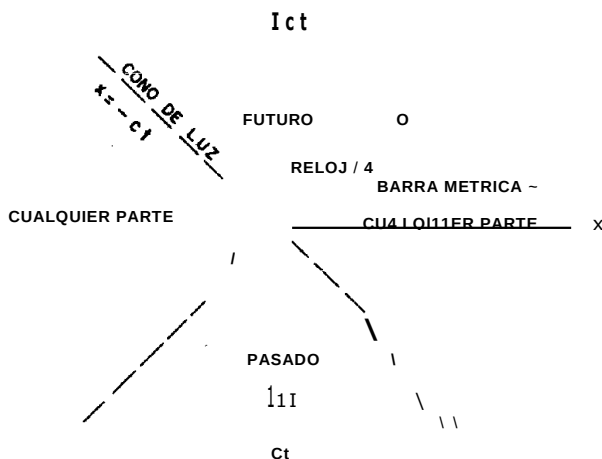


FIG. 5.5 — DIAGRAMA DE MINKOWSKI CON CONO DE LUZ.

Hemos visto anteriormente de que existen tres tipos de intervalos G^2 y un intervalo de un tipo dado no puede cambiar a otro tipo. Debido a este hecho la rotación de las líneas mundiales quedan limitadas tal como se muestra en la Fig. 5.5 La línea mundial del reloj no puede alcanzar a la de la barra métrica y viceversa.

Considerados desde el punto de vista del sistema S se tiene para ambos eventos

$$\Delta x'^2 = \Delta x^2 - \frac{|\Delta r|^2}{c^2} = \frac{L^2}{v^2} - \frac{L^2}{c^2}$$

Considerados desde el punto de vista del sistema S' ambos eventos ocurren en el origen de coordenadas 0' y la distancia entre ambos puntos del eje x vista des de S' es R' por lo que

$$\Delta x' = 4. e^{-\frac{v^2}{c^2}} \quad \ln r' \quad \sim c \quad rr - O$$

Puesto que $\Delta x'^2$ es un invariante podemos entonces igualar ambas ecuaciones con lo cual se obtiene

$$\frac{L^2}{v^2} - \frac{L^2}{c^2} = \frac{L'^2}{c^2}$$

de donde $R' = \frac{L'}{c} = \frac{L}{c} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$ de manera que la distancia parece más corta ($R' < R$) si sus longitudes son inferidas de mediciones en un sistema de-referencia que no está en reposo con respecto al objeto que se mide.

En este punto es muy oportuno hacer una aclaratoria entre lo que se entiende por contracción de Lorentz y contracción de Einstein.

La contracción de Einstein resulta de la relatividad de simultaneidad y com para la longitud de una barra en movimiento con la de una barra en reposo

La contracción de Lorentz compara la longitud de una barra rígida que satisface el experimento de Michelson con la longitud de una barra definida clásica

mente. Es una coincidencia de que ambas teorías tengan el mismo factor de contracción $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$ que es lo que causa la confusión. Sería recomendable no usar el mismo nombre para ambas contracciones.

volviendo a nuestra discusión vemos que es también posible tener un par de eventos para los cuales $\Delta x = 0$ y $\Delta t \neq 0$ (los eventos están sincronizados por de $\Delta x = 0$ y $\Delta t \neq 0$ y cuyas diferencias de coordenadas están re de luz. En esta manera que los eventos están situados sobre un rayo

Ambas están separadas por el "cono de luz" que es un asunto cuadrirrengional cuya intersección con el plano $x - ct$ son las líneas $x = ct$ y $x = -ct$. El co no de luz representa la línea mundial o la superficie mundial de la luz que para el tiempo $t = 0$ se encuentra en el origen. El cono de luz divide al espacio de Minkowski en tres partes que son:

- h) Para una discusión completa de este punto se recomienda el libro de Hans Reichenbach que se cita en la bibliografía. 97

- a) El futuro; que puede ser influenciado por eventos en el origen.
- b) El pasado; que puede influenciar a los eventos en el origen.
- c) y una región que es intrínsecamente " en cualquier parte " desde el origen y donde ninguna señal puede pasar del origen a esa región cualquiera o viceversa-sin exceder la velocidad de la luz.

Por -todo lo discutido anteriormente se puede concluir que desde el punto de vista físico la separación en el espacio-tiempo es más complicada que la separación en el espacio. Sin embargo matemáticamente los dos conceptos son muy parecidos ya que podemos suponer que ds^2 tal como viene dado por 5.1 tiene una forma pseudo-pitagórica en la cual tres de los cuatro signos son negativos.

Breve Introducción a los Tensores.

Vamos a trabajar con un sistema de coordenadas cartesianas y un sistema de coordenadas curvilíneas para expresar la distancia entre dos puntos usando ambos sistemas.

Sean x, y, z un conjunto de coordenadas cartesianas y supongamos que las mis mas son a su vez funciones de coordenadas curvilíneas cualesquiera $\xi^1, \xi^2, \dots$ es decir:

$$x = x(\xi^1, \xi^2, \dots); \quad y = y(\xi^1, \xi^2, \dots); \quad z = z(\xi^1, \xi^2, \dots)$$

La diferencia de coordenadas entre dos puntos muy próximos se puede expresar por

$$ds^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2 = g_{ij} d\xi^i d\xi^j \quad (5.3)$$

La expresión para ds^2 viene dada por

$$ds^2 = g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = g_{ij} d\xi^i d\xi^j$$

donde $g_{ij} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial \xi^i} \frac{\partial x^\beta}{\partial \xi^j} g_{\alpha\beta}$

Si introducimos la convención de Einstein, según la cual dos índices idénticos en una expresión se consideran como afectados por el signo de la sumatoria en tonces la expresión 5.4 se puede escribir en forma más simple como

$$4 S^{\mu\nu} \frac{d}{dt} x^{\mu} x^{\nu} \dots \quad sS$$

Esta expresión nos indica como obtener la distancia entre dos puntos cuando conocemos la diferencia de coordenadas entre esos puntos.

El intervalo 4.5 es un invariante ya que expresa una distancia: pero la diferencia de coordenadas no lo es, debido a que dependen del sistema de coordenadas usado. Las fórmulas de las funciones $Q_{li}(x)$, que son nueve en este caso y de 105 cuales seis son independientes ya que $\alpha_{ii} = 0^{142}$, forman lo que se conoce con el nombre de tensor métrico el cual se denota por

$$\begin{matrix} g_{11} & g_{12} & g_{13} \\ g_{21} & g_{22} & g_{23} \\ g_{31} & g_{32} & g_{33} \end{matrix} \quad . \quad 5.6$$

que es una matriz de 3×3 .

Cono ejemplo vamos a estudiar la relación entre las coordenadas cartesianas y las esféricas ' expresar la distancia por las fórmulas deducidas

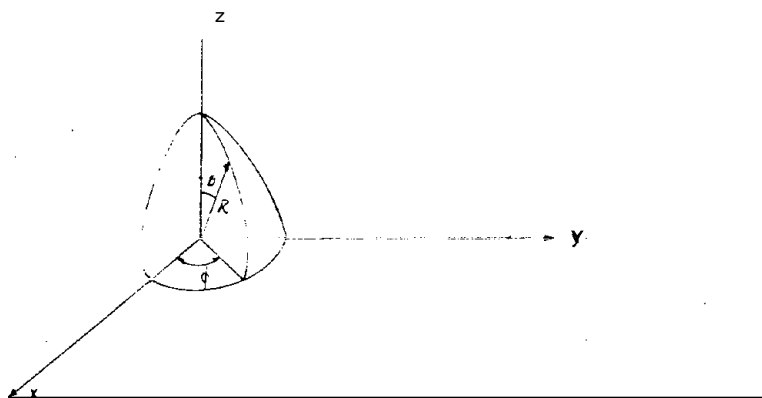


FIG 5.6. -
SISTEMA DE COORDENADAS ESFERICAS.

Las relaciones de coordenadas vienen dadas por las ecuaciones siguientes:

$$= (e_i) = r_{s-r,0} \sim s.7$$

$$Z = z(r; \sim l) \text{ c / c o l d}$$

donde según nuestra notación anterior

$$z' \cdot r; X' = E i$$

v el rango de las variables es

$$G^e i \dots 5. \quad oí o C \quad c' c ca _ c \quad e i.$$

Ahora bien

$$4x = .9 \cdot 4r \dots 4r + u_{90} \cdot c r \sim \Phi . 40 - , Sr, \dots e. ss \quad \cdot 4$$

$$dY = s \sim . s < - 9^1. ar + r u \text{ ga. SJL. } .46 + rs2 \sim . ca2c.4i$$

$$O Z \quad edg \quad e.4 r - \underline{r.S.e.} \dots 0.43$$

$$^y \quad 4 \quad 4r \bullet t r^o d \cdot t r \cdot s c \bullet \cdot 6. \quad 9i \quad s' . s$$

$$, \text{ donde } > \quad r \cdot ; \quad (\cdot s, = r t, s < \dots B$$

$$^y \quad g_{ij} = 0 \quad \text{para } i \neq j$$

siendo el tensor métrico igual a

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

La expresión 5.8 se puede escribir como

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$$

Lo que acabamos de ver para un espacio de tres dimensiones se puede generalizar para un espacio de n dimensiones de dos maneras que son:

1) Podemos suponer que el espacio tiene n dimensiones en lugar de tres. Esto significa que cada punto del espacio requiere de n coordenadas $(x^1, x^2, x^3, \dots, x^n)$ para poder ser especificados completamente. El conjunto de coordenadas se puede denotar colectivamente por (x) .

2) Podemos igualmente suponer que la distancia entre dos puntos vecinos (x) y $(x + dx)$ viene dada por

$$ds^2 = g_{ij} dx^i dx^j$$

donde las $g_{ij}(x)$ son funciones de las coordenadas (x) y pueden por lo tanto variar de punto a punto.

Estas funciones son simétricas en sus índices de manera que $g_{ij} = g_{ji}$ ($i, j = 1, \dots, n$). Un espacio de n dimensiones en el cual la distancia entre dos puntos vecinos se define a priori, se llama espacio de RIEMANN y la expresión 5.9 se llama la métrica. Es de hacer notar que el espacio ordinario de tres dimensiones es un caso particular del espacio de Riemann en el cual

$$g_{ij} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & r^2 & 0 \\ 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta \end{pmatrix}$$

Las funciones g_{ij} , llamadas coeficientes de la métrica, no son necesariamente

positivas pero siempre se asume que el determinante

1..-

1 1- 1".

e' _ diferente de cero.

La cantidad d 5 se llama intervalo.

Transformación de Coordenadas

Supongamos que las coordenadas por medio de las cuales caracterizamos un pun to es el espacio de Riemann son alteradas de alguna manera. Un cambio simultaneo de descripción de todos los puntos del espacio de un sistema de referencia (x) a un sistema de referencia (x') se llama transformación de coordenadas y se define por un conjunto de M ecuaciones.

$$x, r_{\sim} r_{\sim x \sim}^f y_{\sim} \dots, ^{\circ}) \quad (= ^z$$

A estas ecuaciones se les impone la restricción de que deben ser solubles pa ralas .(x) en función de las (x') de manera que

$$x^t \quad) / r c . t, L \sim \dots \dots \dots S . r i$$

si tomamos diferenciales de las ecuaciones 5.10 obtenemos

$$AZ'^r = \acute{O}X \acute{a} x_{\sim} 1C/$$

$$a \quad f_{Ct} \quad = E_{\sim ve} . th . Lt \quad az_{\sim}$$

$$chi; (r \quad f, L, \dots, \rightarrow) . \quad S', z$$

Escalares, Vectores y Productos Internos

Una cantidad $q(X)$ cuyo valor, aunque no su expresión formal, es inalterado por todas las transformaciones permisibles de coordenadas se llama escalar.

Consideremos cantidades $(v^1, v^2, \dots, v^n)$ donde cada v^i es una conocida función de las (x) y apliquemos la transformación 5.10 sobre las coordenadas.

Se dice entonces que las s_r cantidades son las componentes de un vector contravariante si se transforma de acuerdo a la misma regla que las diferenciales. Por 5.12 las v se transforman a v' donde

$$v'^r = \frac{\partial x^r}{\partial x'^s} v^s \quad (r = 1, 2, \dots, n) \quad (5.13)$$

Es de hacer notar que las mismas diferenciales $(dx^1, dx^2, \dots, dx^n)$ son las componentes de un vector contravariante..

Otro tipo de vector, cuyos componentes son $(v_1, v_2, \dots, v_n)$ se llama covariante si se transforman de acuerdo a la ley

$$v'_s = \frac{\partial x^r}{\partial x'^s} v_r \quad (5.14)$$

La relación entre vectores covariantes y contravariantes depende del teorema siguiente:

$$v^i v_i = \text{escalar} \quad (5.15)$$

Si uno de los vectores cualesquiera uno contravariante y el otro covariante entonces la suma de los productos $\sum_{i=1}^n v^i v_i$ es siempre un escalar.

Para probar la afirmación anterior formemos las sumas correspondientes en función de las componentes transformadas -

$$\sum_{i=1}^n v'^i v'_i = \sum_{i=1}^n \left(\sum_{r=1}^n \frac{\partial x^r}{\partial x'^i} v^r \right) \left(\sum_{s=1}^n \frac{\partial x^s}{\partial x'^i} v_s \right) = \sum_{r,s=1}^n \left(\sum_{i=1}^n \frac{\partial x^r}{\partial x'^i} \frac{\partial x^s}{\partial x'^i} \right) v^r v_s$$

$\sum_{i=1}^n \frac{\partial x^r}{\partial x'^i} \frac{\partial x^s}{\partial x'^i} = \delta^{rs}$ $\delta^{rs} = 1 \text{ si } r=s, 0 \text{ si } r \neq s$

Puesto que las coordenadas $x^1, x^2, \dots, x^n$ son necesariamente independientes se tiene

, que

$$\frac{\partial x^r}{\partial x'^i} = \begin{cases} 1 & \text{si } r=i \\ 0 & \text{si } r \neq i \end{cases}$$

de esto se deduce que

$$V^i b_u^i = u^L$$

de manera que el valor de la suma +ose altera por la transformación siendo x por lo tanto un escalar.

La suma de los productos-de las componentes correspondientes de un vector con travariante y un vector covariante se llama producto interno de los dos vectores que también se conoce con el nombre de producto escalar.

En conclusión, el producto interno de un vector contravariante arbitrario Y un vector covariante arbitrario es siempre un escalar. Tensores

Las definiciones de escalares y vectores que hemos dado anteriormente depen den esencialmente de las leyes de transformación de esos entes. No es difícil **ex tender esta idea a entes con leyes de** transformación análogas pero más complica_ das-que la de los vectores.

Consideremos por ejemolo el conjunto de 't' símbolos $T^{\sim 1}(x) \sim \sim - t^2$,,...) cuya ley de transformación es

El conjunto completo de las componentes forman lo que se conoce como ten sor contravariante de rango dos.

En forma similar el conjunto de las ^{4t'} componentes **3 . (l'**, $Z, -\bullet, M)$ y $Tp(r, -q = , , i, \dots \sim . r -)$ con leyes de transformación_ 3

$$P d \quad . ' \quad -a_l r_a \quad 6 \quad) (e \quad -Z X 7 \quad S., 6$$

definen respectivamente un tensor contravariante de rango dos y un tensor mixto de rango dos.

El rango de un tensor indica solamente el número de índices por componente.

Comparando las expresiones (5.15) y { 5.16) con { 5.13) Y (5.14) se ob serva que un índice contravariante de un tensor, está asociado con ualey de trans formación similar a la de un vector contravariante y un índice covariante- sigue la misma ley de transformación que un vector covariante.

De esta manera se pueden construir tensores de mayor rango. Por ejemplo los N. símbolos _{afrr} forman un tensor de rango 4 con tres índices covariantes y uno contravariante.

La ley de transformación en este caso es

$$B_{rL}^{.r} \quad \frac{\partial x_i'}{\partial x^a} \quad \frac{\partial x^b}{\partial x^i} \quad x^a \quad \frac{\partial x^c}{\partial x^b} \quad bcd \text{ Como caso}$$

particular tenemos que los vectores son tensores de rango uno y los escalares son tensores de rango cero.

El Tensor Mixto Fundamental

Hasta ahora hemos considerado los tensores en casos abstractos. Vamos a examinar ahora un tensor de rango dos que surge de la existencia de las transformaciones de coordenadas 5.10.

Vamos a probar el siguiente teorema:

Los M^r -símbolos g_{ij} donde

$$D^r \quad \text{O S 1}$$

son los componentes de un tensor mixto de rango dos cuyos componentes tienen el mismo valor en cada sistema de $\frac{\partial x^a}{\partial x^i} = \begin{cases} 0 & \text{si } i \neq a \\ 1 & \text{si } i = a \end{cases}$ coordenadas. Esto se deduce de inmediato si consideramos $\frac{\partial x^a}{\partial x^i}$ que

puesto que b_{qr}^r , siendo la transformación de rh entonces $^{R\bar{R}}_{s...} \bar{F} = \dots$

igual a $D_{2 \times 2} = \frac{\partial x^a}{\partial x^i} \frac{\partial x^b}{\partial x^j} \quad 1 >$

$$x^{i'''} \rightarrow x^{i''} \quad \begin{cases} 0 & \text{si } p \neq q \\ 1 & \text{si } p = q \end{cases}$$

de donde se concluye que

$$= C_i(\blacksquare, \delta = \text{"}).$$

Este es el llamado tensor fundamental mixto.

Los Dos Tensores Fundamentales en el Espacio de Riemann

Existen dos tensores adicionales de rango dos que son definidos por la métrica misma.

Asumiendo que el intervalo entre dos puntos vecinos es una propiedad intrínseca de ambos por lo que debe ser independiente, en magnitud, del sistema de coordenadas usado **en** describir dichos **puntos o sea que debe ser un escalar.**

Suponemos que al pasar del sistema de coordenadas (X) al sistema (X') los coeficientes $c_{\alpha\beta}$ se convierten en $a_{\alpha\beta}$

Tenemos que

$$ds^2 = c_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = a_{\alpha\beta} dx'^\alpha dx'^\beta$$

por lo que

$$c_{\alpha\beta} = a_{\alpha\beta} \frac{\partial x'^\alpha}{\partial x^\alpha} \frac{\partial x'^\beta}{\partial x^\beta}$$

Puesto que las diferencias de coordenadas son independientes, la ecuación anterior solo puede ser verdadera si

$$\frac{\partial a_{\alpha\beta}}{\partial x^\gamma} = -a_{\alpha\gamma} \frac{\partial a_{\beta\delta}}{\partial x^\alpha} \frac{\partial x'^\delta}{\partial x^\gamma}$$

Intercambiando símbolos se obtiene

$$a'_{\alpha\beta} = \frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\alpha} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\beta} a_{\alpha\beta}$$

Usaremos indistintamente

$$g_{\alpha\beta}, dx^\alpha, c_{\alpha\beta} \quad \text{y} \quad g^{\alpha\beta}, dx'_\alpha, a_{\alpha\beta}$$

que es precisamente la ley de transformación de un tensor covariante de rango dos.

El término $\epsilon_{\alpha\beta}$ constituye el tensor fundamental covariante de rango dos. Ahora vamos a definir al tensor contravariante fundamental de rango dos $\epsilon^{\alpha\beta}$ de

la manera siguiente:

Consideremos los símbolos definidos por

$$p_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{g}} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial x^\gamma}{\partial x'^\alpha} \frac{\partial x^\delta}{\partial x'^\beta}$$

$$g^{\alpha\beta} g_{\beta\gamma} = \delta^\alpha_\gamma = \begin{cases} 1 & \text{si } \alpha = \gamma \\ 0 & \text{si } \alpha \neq \gamma \end{cases}$$

por lo que

Por la ley de multiplicación de determinantes tenemos que

$$\frac{\partial x^\alpha}{\partial x'^\mu} \frac{\partial x^\beta}{\partial x'^\nu} \frac{\partial x^\gamma}{\partial x'^\rho} \frac{\partial x^\delta}{\partial x'^\sigma} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} = \epsilon_{\mu\nu\rho\sigma}$$

Por un teorema del cálculo tensorial, que se llama teorema del cociente, se puede probar que los símbolos $\epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta}$ son las componentes de un tensor contravariante de rango cuatro y por lo tanto el fundamental de ese rango del espacio: de. Riemann.

Tensores Asociados

Los tensores fundamentales tienen la propiedad de elevar y bajar los índices. de un tensor convirtiendo en contravariante un covariante y viceversa.

El proceso. consiste en formar el producto interno del tensor dado con uno u otro de los fundamentales.

Aplicado a los vectores V^α el proceso proporciona

$$V_\alpha = g_{\alpha\beta} V^\beta = \frac{1}{\sqrt{g}} \epsilon_{\alpha\beta\gamma\delta} \frac{\partial x^\gamma}{\partial x'^\alpha} \frac{\partial x^\delta}{\partial x'^\beta} V^\beta$$

respectivamente. Para un tensor de rango dos obtenemos

Se puede probar facilmente que las operaciones antes señaladas representantes ,oro de los tipos indicados.

Consideremos por ejemplo la ley de transformación de V . . Aplicando las trans

$$T^r_b = g_{br} T^{rr} ; \quad T^a_b = g_{br} T^t_b = g_{br} g_{rt} T^{tr}$$

formaciones dadas anteriormente tenemos

$$\left(\frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\beta}} \right) = \frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\beta}} \quad \text{y} \quad \frac{\partial x'^{\beta}}{\partial x^{\alpha}} = \left(\frac{\partial x^{\alpha}}{\partial x'^{\beta}} \right)^{-1}$$

que es precisamente la ley de transformación de un vector covariante.

Los tensores obtenidos por estos procesos se llaman tensores asociados.

Geodésicas

Hasta ahora habíamos visto brevemente los cambios que sufren los tensores cuando las coordenadas de un punto particular en el espacio de Riemann cambian. Vamos a estudiar ahora los cambios que se producen cuando mantenemos el mismo sistema de coordenadas pero nos desplazamos en el espacio. A fin de efectuar un desplazamiento particular en el espacio vamos a definir ciertas curvas llamadas geodésicas cuyas propiedades son análogas a las líneas rectas del espacio tridimensional ordinario o Euclideo.

Consideremos dos puntos P_1 y P_2 en el espacio-Riemanniano y una curva cual o diera que los une. Una curva tal se puede definir por el conjunto de ecuaciones

$$x^{\alpha} = F^{\alpha}(t) \quad (t = \text{parámetro})$$

donde t es cierto parámetro que varía a lo largo de la curva. Si sustituimos 5.17 en 5.9 e integramos con respecto a t , entonces podemos expresar el intervalo S medido a lo largo de la curva en función de t . La geodésica que une a los puntos

P_1 y P_2 se define como la curva para la cual el intervalo S entre los puntos P_1 y P_2 tiene un valor estacionario, que en este caso es mínimo, comparado con el intervalo medido a lo largo de una curva vecina que también une a esos dos puntos.

Las ecuaciones diferenciales de las geodésicas se pueden encontrar de la manera que se describe más adelante aunque las ecuaciones finitas de esas curvas no se pueden obtener sin un conocimiento preciso de las funciones

Supongamos que 5.17 representa las ecuaciones finitas de las geodésicas que unen a los puntos P_1 y P_2 de manera que el intervalo S viene dado por

$$S = \int_{P_1}^{P_2} \sqrt{g_{\alpha\beta} \frac{dx^{\alpha}}{dt} \frac{dx^{\beta}}{dt}} dt$$

donde j_0 y L_{fi} son los valores de $\{$ en P_1 y P_2 respectivamente.

Cualquier curva que una a P_1 con P_2 y que sea vecina a la geodésica tendrá ecuaciones de la forma

$$X^{\mu} = x^{\mu} + \delta x^{\mu} = x^{\mu} + \epsilon \eta^{\mu} + E^{\mu} \quad (5.19)$$

donde ϵ es un parámetro pequeño para el cual η^{μ} y E^{μ} es una cantidad muy pequeña cuyo cuadrado y potencia mayor se pueden despreciar

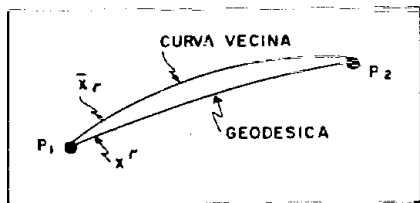


FIG. 5.7 — GEODESICA Y CURVA VECINA.

Aplicando el cálculo de variaciones a la ecuación 5.18 si $S=0$ y suponiendo que el parámetro s es idéntico al intervalo s medido a lo largo de la curva entonces se obtienen las ecuaciones diferenciales de la geodésica cuya expresión viene dada por

$$\frac{d^2 x^{\mu}}{ds^2} + \Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} \frac{dx^{\alpha}}{ds} \frac{dx^{\beta}}{ds} = 0 \quad (5.20)$$

donde

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} g^{\mu\gamma} \left(\frac{\partial g_{\alpha\gamma}}{\partial x^{\beta}} + \frac{\partial g_{\beta\gamma}}{\partial x^{\alpha}} - \frac{\partial g_{\alpha\beta}}{\partial x^{\gamma}} \right) \quad (5.21)$$

son los llamados símbolos de Christoffel de segunda especie correspondiente a la métrica dada.

Los símbolos de Christoffel no son tensores pero contienen a los tensores fundamentales y sus primeras derivadas.

se observa que

$$\Gamma^{\mu}_{\alpha\beta} = \Gamma^{\mu}_{\beta\alpha}$$

La ecuación 5.20 posee obviamente la integral

$$g_{\mu\nu} \frac{dx^{\mu}}{ds} \frac{dx^{\nu}}{ds} = 0 \quad (5.22)$$

que se obtiene de dividir la expresión 5.9 por A^0_0

Las ecuaciones de la geodésica se han obtenido y se obtienen de las propiedades estacionarias del intervalo: una propiedad que es independiente del sistema de coordenadas usado.

Las ecuaciones 5.20 deben por lo tanto ser invariantes, en forma, con relación a cambios de coordenadas,

El álgebra y cálculo tensorial forman la estructura matemática básica de la teoría general de la relatividad. Le dan a la teoría mucho de su poder pero también muchas de sus dificultades.

El tensor métrico $g_{\alpha\beta}$ introduce la métrica en la geometría. Su forma más simple ocurre cuando se usan coordenadas cartesianas rectangulares y en ese caso

$g_{\alpha\beta}$ adquiere la forma

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{S.L.3}$$

Lo visto anteriormente se puede aplicar en forma similar a la geometría del espacio-tiempo.

En un sistema de coordenadas arbitrario, que posiblemente esté acelerado y en rotación, la separación Δs^2 entre dos eventos viene dada en función de las diferencias de coordenadas por

$$\Delta s^2 = g_{\alpha\beta} \Delta x^\alpha \Delta x^\beta \quad \text{S.L.4}$$

El tensor métrico $g_{\alpha\beta}$ tiene dieciseis componentes de los cuales sólo diez son independientes.

La forma más simple de las $g_{\alpha\beta}$ ocurre en un sistema en caída libre que no es otra cosa que un sistema inercial local.

Si usamos x^0 para designar al tiempo t y como coordenadas espaciales cartesianas a x^1 , x^2 y x^3 entonces el tensor métrico $g_{\alpha\beta}$ viene dado de acuerdo a 5.1 y 5.24 por

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{c^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{c^2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{c^2} \end{pmatrix} \quad \text{S.L.5}$$

Además del número de dimensiones, existen dos diferencias importantes entre el espacio

Euclídeo de tres dimensiones y el espacio-tiempo de cuatro.

La primera diferencia radica en que en el espacio ordinario es posible encontrar eventos no coincidentes con separación cero de modo que se puede hacer una distinción entre separación espacial y separación temporal.

Matemáticamente observamos de 5.25 y de la discusión de las consecuencias de 5.1 que esta distinción surge debido a la ocurrencia en $g_{\alpha\beta}$ de signos negativos.

Siempre es posible transformar un tensor arbitrario $T_{\alpha\beta}$, en un sistema inercial local, a una forma diagonal y encontrar la diferencia entre el número de elementos positivos y negativos. Esta diferencia se conoce con el nombre de *signatura* y su valor para el espacio-tiempo es de -2 .

Los tensores métricos para los cuales ΔF puede ser cero se llaman *indefinidos*.

La métrica $g_{\alpha\beta}$ para el espacio ordinario es definida.

La segunda diferencia radica en que en el espacio Euclídeo de tres dimensiones $2, 7$ puede siempre ser reducido a $q, 7$ (ecuación 5.23) con una transformación apropiada de coordenadas mientras que en el espacio-tiempo es generalmente no posible reducir $g_{\alpha\beta}$ a $q, 7$ (ecuación 5.25) -solo localmente de acuerdo al principio de equivalencia.

Esto no es otra cosa que la traducción al lenguaje matemático de nuestro principio físico de que en un campo gravitacional no es posible cubrir todo el espacio-tiempo con un solo sistema inercial.

De lo anteriormente expuesto se puede concluir que el tensor métrico $g_{\alpha\beta}$, en presencia de un campo gravitatorio, debe describir intrínsecamente el espacio-tiempo en forma más complicada que en la relatividad especial cuya métrica viene dada por 5.25.

Muy pronto veremos que la nueva propiedad que introduce el campo gravitatorio es la curvatura del espacio.

Las Geodésicas en la Teoría de la Relatividad

¿Cuál es la trayectoria $x^i(t)$ que describe un cuerpo sobre el cual actúan fuerzas no gravitacionales? La respuesta, de acuerdo a la teoría de la relatividad, es la siguiente: el cuerpo se mueve con velocidad uniforme a lo largo de una recta de manera que su línea mundial determinada en un sistema inercial viene dada por las cuatro-ecuaciones

$$x^{\alpha} = x^{\alpha}_0 + u^{\alpha} \tau \quad \text{donde} \quad u^{\alpha} u_{\alpha} = 0 \quad \dots S_{tg}$$

ya que los símbolos de Christoffel Γ^k_{ij} son iguales a cero ($\Gamma^k_{ij} = 0$).

Esto no es otra cosa que la reformulación de la primera ley de Newton.

Sin embargo en un sistema no inercial las coordenadas x^μ , x'^μ y t se mezclan y las ecuaciones 5.26 toman una forma diferente. En todo caso el sistema de referencia sólo puede ser localmente inercial cuando existe un campo gravitacional inhomogéneo. Por estas razones sabemos que las ecuaciones 5.26 no tienen la forma covariante generalmente requerida en una ley física.

No es necesario escribir las ecuaciones de la línea recta para poder especificarla ya que existe otra forma de hacerlo.

En el espacio Euclideo de tres dimensiones un segmento de línea recta corresponde a la distancia más corta entre dos puntos.

Para demostrar la afirmación anterior vamos a considerar los puntos O y B cuyas coordenadas son $(0, 0, 0)$ y $(a, 0, 0)$ siendo a su vez O el origen de coordenadas.

donde d_{OA} es la distancia entre los puntos O y A.

FIG. 5.6 - DISTANCIA EUCLIDEANA ENTRE DOS PUNTOS

La distancia d_{og} viene dada por el teorema de Pitágoras según la expresión

$$d_{og} = \sqrt{a^2 + 0^2 + 0^2} = a$$

Consideremos ahora la trayectoria alterna O A B donde las coordenadas de A son $(a, 1, 0)$ y $(a, 0, 0)$. Las distancias en este caso vienen dadas por

$$d_{OA} = \sqrt{a^2 + 1^2 + 0^2}$$

$$d_{AB} = \sqrt{(a-a)^2 + (1-0)^2 + 0^2} = 1$$

También podemos escribir d_{OA} como

$$d_{OA} = \sqrt{a^2 + 1^2} = \sqrt{a^2 + 1}$$

de donde es obvio que

$$\Delta t_{043} = \Delta t_{na}$$

Todo esto es conocido en el espacio Euclideo de tres dimensiones pero en el espacio-tiempo de la teoría especial de la relatividad la separación temporal entre dos eventos es la más larga si la misma se toma sobre una línea mundial recta.

Con un argumento análogo al anterior se puede demostrar la última afirmación.



FIG. 5.9.- SEPARACION TEMPORAL ENTRE DOS EVENTOS.

Para esa demostración podemos escoger un par de eventos 0 y B de los cuales el evento 0 coincide con el origen de coordenadas de un sistema inercial y el B tiene por coordenadas $x_B, 0, 0, 0$.

Esto es posible debido a que siempre podemos escoger un sistema cuyo origen espacial se mueve con un cuerpo en cuya línea mundial ocurren los eventos 0 y B.

La separación a lo largo de la línea mundial recta viene dada de acuerdo a 5.1. por

$$\Delta s = \int_{t_0}^{t_1} \sqrt{1 - v^2/c^2} dt$$

Consideremos ahora una línea mundial alterna A B en la cual el evento A tiene por coordenadas $t_A, x_A, 0, 0$.

Aplicando nuevamente 5.1. se obtiene

$$\Delta s' = \int_{t'_0}^{t'_1} \sqrt{1 - v'^2/c^2} dt'$$

$$\Delta s' = \Delta s \sqrt{1 - v^2/c^2}$$

donde

$$v = \frac{dx}{dt}$$

Ahora bien

$$\Delta t = \gamma \Delta t_A \quad \text{y} \quad \Delta t = \gamma \Delta t_B$$

por lo tanto

$$\Delta t_A < \Delta t_B$$

Esta demostración, y resultado es de fundamental importancia para la teoría de la relatividad ya que nos indica que la separación temporal entre dos eventos, depende de la línea mundial que los une es decir: si dos relojes se sincronizan y parten sincronizados de un evento recorriendo líneas mundiales diferentes para llegar a otro entonces por lo general no registran el mismo tiempo cuando se encuentran nuevamente en el otro evento.

Este fenómeno se conoce con el nombre de la paradoja de los relojes gemelos.

Estos efectos han sido detectados experimentalmente por lo que han dejado de ser paradójicos.

Matemáticamente se puede expresar la separación temporal entre dos eventos por la ecuación

$$\Delta s_{Ad} = (c \Delta t) \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \int \sqrt{g_{\mu\nu} \left(\frac{dx^\mu}{d\tau} \right) \left(\frac{dx^\nu}{d\tau} \right)} d\tau \quad \dots \quad 5.27$$

que no es otra cosa que la ecuación de la geodésica, es decir que la separación temporal tiene un valor estacionario.

Como lo hemos visto en la breve introducción al cálculo tensorial expuesta anteriormente, en los espacios generales definidos por los tensores métricos

9; los valores estacionarios de las trayectorias o separaciones se llaman geodésicas y sus ecuaciones diferenciales vienen dadas por 5.20.

Cuando el tensor es indefinido se puede dar el caso de geodésicas con separación cero que también se conocen con el nombre de geodésicas nulas.

El concepto de geodésica es de gran importancia en la física relativista debido a que permite expresar leyes generales en cualquier sistema de coordenadas.

Cuando decimos que un cuerpo describe una geodésica temporal en el espacio-tiempo no mencionamos sistema coordinado alguno. Esta afirmación es generalmente covariante, por lo que puede clasificarse como una posible ley física.

Lo que se ha dicho o probado hasta ahora es solo válido en la teoría especial de la relatividad ya que se refirió solo a esa teoría, pero Einstein con otra de sus manifestaciones geniales postuló que la ley de las geodésicas es válida en forma general.

Lo expuesto anteriormente se puede resumir como sigue:

- a) El espacio-tiempo es una variedad de cuatro dimensiones con métrica in definida $g_{\mu\nu}$ y en términos de la cual la separación entre eventos se da por

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad \text{o} \quad ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu$$

- b) Las líneas mundiales de cuerpos materiales no sometidos a fuerzas no gravitacionales son geodésicas temporales.
- c) Las líneas mundiales de los rayos de luz son geodésicas nulas.

Estos tres enunciados junto con la definición de separación entre eventos constituyen una gran parte de la teoría general de la relatividad. Surge sin embargo una interrogante:

¿Se puede determinar el tensor métrico usado en las fórmulas de separación?

Antes de responder a esa pregunta vamos a discutir algo más la ley geodésica del movimiento.

La ley de las geodésicas es una de las descripciones más simples de la física. Lo que afirmamos con esa ley es que los planetas, las estrellas, las naves espaciales etc., cuando describen sus complicadas trayectorias no hacen otra cosa que lograr que la separación de dos eventos tomen valores extremos en sus líneas mundiales.

Hasta ahora se han resuelto algunos problemas previos: la masa inercial y la masa gravitacional pasiva no aparecen en la teoría general de la relatividad y la constancia local de $g_{\mu\nu}$ significa que siempre es posible construir un sistema inercial local donde el tensor métrico viene dado por 5.15 con lo cual el principio de equivalencia viene introducido en la teoría desde un comienzo.

Aunque el postulado de la ley geodésica es muy diferente en apariencia a la segunda ley de Newton sus predicciones concuerdan muy bien con la realidad.

En la discusión anterior se ha presentado a la ley geodésica como un postulado independiente dentro de la relatividad general pero es importante señalar que la misma se puede deducir de otros postulados de la teoría como lo son los principios de equivalencia y covariancia o de las ecuaciones de campo.

Es muy importante llamar nuevamente la atención de que la ley de las geodésicas se aplica solamente a las líneas mundiales entre eventos en el espacio-tiempo y no a trayectorias entre coordenadas de posición en el espacio tridimensional ordinario.

Esta última alternativa (en el espacio tridimensional ordinario) no ten

dría sentido porque cualquier par de posiciones A y B se pueden unir con una variedad de trayectorias que, dependen de las velocidades vectoriales inerciales y para las cuales el evento final es diferente porque ocurre en tiempos diferentes. Solo las líneas mundiales en el espacio-tiempo son únicas y toman la forma de las geodésicas.

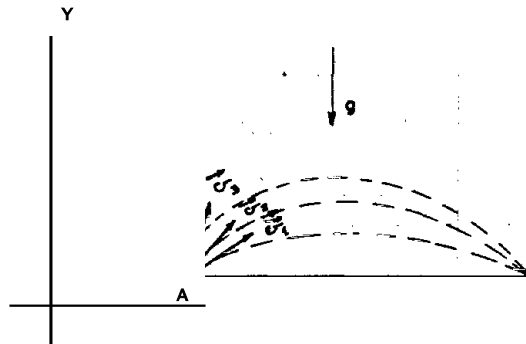


FIG. 5.10.- TRAYECTORIA EN EL ESPACIO DE TRES DIMENSIONES. Espacios

Curvos

Uno de los conceptos más importantes en la teoría general de la relatividad es el de espacios curvos.

Las ideas más simple de curvatura la encontramos cuando estudiamos las curvas planas.

El radio de curvatura en un punto de una curva es el radio del círculo tan gente a la curva en ese punto. La curvatura se define como la inversa del radio de curvatura

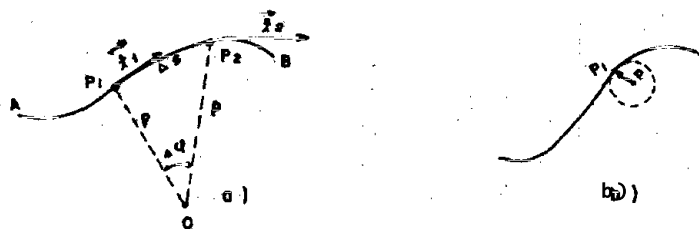


FIG. MI), RADIO DE CURVATURA DE UNA CURVA PLANA.

Para deducir el radio de curvatura suponemos una curva plana AB (Fig.5.11a) y dos puntos (P1 y P2) vecinos sobre ella.

En P₁ y P₂ trazamos las tangentes unitarias t_1 y t_2 ($t_1 \perp LC = 1$) y las perpendiculares a esas tangentes que se cortan en O.

Sea d_s el arco entre los puntos P₁ y P₂ y θ el ángulo en O tal como se indica en la figura. Se tiene entonces que

$$ds = \rho d\theta \quad \text{y} \quad \rho = \frac{1}{\kappa} \quad \text{donde } \kappa \text{ es la curvatura en el punto } P$$

El radio de curvatura en el punto P es ρ y la curvatura en dicho punto es κ .

De lo que acabamos de ver se deduce que el concepto de curvatura en un punto de una curva es realmente sencillo y fácil de visualizar.

Es sin embargo muy difícil imaginarse un espacio tridimensional curvo y mucho más difícil si se trata del espacio-tiempo de cuatro dimensiones. Sólo podemos establecer analogías con curvaturas bidimensionales y estudiarlas desde el punto de vista matemático ya que nuestra estructura cerebral no puede visualizar espacios de más de tres dimensiones.

La necesidad de introducir un espacio-tiempo curvo surge de las leyes geodésicas tal como lo hemos visto anteriormente.

El concepto de geodésica fue introducido durante la discusión de la teoría especial de la relatividad, que es un caso particular, donde un cuerpo libre describe una recta.

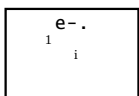
En el caso general, las líneas mundiales geodésicas de cuerpos materiales sometidos a la acción de la gravedad son curvas: no existe transformación de coordenadas que las haga parecer rectas salvo en un caso especial. Este caso especial sólo se da cuando las líneas -de fuerza del campo gravitacional son paralelas, lo cual ocurre en forma bastante aproximada en una región pequeña cercana a la tierra o a otros cuerpos celestes.

La trayectoria parabólica de un proyectil se puede convertir en recta si hacemos la transformación a un sistema en caída libre.

La forma más sencilla para estudiar el concepto de curvatura, en su forma más general, es a través de los casos de superficies bidimensionales con los cuales estamos familiarizados.

Consideremos para dicho estudio las siguientes superficies: un plano, un cilindro, un cono, una esfera y una silla de montar. La pregunta -que surge de inmediato es la siguiente:

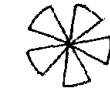
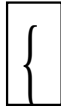
1. Pueden considerarse esas superficies como curvas?



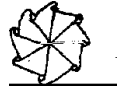
$c = \text{trr}, -$



CURVATURA
CERO



CURVATURA ,POSITIVA
(POCO MATERIAL)



CURVATURA YJL6Ar,y1
MUCHO MATERIAL)

FIG. 5.12.- SUPERFICIES GEOMETRICAS DE DIFERENTES TIPOS DE CURVATURAS.

Es evidente que el plano no lo es. La esfera es una superficie curva especial: no puede deformarse hasta hacerla coincidir. con un plano sin estirarla o romperla. Con la silla de montar pasa algo similar salvo que en vez de romperse la superficie de la misma se dobla.

Tanto el cilindro como el cono se pueden desarrollar hasta convertirse en plano sin sufrir distorsión alguna por lo que sus curvaturas son menos fundamentales que la de la esfera.

Se puede llegar a las conclusiones anteriores considerando: las superficies mencionadas como embutidas en un espacio tridimensional..

fué uno de los grandes logros de Gauss, en el siglo pasado, demostrar que la curvatura, así como toda la geometría de una superficie, se pueden determinar intrínsecamente, es decir, por mediciones hechas en dicha superficie por seres bi dimensionales imaginarios.

Una geometría es una teoría matemática que estudia. relaciones espaciales. Para determinar cual geometría se aplica a una superficie dada, necesitamos definiciones físicas de las magnitudes que aparecen en la teoría.

Definimos la distancia a lo largo, de una línea como el número de unidades de una cinta métrica, tipo, contenido en la línea.

La geodésica entre dos puntos situados sobre una superficie se define como la línea formada por una cuerda en contacto con la superficie y tensada entre esos dos puntos.

Si se determina que alguno: de los teoremas de la geometría plana Euclídeana *no se cumple: para la superficie en consideración entonces dicha superficie es curva* y sus relaciones métricas pertenecen a las geometrías no Euclídeanas.

A fin de introducir una definición precisa de curvatura usaremos el teorema de la geometría plana que dice que la circunferencia de un círculo de radio r es iguala $2\pi r$.

Para determinar un círculo de radio r y centro O en una superficie arbitraria, dibujamos todas las geodésicas que parten de O y marcamos un punto en cada una de las mismas y cuya distancia de O sea igual a r .

El lugar geométrico de todos estos puntos es el círculo requerido..

Para estudiar una circunferencia C sobre una esfera de radio R repetimos el proceso descrito anteriormente tal como se representa en la siguiente figura:

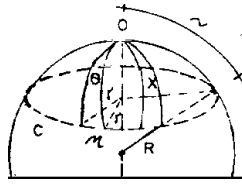


FIG. 5.13.- CIRCUNFERENCIA SOBRE UNA ESFERA DE RADIO R.-De la

geometría plana sabemos que

$$A = \pi r^2 (1 - \frac{z^2}{R^2})$$

Si definimos la curvatura de la esfera por $1/R^2 = \kappa$ tenemos entonces que

$$C = \frac{1}{R^2} = \kappa$$

De estos desarrollos obtenemos dos fórmulas alternativas para κ que son:

$$\kappa = \frac{1}{R^2} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{1}{r^2} \left(\frac{r^2}{r^2 + z^2} \right) = \frac{1}{r^2 + z^2}$$

Podemos adoptar ahora estas fórmulas como definiciones de la curvatura en un punto cualquiera de una superficie arbitraria.

Para determinar la curvatura a partir de las definiciones anteriores lo único que tenemos que hacer es medir como se aleja el valor de la circunferencia de un círculo infinitesimal del valor $2\pi r$ y el área de un círculo infinitesimal

del valor.

La curvatura puede tener tanto valor positivo como negativo. Todo depende de los valores de κ y A en relación a $2\pi r^2$.

$$C = \frac{1}{R^2} = \frac{1}{r^2} \left(\frac{r^2}{R^2} \right) = \frac{1}{r^2 + z^2} = \frac{1}{R^2} \left(1 - \frac{z^2}{R^2} + \dots \right) \quad \text{S.28}$$

En una superficie cuya ecuación es suficientemente diferenciable, K es siempre igual al producto de dos valores extremos de la curvatura que ocurren en direcciones perpendiculares.

Se puede demostrar que una superficie para la cual $K = 0$ en todos sus puntos es intrínsecamente un plano y si $K = \frac{1}{R^2}$ la superficie es una esfera.

Hasta ahora hemos visto la descripción geométrica de la curvatura. La descripción analítica de la misma hace uso del tensor métrico que también se emplea para determinar la distancia AS entre dos puntos vecinos de una superficie en función de la diferencia de coordenadas dx^i donde x^i es un sistema de coordenadas arbitrarias trazadas en la superficie.

Supongamos que tenemos una superficie alabeada cualquiera y sobre la cual trazamos una red de curvas numeradas tal como se indica en la figura siguiente:

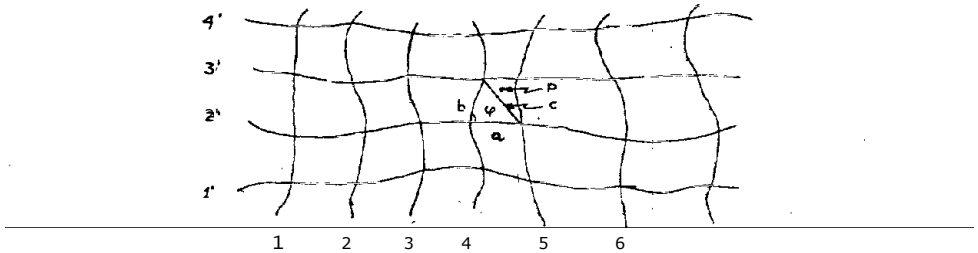


FIG 5.14.- SUPERFICIE ALABEADA CON UN SISTEMA DE CURVAS COORDENADAS.

Podemos indicar la posición de cada punto del plano por medio de un pequeño paralelogramo que contenga a dicho punto en su interior. Para nuestro caso (Fig.

5.14) el punto P está en el interior del paralelogramo $4-5/21-3'$. La precisión aumenta con la subdivisión de la superficie.

La longitud de la diagonal c (Fig. 5.14), en función de los lados a y b y el ángulo α , se obtiene por medio de la fórmula

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \alpha$$

Si llamamos $a = \Delta x^1$ y $b = \Delta x^2$ entonces 5.30 se puede escribir de esta otra forma

$$c^2 = g_{11} (\Delta x^1)^2 + 2g_{12} \Delta x^1 \Delta x^2 + g_{22} (\Delta x^2)^2$$

donde l y $\cos \varphi$ son números que caracterizan a la celda que contiene a P es decir: son funciones de posición.

Si usamos la abreviación

$$OC = \frac{1}{2}iu; \quad \frac{1}{2}v = \frac{1}{2}C \quad \text{o(13) } \frac{1}{2}v = \frac{1}{2}S.3$$

y reemplazamos C por a obtenemos $AS' = 0$

Para el caso particular del plano con una red de coordenadas cartesianas se obtiene la conocida fórmula

$$AS' = X' + AS' = (A \cdot k)^i \cdot (4x^i)$$

donde

$$x' = x; \quad x'' = y$$

$$Y \quad \quad \quad 0$$

El teorema de Pitágoras queda satisfecho la que nos indica que estamos en pre senda de una superficie plana.

Se podría, igualmente, haber usado coordenadas polares con la cual se hubie obtenido

$$AS' = f'' - t - r'41f \quad (x') \cdot (d'x'')e$$

donde $x' = r$ $= y'$

$$g_{ij} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} (x) \quad S33$$

Como se ha visto anteriormente, el tensor métrico depende de la posición pe se a que en los dos últimos ejemplos se ha considerado el caso particular de la superficie plana.

i si se diera la distancia métrica en coordenadas polares como podríamos sa ber si la superficie es plana o no ?.

La respuesta es la siguiente:

Si podemos encontrar una transformación de coordenadas que nos reproduzca la fórmula cartesiana de la distancia podemos entonces afirmar que nos encontramos en presencia de una superficie plana.

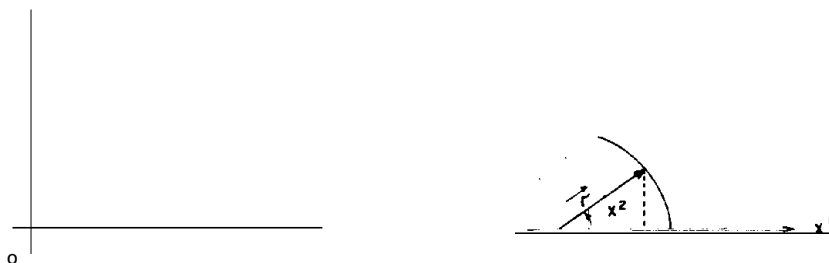


FIG 5.15.— COORDENADAS CARTESIANAS Y POLARES.

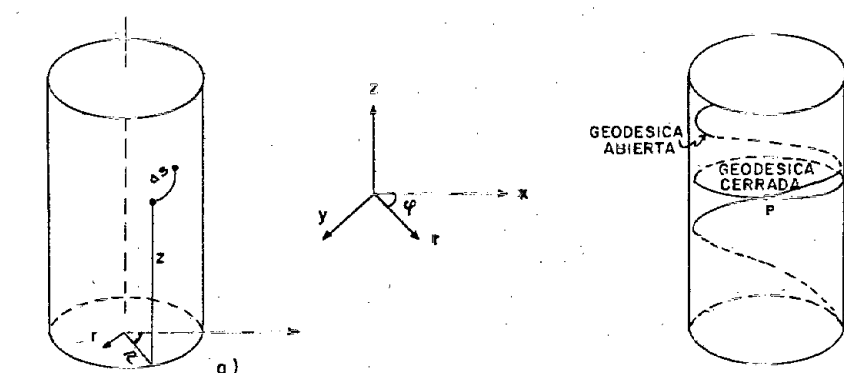
Para el caso de las coordenadas polares se tiene que

$$(x')^2 = r^2 \cos^2 \phi + x^2 + y^2$$

$$(x^2)^2 = r^2 \sin^2 \phi + x^2 + y^2$$

donde $(x^1)^2$ y $(x^2)^2$ son las antiguas coordenadas x e y .

La distancia, como puede observarse, viene dada por la fórmula cartesiana. Veamos ahora que pasa cuando estudiamos las distancias en coordenadas cilíndricas y



esféricas.

FIG. 5.16.— COORDENADAS CILINDRICAS.

Dado el sistema de coordenadas cilíndricas z, r, ϕ , en el espacio tridimensional, la superficie cilíndrica es definida por $r = R = \text{constante}$ la distancia entre dos puntos vecinos en dicha superficie viene dada por

$$ds^2 = dz^2 + R^2 d\phi^2$$

Es fácil demostrar que esta superficie es plana: en efecto, si definimos las coordenadas por $Z = z$ y $X = R\phi$ entonces puesto que R es constante se tiene que

$$ds^2 = dZ^2 + dX^2$$

Esta es la fórmula para la distancia entre dos puntos de un plano por lo que la superficie de un cilindro es intrínsecamente plana. Esto no significa que el cilindro es lo mismo que el plano en todos los aspectos. Esto es evidente: de todas las geodésicas que se pueden trazar por un punto P en la superficie de un cilindro solo una será cerrada (Fig. 5.16).

Diferencias de este tipo son globales, es decir, son diferencias en la conectividad de la superficie como un todo o sea de tipo topológico.

El concepto de plano o superficie plana es una propiedad local que se puede establecer midiendo distancias pequeñas, triángulos, círculos pequeños etc., cuando estas mediciones arrojan valores dados para el plano (distancia cartesiana, suma de los ángulos internos igual a 180° y circunferencia $C = 2\pi r$).

Vamos a considerar ahora una superficie esférica de radio R tal como la representamos en la figura siguiente:

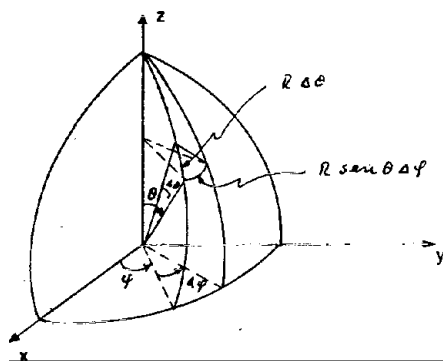


FIG. 5.17.— COORDENADAS ESFERICAS

Para este caso las coordenadas más convenientes son $x_1 = \theta$ y $x_2 = \phi$. La fórmula de la distancia viene dada por

$$ds^2 = R^2 d\theta^2 + R^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

y el tensor métrico por

$$F_{AB} = 0$$

Para verificar si la superficie en consideración es plana es necesario encontrar dos nuevas coordenadas x^1 y x^2 que sean funciones de x^1 y x^2 (B y) y por medio de las cuales la distancia en la tierra la forma cartesiana $ds^2 = dx^2 + dy^2$

Por más que se trate no se puede encontrar una transformación que cumpla con la exigencia de reducir la fórmula de la distancia a su expresión cartesiana. Esto hace suponer que las propiedades métricas de la esfera son intrínsecamente diferentes a las del plano y la forma obtenida anteriormente para la esfera es el resultado de una elección inapropiada de coordenadas.

El no poder encontrar la antes mencionada transformación de coordenadas no se convierte en prueba de su no existencia.

Ya que el tensor métrico juega un papel preponderante en la determinación de la distancia nos preguntamos si es posible, a partir del mismo, saber si existe o no una transformación que nos reduzca la fórmula de la distancia ds^2 a su expresión cartesiana, es decir, que transforme la superficie esférica en superficie plana.

La respuesta a esa interrogante fue dada en el siglo pasado por Gauss quien determinó la curvatura K en un sistema arbitrario de coordenadas en función de las componentes, g_{ij} , del tensor métrico.

Antes de escribir la fórmula de la curvatura de Gauss vamos hacer las dos observaciones siguientes:

1°) Si las g_{ij} son todas constantes resulta trivial encontrar una transformación que nos produzca la fórmula

$$ds^2 = dx'^2 + dy'^2$$

por lo que se concluye que la curvatura queda determinada por la variación espacial de las g_{ij} . Esto hace suponer que la fórmula de Gauss debe envolver las derivadas de las g_{ij} con respecto a x^1 y x^2 .

2°) Siempre es posible encontrar una transformación que nos reduzca g_{ij} a una forma diagonal donde $g_{12} = 0$. La métrica resultante se llama ortogonal debido a que las líneas x^1 y x^2 que forman la de coordenadas se intersectan en ángulo rectos.

Todas las métricas que vamos a usar tanto en la relatividad como en cosmología serán ortogonales por lo que escribiremos la fórmula de Gauss para este caso particular donde solo a_{rr} y $g_{\theta\theta}$ aparecen.

La fórmula general de la curvatura que dedujo Gauss se puede escribir en la forma siguiente:

$$R_{\theta r \theta r} = -\frac{1}{2} \frac{d^2 g_{\theta\theta}}{dr^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{dg_{\theta\theta}}{dr} \right)^2 \frac{1}{g_{\theta\theta}}$$

$$R_{\theta r \theta r} = -\frac{1}{2} \frac{d^2 g_{\theta\theta}}{dr^2} - \frac{1}{2} \left(\frac{dg_{\theta\theta}}{dr} \right)^2 \frac{1}{g_{\theta\theta}}$$

J

donde

$$g = g_{rr} \dot{r}^2 + g_{\theta\theta} \dot{\theta}^2$$

$$= \frac{1}{2} \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{d\theta}{dt} \right)^2$$

Para el caso particular de las métricas ortogonales ($g_{\theta\theta} = 0$) que es lo que nos interesa en el presente trabajo, la fórmula (5.35) se reduce a una expresión mucho más sencilla y que escribiremos a continuación:

$$k(x', z) =$$

$$\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial t} \right)$$

$$1_{\mathcal{H}}(t)$$

$$-1-1d_nL_AI$$

$$-\left(-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)^2 = -$$

$$-\left(-\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}\right)^2 \Big|_{x=0} = \dots \approx 3.36$$

De la fórmula anterior (5.36) se sacan de inmediato las conclusiones siguientes:

- 1°) Las d^2s^2 son constantes cuando corresponden a un plano con una red cartesiana por lo que se deduce que $K = 0$.
- 2°) Si se efectúan algunos cálculos también se observa que $K = 0$ para un plano con coordenadas polares pese a que las derivadas de las g_{ij} no son todas iguales a cero.

AA

Las conclusiones anteriores sugieren que la curvatura K , dada por las fórmulas 5.35 y 5.36, es un invariante, es decir, cualquiera que sea el sistema de coordenadas siempre obtenemos el mismo valor para K lo cual nos indica que la curvatura es una propiedad geométrica intrínseca de la superficie.

El gran Gauss probó esa propiedad y además demostró que K es el único invariante de una superficie que puede ser construido a partir de las derivadas de Q_{ij} no mayores del segundo orden.

Para el caso de una superficie esférica el tensor métrico viene dado por 5.34 y la fórmula de la curvatura nos da $K = \frac{1}{R^2}$ que es igual al valor obtenido previamente. De esto se concluye que la esfera es intrínsecamente curva.

Es de hacer notar de que es perfectamente posible tener superficies cuya curvatura varía de punto a punto: la invariancia de K significa que su valor en cualquier punto es independiente del sistema de coordenadas que se usa más no de su valor debe ser el mismo en todos los puntos.

Cuando consideramos la curvatura de espacios cuyas dimensiones exceden a tres nuestra intuición falla debido a que los espacios incluyentes no pueden ser imaginados o visualizados con la imaginación.

La estructura de nuestro cerebro solo puede imaginar o visualizar espacios hasta de tres dimensiones.

Es en estos casos (dimensiones > 3) cuando los métodos de investigación intrínseca de la curvatura. Cobran importancia.

En los espacios de más de dos dimensiones no es posible especificar la curvatura por una sola función K . Se necesita un tensor de curvatura de rango cuatro que generalmente se denota por R^i_{jkl} . Este tensor tiene n^4 componentes cuando el espacio es de n dimensiones. No todas las componentes son independientes debido a las relaciones de simetría.

Para un espacio de dos dimensiones existen quince relaciones de simetría de manera que sólo hay una relación independiente y esa relación es K .

Afortunadamente, para los problemas de cosmología que estudiamos en el presente trabajo, no se necesita toda la generalidad de la teoría puesto que los múdes los cosmológicos usados se basan en espacios y espacio-tiempo con simetrías especiales que simplifican notablemente los problemas y permiten usar un aparataje más

temático más sencillo.

Un caso tal de simetría nos lo proporciona el espacio tridimensional isotrópico con curvatura constante K .

Vamos a estudiar ahora el tensor métrico de ese espacio así como el área de la hiperesfera en el mismo.

Estos resultados serán muy útiles para aclarar ideas que se usaran en el desarrollo de la cosmología relativista.

En lo que sigue vamos a usar coordenadas polares r , El,4i semejante a las usadas en el espacio Euclideo.

La coordenada radial r determina una superficie hiperesférica cuya área viene dada por definición.

Para el caso de una superficie curva bidimensional la coordenada análoga a r es la ρ de la figura siguiente:

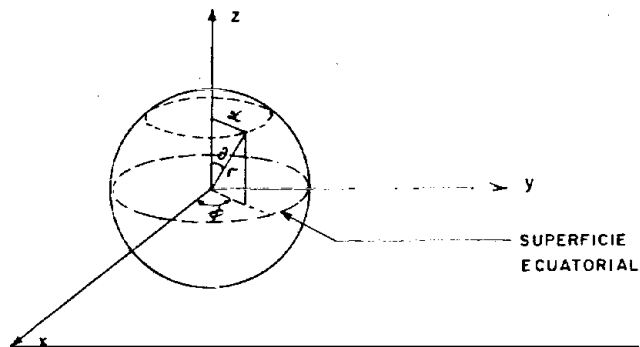


FIG. 5.18.— SUPERFICIE ESFERICA ORDINARIA.

En la superficie hiperesférica anteriormente mencionada r es constante y las posiciones quedan especificadas por θ y ϕ .

La métrica de este subespacio bidimensional viene dada por la fórmula

$$ds^2_{(2)} = r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \quad (5.7)$$

Una sucesión de esferas a las que llamaremos "esferas r " y cada una formada por barras rígidas, definen un sistema de coordenadas en el espacio tridimensional.

Hay que hacer sin embargo mucho hincapié en que r no es el radio propio de cada esfera debido a que el espacio que estamos considerando es curvo.

Si tensamos una cinta de medir entre el origen o centro y la superficie de una "esfera r " su longitud no será igual a r debido a la curvatura del espacio. Para tomar en consideración este efecto es necesario sustituir la métrica 5.37 por la siguiente:

$$dl^2 = f(r) dr^2 + r^2 d\Omega^2 \quad (5.38)$$

donde $f(r) dl^2$ es la distancia propia entre los puntos vecinos (r, θ, ϕ) y $(r + \delta r, \theta, \phi)$; situados sobre un mismo radio, y donde los dos últimos términos expresan la isotropía del espacio.

Para encontrar la función $f(r)$ hay que tomar en consideración que en nuestro espacio simétrico todas las superficies geodésicas tienen la misma curvatura K .

Si tomamos la superficie ecuatorial $\theta = \pi/2$ para la cual $f_{\theta\theta} = -r$ tenemos entonces que $\kappa_{\theta\theta} = 0$ y

$$4\pi r^2 = f(r) dr^2 \quad (5.39)$$

En esta superficie las coordenadas son r, ϕ y $\chi = \phi$ por lo que el tensor métrico viene dado por

$$g_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} f(r) & 0 \\ 0 & r^2 \end{pmatrix}$$

$\kappa_{\chi\chi} = 1/r$ La curvatura de esa superficie, que también es la curvatura del espacio en consideración, se puede determinar por medio de la fórmula de Gauss (5.36) tal como sigue:

$$-\frac{1}{2} \frac{f'(r)}{f(r)} = \frac{K}{2f(r)} \quad (5.40)$$

S. Y,

$$f(a.)$$

$$dx'$$

$$t4\ cx'jx' \mid \frac{t(x')}{x'}$$

Puesto que la curvatura de la superficie en consideración es constante la ecuación diferencial 5.41 se puede resolver fácilmente y determinar en esa forma el valor de la función $f(k')$.

En efecto:

$$\frac{d^2 c(x')}{f'(x')} = -d \left(\frac{f(x')}{r} \right) = -LKx'$$

de donde

$$\underline{B = -K(x')^2}$$

y

$$\underline{f(x') = \frac{1}{B - K(x')^2}}$$

B es una constante de integración que se puede determinar de las condiciones de borde. Si suponemos que el espacio es plano entonces tenemos que $K = 0$ y

$$c(x') = 1 \text{ por lo que } B = 1 \text{ y } c(x') = \frac{1}{1 - Kr^2} \text{ puesto que } r = r.$$

La métrica en este espacio de curvatura constante viene dada entonces por

$$ds^2 = \left(1 - \frac{Kr^2}{c^2}\right) dt^2 - r^2 d\Omega^2 \quad \text{• B 4 O L} \quad s, Y2$$

Esta fórmula es de gran importancia tanto en la relatividad general como en cosmología. Aunque su deducción es sencilla, realizada a partir de primeros principios, su carácter es sin embargo general.

Habíamos visto anteriormente que el área A de una "esfera r" es por definición y r el radio propio de esa esfera viene dado por

$$A(r) = 4\pi r^2 \quad \frac{dr}{ds} = \frac{dr}{ds} \quad \frac{dr}{ds} = \frac{dr}{ds}$$

$$\frac{dr}{ds} = \frac{dr}{ds} \quad \frac{dr}{ds} = \frac{dr}{ds} \quad \frac{dr}{ds} = \frac{dr}{ds}$$

$$\frac{dr}{ds} = \frac{dr}{ds}$$

$$\frac{dr}{ds} = \frac{dr}{ds}$$

por lo que el radio r viene dado por

$$\underline{A = 4\pi \sin^2(\alpha(r) \sqrt{K})} \quad \text{• s. 4 s}$$

y la relación entre el área A y el radio propio r_{propio} $\propto \frac{S}{K}$ $S \propto Y^2$

Para esferas pequeñas (o $G \ll r$), el área A se aproxima al valor Euclídeo no de $4\pi r^2$.

Si $\alpha(r)$ crece, A se aleja del valor Euclídeo en una forma que depende del signo de K . Si K es negativo 5.45 toma la forma

$$A = 4\pi r^2 \left(1 - \frac{K r^2}{6} + \dots \right) \quad (5.45)$$

De esta ecuación se deduce que el área crece con más rapidez en un espacio de curvatura negativa que en uno plano y además tiende al infinito con el radio.

Si el espacio tiene curvatura positiva la ecuación 5.45 nos indica que A crece más lentamente que $4\pi r^2$ y alcanza un valor máximo,

$$A_{\text{max}} = \frac{4\pi}{K}$$

para $\alpha = \pi$

Si el radio propio α crece más allá del valor $\alpha = \pi$, A comienza a decrecer alcanzando un valor cero para $\alpha = 2\pi$

Esto significa que un espacio de curvatura positiva es cerrado y el comportamiento periódico de A dado por la ecuación 5.45 corresponde a circunnavegaciones sucesivas. Esta situación es análoga al comportamiento de círculos de diferentes radios propios α en una superficie de curvatura constante $K = \frac{1}{r^2}$

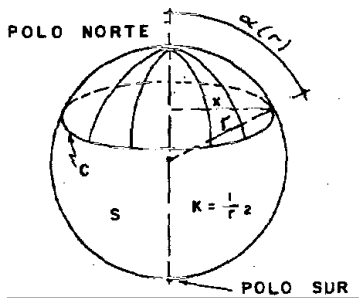


FIG. 5.19.— CIRCUNFERENCIAS SOBRE UNA ESFERA DE RADIO r

efectos: sea $C_{17'} = 2rrrs.z$ oC

En la figura 5.19 se observa que para $CC = 0$; $C = 0$ y a medida que IX crece C también crece pero en forma más lenta que $C = 20'oC$.

C alcanza un valor máximo de $C = 2\pi r$ para $a = \infty$. Si a continua creciendo C disminuye hasta alcanzar un valor cero ($C = 0$) para $a = 0$.

Volviendo a nuestra discusión anterior y estableciendo paralelismos entre la hipersfera y la circunferencia de la fig. 5.19 podemos inferir que si el origen 0 del espacio corresponde al polo norte de la superficie esférica, entonces la superficie de la hipersfera de radio propio a = _____ corresponde a estar en correspondencia con el círculo ecuatorial de nuestra esfera ($C = 2\pi r$) y la hipersfera de radio propio $a = 0$ y área cero corresponde a estar en correspondencia con el polo sur de nuestra superficie esférica.

El problema con la curvatura de un espacio de tres o más dimensiones es que los espacios incluyentes son de dimensiones mayores lo cual hace que sea imposible cualquier tipo de visualización. En el caso particular de la superficie esférica el espacio incluyente es de tres dimensiones razón por la cual podemos visualizar la variación de la circunferencia C con la variación del radio propio a.

Es muy importante tener una idea clara del concepto de curvatura y su relación con la métrica o métricas espaciales ya que esto es la clave fundamental para entender la gravitación de Einstein y la cosmología relativista.

Desviación Geodésica.

El concepto de desviación geodésica está íntimamente ligado al de curvatura, razón por la cual lo vamos a describir brevemente. En la Fig. 5.13 observamos que

$$= P / (R \dots) B (1 - \dots) (- \dots - s. 178$$

Si derivamos la ecuación anterior dos veces con respecto a r obtenemos en primera aproximación

$$(t = -k \cdot l$$

Esta ecuación nos indica de que podemos usar la segunda derivada de la separación entre dos geodésicas vecinas como medida directa de la curvatura de una superficie, (ver la figura siguiente):

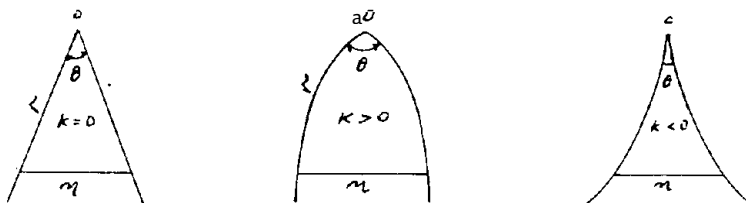


FIG 5.20.- DESVIACION GEODESICA PARA DIFERENTES CURVATURAS

Puesto que la fórmula (5'.49) fué deducida para una esfera, que es una superficie de simetría máxima, surge de inmediato la siguiente pregunta:
¿Valdrá esa fórmula (5'.49) para una superficie en general ?.

La respuesta es sí: todas las superficies suficientemente diferenciables poseen ese grado de simetría.
Gravitación y Curvatura.

Consideremos la fórmula de separación

$$4\pi^2 \frac{L}{c^2} \frac{d^2 x}{dt^2} = - \frac{1}{2} \frac{d^2 \phi}{dt^2} \quad (5.49)$$

de la teoría especial de la relatividad.

Esta fórmula corresponde a un espacio-tiempo plano porque las componentes $g_{\alpha\beta}$ de su tensor métrico son constantes. Sabemos igualmente que esta fórmula es solamente aplicable en un sistema inercial y que es imposible cubrir todo el espacio-tiempo con un solo sistema inercial cuando existe un campo gravitatorio no homogéneo.

Solo existen sistemas inerciales locales de manera que el espacio-tiempo es plano en una región pequeña del mismo. Esta afirmación es análoga a aquella que dice que todas las superficies son localmente planas o mejor dicho las superficies Riemannianas son localmente Euclidianas puesto que $\epsilon \rightarrow 0$ cuando $a \rightarrow 0$.

Para una región extendida del espacio-tiempo no existe sistema de coordenadas en el cual la fórmula de separación tome la forma 5.1 de la relatividad especial. De esto se concluye de que el espacio-tiempo no es, en general, plano sino que se curva en la vecindad de la materia gravitante.

La masa alabea al espacio-tiempo en su vecindad en forma muy parecida a como lo hace un peso con una lámina de goma.

Vamos a estudiar ahora la relación entre la masa y la curvatura para un caso simple.

Consideremos el entorno de un punto de masa M (donde M es la masa gravitacional activa). El espacio-tiempo alrededor de esa masa es, de acuerdo a lo anteriormente expuesto, curvo.

Cuando empleamos un sistema simple de coordenadas, basado en relojes y barras rígidas, observamos que la curvatura tiene dos aspectos:

- El tiempo queda distorsionado por la dilatación gravitacional.
- El espacio tridimensional de posición se curva.

Puesto que, el espacio debe ser isotrópico alrededor de una masa que no hay direcciones preferidas; todas las superficies geodésicas son por lo tanto equivalentes. Esto significa que el espacio queda determinado por la curvatura intrínseca

de cualquiera de esas superficies que aunque constante en las mismas, varia si, embargo de superficie a superficie.

La curvatura deberá, por lo tanto, ser una función $K(r)$ de la coordenada radial r . Lejos del centro de masa el espacio deberá ser plano por lo que $K(r) \rightarrow 0$ cuando $r \rightarrow \infty$.

La pregunta que surge ahora es la siguiente:

¿Cuál es la forma más simple de la función $K(r)$?.

Puesto que la curvatura es producida por la masa !'t es lógico suponerque $K(r)$ es proporcional a r^{-n} . Ya que $K(r)$ **debe** tender a cero cuando r tiende a infinito podemos igualmente asumir que es proporcional a r^{-n} donde M es un entero a ser determinado.

Ahora bien: $K(r)$ tiene como dimensión (longitud)² pero no existe combinación **tor** que tenga por si sola esa dimensión por lo que es de suponer que otros factores deben de intervenir en una fórmula de la curvatura.

No es aventurado ni ilógico suponer que esos factores pueden ser G y C **debido** al papel que juega el factor G (constante de la gravitación universal de Newton) en la gravitación de Newton y el factor C (velocidad de la luz)en la teoría es pecial de la relatividad. Tomando en cuenta lo anteriormente expuesto podemos postular para $K(r)$ la ecuación siguiente:

$$K(r) = \frac{C}{r^n} \quad n = 1, 2, 3, \dots$$

S.1.0

donde C es una constante adimensional $y n$, son indices a ser determinados.

Los únicos valores posibles para n , son, por razones dimensionales, 1, 2 y 3 respectivamente.

Con esto queda aun la incertidumbre en lo que respecta a C ; C tiene como va lor un número positivo o uno negativo ?.

Si se toma la analogía de la lámina de goma y se observa que la misma tiene curvatura negativa entonces se puede adoptar para C el valor de -1 con lo cual nuestra ley más simple postulada para la curvatura adopta la forma de

$$K(r) = -\frac{C}{r^n} \quad (n = 1, 2, 3, \dots)$$

Esta ley cumple con todos los requisitos: límites, dimensiones, constantes y simplicidad.

La fórmula 5.51 se obtiene también a partir de las ecuaciones de campo de Eins tein, como era de esperarse.

De todos los argumentos usados el menos convincente es el que sirvió para su poner que $g = -1/r^n$.

Con argumentos más complicados se puede determinar, en forma rigurosa, el valor de

1 - 1.

Hay que hacer notar de que el resultado 5.51 describe el caso particular de curvatura espacial estática alrededor de una masa aislada.

En las aplicaciones cosmológicas, donde existe una distribución continua de materia en movimiento, la fórmula 5.51 no es aplicable.

Sin embargo, como veremos más adelante, con argumentos similares a los usados podremos determinar la curvatura de los espacios-tiempos-de interescosmológico.

La conexión entre el tensor métrico Q_{ij} y la distribución de la materia, completa la estructura lógica de la teoría general de la relatividad.

Introducción a las Ecuaciones de Campo de Einstein.

Esta sección puede ser omitida sin que se pierda la continuidad del tema principal.

Nuestro propósito con esta presentación es la de proporcionar, al lector interesado, una breve introducción de tipo descriptivo a estas famosas ecuaciones y señalar algunas de sus consecuencias.

Uno de los tensores que juegan un papel fundamental en la teoría general de la relatividad es el llamado tensor de Riemann-Christoffel definido por

$$R^r_{L} = \frac{\partial \Gamma^r_{L}}{\partial x^i} - \frac{\partial \Gamma^r_{i}}{\partial x^L} + \Gamma^r_{L} \Gamma^i_{i} - \Gamma^r_{i} \Gamma^i_{L} \quad .S.SZ$$

Este tensor se llama también tensor de curvatura debido a que en la teoría de las superficies bidimensionales es proporcional a la curvatura ordinaria de Gauss.

La importancia especial de este tensor radica en que es el próximo que sigue en complejidad a los tensores fundamentales y puede construirse a partir de estos y sus derivadas, por lo que está intrínsecamente asociado con la geometría de los espacios de Riemann.

En las ecuaciones de campo se usa más bien el tensor de Riemann-Christoffel contraído (, el cual se obtiene a partir de Γ^i_{i} igualando p con r ($p=r$) y sumando: C

$$R^r_{r} = 2 \quad i - h \quad f h - \quad r^7 \wedge, .$$

De este tensor se puede obtener el mixto

$$K^{\mu}{}_{\nu} = c^{\mu}{}_{\alpha} t^{\alpha}{}_{\nu}$$

S y

Si este se contrae nuevamente se obtiene la curvatura escalar dada por

$$R = R^{\mu}{}_{\mu} \quad \text{ot } R_{\mu}{}^{\mu}$$

En la mecánica clásica la ecuación de la gravitación universal viene dada por la ley de Newton

$$\vec{F} = -G \frac{m_1 m_2}{r^2}$$

o por la correspondiente ley diferencial

$$\nabla^2 \Phi = 4\pi G \rho$$

5.

que es la ecuación de Poisson y la cual indica que la densidad de la materia ρ determina el campo gravitacional Φ .

En la teoría de la gravitación de Einstein el campo tensorial $R_{\mu\nu}$ toma el lugar del campo escalar Φ , y en lugar de la masa escalar m tenemos el tensor de energía $T_{\mu\nu}$ que representa la densidad de las masas así como la tensión interna de la materia.

Guiado por esa analogía Einstein dedujo la nueva ley de la gravitación la cual se expresa en la siguiente forma:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = -8\pi G T_{\mu\nu}$$

En el lado izquierdo de esta ecuación encontramos una función complicada de las $g_{\mu\nu}$ que queda abreviada por los símbolos $R_{\mu\nu}$ y R . La ley 5.58 es en cierto sentido una generalización de la ecuación de Poisson (5.57) y nos indica como calcular el estado gravitacional $C_{\mu\nu}$ a partir de la distribución de la materia $T_{\mu\nu}$.

Puesto que $g_{\mu\nu}$ representa también al tensor métrico en contraste con la función gravitacional clásica, la ecuación 5.58 afirma algo completamente nuevo comparada con 5.57. Nos indica como la geometría del universo queda determinada por

-Las ecuaciones del campo de Einstein (5.58) nos proporcionan por consiguiente una nueva ley de la naturaleza de la cual no se tenía sospecha alguna antes y a su vez representan la idea más fundamental de la teoría de la gravitación tanto en el sentido físico como filosófico.

Einstein modificó más tarde la ecuación 5.58, introduciendo un nuevo término por razones cosmológicas, con lo cual obtuvo esta otra

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = - \frac{8\pi G}{c^2} T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (5.59)$$

donde Λ es la famosa constante cosmológica.

Años más tarde el mismo Einstein confesó que la introducción de la constante cosmológica había sido uno de los mayores disparates de su vida.

Las ecuaciones de Einstein, formuladas anteriormente, nos dicen que la distribución de la materia le indica al espacio como curvarse y a su vez esta curvatura le dice a la materia las trayectorias que debe seguir.

La relatividad general es la única y a su vez la mejor descripción que se tiene del mundo empírico a escala media por lo que es natural que se intente aplicar la a la escala cosmológica.

••Esta aplicación es evidentemente una extrapolación de una teoría por lo que 'puede incluir una dependencia crítica de los términos inapreciables localmente como por ejemplo el término Λ introducido por razones matemáticas.

6

LA CINEMATICA DEL UNIVERSO

La cosmología relativista se inicia en 1917 cuando Einstein examina la relación entre sus ecuaciones del campo

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} R g_{\mu\nu} = - \frac{8\pi G}{c^2} T_{\mu\nu} + \Lambda g_{\mu\nu} \quad (5.59)$$

y el principio de Mach que según creía debía encontrar su expresión en una teoría general de relatividad.

De acuerdo a Einstein la relatividad de la inercia era una parte integral de la teoría general de la relatividad por lo que el campo inercial definido por las $g_{\alpha\beta}$ debía quedar completamente determinado por la distribución de masas y energías en el universo.

Las ecuaciones 5.51 pueden considerarse como un conjunto de ecuaciones diferenciales para las $g_{\alpha\beta}$ en función de las masas representadas por ρ . Estas ecuaciones dejan fuera de toda duda que las $g_{\alpha\beta}$ (inercias) son afectadas por las ρ (masas). Pero como las 5.51 son ecuaciones diferenciales, las 5.52 no quedan determinadas directamente por ellas sino por las condiciones de borde en el infinito. Einstein demostró que era imposible escoger condiciones que aseguraran que las $g_{\alpha\beta}$ quedaran completamente determinadas por las ρ .

Ante esta dificultad que se producía en el infinito, introdujo el término cosmológico que transformaba a 5.51 en

$$k \sim - \frac{r}{z} \sim - 4\pi G \rho - \frac{1}{R^2} = - \frac{e}{(8\pi G)} \frac{1}{R^2} \quad S.S.L$$

Esta transformación de 5.51 en 5.52 tuvo dos consecuencias muy importantes para la cosmología:

- 1°) Einstein pudo demostrar que para valores positivos de ρ las ecuaciones 5.52 admiten una solución en la cual la densidad de la materia es uniforme, su velocidad promedio nula y el espacio está curvado de manera tal que puede ser finito. Con esto quedó eliminado el infinito donde se producían las dificultades con las condiciones de borde.
- 2°) Einstein creyó erróneamente que para $\rho = 0$ (positivo) las ecuaciones 5.52 no tenían soluciones para $\rho = 0$, es decir, para el espacio vacío. Era de la opinión que estos dos puntos demostraban que el principio de Mach debía ser incorporado en su teoría.

En el año de 1917 el astrónomo holandés W. de Sitter encontró una solución de 5.52 para el espacio vacío ($\rho = 0$) con lo cual demostró que el resultado 2° de Einstein era falso.

La solución obtenida por De Sitter representaba un universo en expansión y por esta razón Einstein abandonó el término cosmológico así como el intento de incorporar el principio de Mach en la relatividad general.

Antes de que la solución de De Sitter hubiera tenido tiempo de ser comprendida totalmente, nuevos descubrimientos astronómicos alteraron las corrientes de opinión. A principios de la segunda década de este siglo las observaciones realizadas por Slipher, Shapley y Hubble revelaron la expansión del universo. Se hizo evidente que el universo no era estático y por lo tanto el modelo de Einstein

era inapropiado. Se creyó entonces que podían existir soluciones de 5.52 inter medias a la materia sin movimiento, de Einstein o al movimiento sin materia de De Sitter y que alguna solución de, este tipo no muy alejado de la de De Sitter podría muy bien representar el, universo real. Los trabajos. posteriores de Friedmann, Lemaitre y Robertson resolvieron el problema.
La Métrica del Universo.

La teoría general de la relatividad nos proporciona una imagen de un universo alabeado con forma increíblemente complicada debido a que la materia curva al espacio y el universo contiene una distribución de materia muy irregular, al me nos si consideramos esa distribución desde el punto de vista local.

Para establecer un modelo cosmológico útil, es necesario simplificar considerablemente la imagen del universo a fin de poder obtener ecuaciones matemáticas sencillas y que puedan ser manipuladas con cierta facilidad.

Para estudiar el universo en su totalidad es necesario ignorar irregularidades locales, promediar la inhomogeneidad del espacio-tiempo y considerar cual la curvatura permanente como una propiedad en gran escala.

Los modelos cosmológicos usuales consideran toda la materia del universo distribuida uniformemente en el espacio por lo que generalmente se les suele llamar "Modelos uniformes del Universo ". Estos procedimientos son muy comunes en la física y con los cuales se obtiene excelentes resultados.

Cuando se estudia el flujo de fluidos no turbulentos no es necesario considerar el movimiento detallado de los átomos puesto que solo la densidad promedio y la velocidad determinan el comportamiento del fluido.

Para nuestro modelo cosmológico y por lo anteriormente expuesto vamos a considerar al universo como un fluido cósmico cuyos átomos son las galaxias.

Para estudiar ese fluido cósmico es necesario establecer un sistema de coordenadas apropiado..

Para la coordenada temporal t tomamos el tiempo propio medido por relojes en movimiento con el fluido. Estos relojes se comparan con relojes situados en las intersecciones de las líneas que forman la rejilla de coordenadas espaciales.

La rejilla de coordenadas se expande junto con el universo en forma similar a como se expande una rejilla de líneas dibujadas sobre un balón de goma que se infla.

Estas coordenadas que participan en la expansión del universo se llaman "coordenadas Comovibles ".

Para sincronizar los relojes comovibles hacemos uso del " Principio Cosmológico ", que se puede enunciar en la forma siguiente: Cada observador (Comovible) que se mueve con el fluido cósmico tiene la misma historia ".

Entendemos aquí por historia la totalidad de las experiencias y percepciones del observador.

En el universo actual, que no es del todo homogéneo, las historias no serán iguales en detalle: la evolución y muerte de una estrella particular, el auge y caída de una civilización etc, serán muy diferentes en las diversas partes del universo. Pero las historias de los promedios serán iguales si el modelo uniforme que empleamos ha de tener alguna validez. Son las magnitudes de esas cantidades promedio las que pueden ser empleadas para sincronizar los relojes.

El principio cosmológico afirma esencialmente que el universo, considerado en gran escala es homogéneo. Podemos igualmente suponer que el universo es también isotrópico, es decir; cada observador comovible ve lo mismo en cualquiera de las direcciones del fluido cósmico.

Esta suposición es sugerida por la observación: la temperatura de la radiación antecedente de microondas detectada por Penzias y Wilson es independiente de la dirección al igual que la distribución de radiogalaxias y galaxias ópticas.

Tomadas conjuntamente, las hipótesis de isotropía y homogeneidad restringen en forma significativa la geometría tridimensional la cual queda determinada cuando se hace $t = \text{const}$. Según un conocido teorema de la geometría diferencial un espacio con esas restricciones tiene curvatura constante. Es obvio entonces que un espacio tal se especifique con una sola curvatura que debe ser igual en cada uno de sus puntos pero que puede ser función del tiempo. Esta curvatura se designa generalmente por $K(t)$.

Se ha deducido en el capítulo 5 la métrica para un espacio de curvatura constante y cuya expresión es

$$ds^2 = dr^2 / (1 - k(E)r^2) + r^2 d\Omega^2$$

En esta fórmula la esfera $r = \text{const}$ tiene un área propia definida por $4\pi r^2$ pero r no es la coordenada radial comovible que buscamos porque el área de dicha esfera no crece con la expansión del universo.

Para encontrar la coordenada correcta se introduce $K(t)$ por la siguiente expresión:

$$K(E) = E^2(t)$$

donde A tiene uno de los valores $+1, 0, -1$ y $E(t)$ es el factor de escala cósmica.

Este factor $E(t)$ sirve para completar las especificaciones requeridas por la geometría del espacio-tiempo para representar al universo real.

$E(t)$ fija la escala de distancia en cada superficie espacial donde existe homogeneidad e isotropía.

En los casos de la esfera y el hiperboloide este factor determina también la magnitud de la curvatura espacial.

En cada superficie espacial que contenga a un par de galaxias, la distancia entre ellas es **proporcional** a $E(t)$ y si este factor no variara con el tiempo la distancia se mantendría constante.

Por el otro lado si $E(t)$ crece con el tiempo la distancia entre galaxias se incrementaría y estas se alejarían con una velocidad proporcional a la distancia entre ellas. Algo similar, pero en sentido inverso, sucedería si $E(t)$ decreciera con el tiempo.

Estos casos representan una expansión o una contracción del mismo espacio.

Para un universo positivamente curvo ($k = +1$) habría quizás alguna justificación en llamar a $E(t)$ el radio del universo para el tiempo t porque $\dot{E} = H E$ nos indica que el área máxima de la hipersfera con r twist es

$$A_{\text{max}} = 4\pi E^2(t)$$

La curvatura espacial k del espacio tridimensional tiene el siguiente significado para t constante:

- 1°) Si $k = 0$ el espacio tridimensional es euclideo por lo que la superficie de una esfera de radio r es igual a $4\pi r^2$.
- 2°) Si $k = +1$ el espacio tridimensional es esférico. Esto significa que la superficie de una esfera cuyo radio sea de longitud r es inferior a $4\pi r^2$.
- 3°) Si $k = -1$ el espacio tridimensional es hiperbólico y la superficie de una esfera de radio r es mayor que $4\pi r^2$.

Para poder proseguir con nuestra discusión definimos ahora una coordenada adimensional por la expresión

$$\rho = \frac{r}{E(t)}$$

6.2

de manera que la métrica espacial (5.42) se convierte en.

$$ds^2 = E^2(t) (d\rho^2 + \rho^2 d\Omega^2)$$

6.3

En estas coordenadas, la distancia propia entre dos puntos cualesquiera depende, por medio de los valores fijos, cambian con el tiempo de la misma manera y este es precisamente la **propiedad** que requerimos de nuestras coordenadas comóviles en un universo en expansión.

Para obtener la fórmula completa de la separación es necesaria considerar que

a lo largo de una línea mundial, de un observador comovible, donde P, d, l, g son constantes, el tiempo t debe ser igual al tiempo propio L razón por la cual la fórmula para 4.1' viene dada por

$$d;`=a-Ez(b)(aP/(1-gP`)--P e`--P`ss.. 'o4919/. - .v$$

y se conoce con el nombre de métrica de **ROBERTSON** Y **WALKER**.

En la deducción de 6.4 se ha considerado que el espacio-tiempo es de natural_e za Riemanniana y que la luz se desplaza sobre geodésicas nulas.

Ambos son conceptos relativistas.

En dos trabajos independientes y de extraordinaria importancia H.P. Robertson y A.G. Walker descubrieron así simultáneamente, en los alrededores de 1935 usan do los métodos de la teoría de grupos, que los conceptos relativistas antes men cionados están contenidos implícitamente en el principio cosmológico y que además la métrica 6.4 es el elemento lineal más general que satisface simultáneamente las condiciones de isotropía y homogeneidad requeridas por el principio cosmológico.

La métrica de R-W (que se conoció con anterioridad en la teoría general de la relatividad) es aplicable a todos los modelos de universos que satisfacen el principio cosmológico incluso aquellos fuera de la relatividad general aunque con me nos propiedades.

Se puede verificar que $p', =$ constante representan un conjunto de coor denadas en el espacio-tiempo que hace que -los observadores comovibles se encuentren en calma libre en dicho espacio-tiempo.

Es de hacer notar que nuestro sistema de coordenadas de ninguna manera significa el retorno al espacio y al tiempo absolutos: solo estamos usando el sistema de referencia más natural puesto que está en reposo con relación al promedio de materia del universo.

En la deducción de la fórmula de R-W., no se emplearon argumentos gravitacionales específicos: la misma es una consecuencia de la simetría del espacio tridimensional expresado en un lenguaje de cuatro. dimensiones.

Vamos a investigar ahora como la función $E(t)$ describe la expansión del universo.

Imaginemos por simplicidad, que nuestra galaxia, que es comovible, tiene como origen espacial -P o. Consideremos otra galaxia situada en P. La distancia pro pia de esta otra galaxia, para un tiempo cósmico t , viene dado por

$$E(t) = \int_P^P \left(\frac{F}{K} \right) dt$$

$$E(t) = \int_P^P \left(\frac{F}{K} \right) dt$$

$$E(t) = \int_P^P \left(\frac{F}{K} \right) dt$$

$$E(t) = \int_P^P \left(\frac{F}{K} \right) dt$$

Se observa en esta ecuación que la distancia propia a la galaxia en consideración es proporcional al factor de escala $E(t)$ que a su vez: varía con el tiempo.

La velocidad propia v_p se obtiene tomando la primera derivada con respecto a t de la distancia propia considerando que p permanece constante debido a que es una coordenada comovible

$$v_p = \frac{dP}{dt} = \frac{E(t)}{E(t_0)} v_p \quad (6.6)$$

Ya que $v_p \sim (f \sim v(r) \text{ para } p)$

$$= \frac{1}{E(t)}$$

$$\frac{\dot{E}(t) \int_0^P \frac{dP}{\sqrt{1 - kP^2}}}{VI} = \frac{E(t)}{E(t_0)} \cdot \frac{1}{E(t)}$$

Esta última ecuación nos indica que para un tiempo dado t la velocidad de recesión de una galaxia con relación a la nuestra es proporcional a la distancia P . Esta afirmación no es otra cosa que la ley de Hubble con la constante $H(t)$ dada por

$$H(t) = \frac{\dot{E}(t)}{E(t)} \quad (4.7)$$

Esta última ecuación nos indica que la tasa de expansión es una función del tiempo: lo que los astrónomos miden es el valor de $H(t)$ para $t = t_0$.

De lo anteriormente expuesto se concluye que la expansión del universo se deduce de la métrica de R-W y esta es una de las pruebas importantes de la cinemática cósmica.

Aunque la fórmula de R-W es una ecuación relativista que predice, entre otras cosas, la expansión del universo, esta expansión está también implícita en la mecánica de Newton.

Para demostrar la afirmación anterior consideremos una esfera de radio R en la cual está contenida una cantidad determinada de galaxias.

Supongamos que el centro de nuestra galaxia coincide con el centro de la esfera y la galaxia en consideración está situada sobre la superficie de dicha esfera.

La masa de esta esfera es igual a su volumen multiplicando por la densidad C :

$$M = \frac{4}{3} \pi R^3 C$$

La mecánica de Newton nos dice que la energía potencial de cualquier galaxia típica situada en la superficie de la esfera viene dada por

Relación Entre ρ y la Densidad de la Materia ρ_m

Consideremos una partícula, que puede ser una galaxia, colocada en la superficie de la esfera de masa M por lo que su aceleración viene dada por

$$a = -\frac{GM}{r^2}$$

donde r es la distancia al centro de la esfera y la masa M viene dada por

$$M = \frac{4}{3}\pi r^3 \rho_m$$

sustituimos M en 6.18 obtenemos

$$\frac{dr}{dt} = \sqrt{\frac{2}{3}\pi G \rho_m r^3}$$

Esta última ecuación nos indica que también la aceleración relativista entre galaxias es proporcional a su distancia ($\propto Z$). Hemos visto anteriormente que

$\dot{r}(t) = H(t) r(t)$ donde $H(t)$ es la constante de Hubble y $r(t)$ la distancia en consideración.

Ahora bien

$$\ddot{r}(t) = \dot{H}(t) r(t) + H(t) \dot{r}(t) = H(t) \dot{r}(t) + \dot{H}(t) r(t)$$

$$\frac{\ddot{r}}{r} = \frac{\dot{H}}{H} + H$$

de donde

$$\frac{\dot{H}}{H} = -\frac{2}{3}H$$

$$H = \frac{\dot{r}}{r}$$

Esta última fórmula es válida tanto en la dinámica de Newton como en la geometrodinámica de Einstein.

Distancias y Límites.

¿Cuál es la coordenada E_L del objeto más distante que se puede observar ahora?

De la métrica de R-1J tenemos que

$$C \sim S \sim \int_{t_0}^{t_1} E(t) dt$$

$$(IL = +1)$$

$$\int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{E(t)} = \frac{1}{c}$$

$$dp =$$

$$c \sim 0.2, 4.$$

de donde

$$P_{oh} = \left\{ \begin{array}{l} t, \\ S = c \int_{t_0}^{t_1} E(t) dt \\ \beta = d \text{ é } E(t) \\ S \sim \int_{t_0}^{t_1} E(t) dt \end{array} \right. (IL = +1)$$

En estas fórmulas t_0 se refiere al tiempo de comienzo del universo, t_1 al tiempo actual y β es la coordenada del horizonte del objeto observado.

Objetos a distancias mayores que β , S no pueden ser vistos puesto que se mueven con velocidad mayor a la de la luz.

Si el espacio es plano o de curvatura negativa es posible que para ciertas formas de la función $E(t)$, β sea infinito.

Unos modelos tales de universo no tienen horizontes y en principio todo el universo podría ser visto por nosotros ahora.

Para un universo de curvatura positiva no existe horizonte objeto (a la coordenada

$$c \int_{t_0}^{t_1} \frac{dt}{E(t)} = \pi$$

P. t. se le llama horizonte objeto) S i

En este caso los objetos observables pueden tener un valor de P que varia en

donde M es la masa de la galaxia en consideración y G es la constante de gravitación universal.

La energía cinética de la galaxia viene dada por $E_c = \frac{1}{2} M V^2$ y su energía total por

$$E_t = E_c + E_p = \frac{1}{2} M V^2 - \frac{G M^2}{R}$$

La energía total debe ser constante por el principio de conservación. Si la energía es negativa la galaxia no puede escapar al infinito porque a grandes distancias la energía potencial se hace despreciable y en cuyo caso la energía total es justamente positiva. Por el otro lado si la E.T. es positiva la galaxia puede alcanzar el infinito con cualquier energía cinética remanente.

La condición de que la galaxia tenga justamente la velocidad de escape es que la energía total sea igual a cero lo cual da

$$V^2 = \frac{2 G M}{R}$$

o sea que

$$V = \sqrt{\frac{2 G M}{R}}$$

En esta ecuación ρ es la densidad crítica y H la constante de Hubble.

Aunque el resultado anterior se obtuvo usando las ecuaciones de la mecánica de Newton es válido aun cuando el contenido del universo sea altamente relativista si se interpreta a ρ como la densidad de la energía total dividida por c^2 .

La ecuación 6.11 nos indica que la velocidad v es proporcional a la distancia R o sea que

$$v = H R$$

donde $H = \frac{1}{R} \frac{dR}{dt}$ siendo t función del tiempo.

Volviendo a la fórmula de R-W y a la de la distancia propia dada por 6.5 observamos que las conclusiones que se pueden deducir para el caso de curvatura positiva ($k = +1$) son realmente fascinantes.

La curvatura positiva describe un universo cerrado cuyo espacio tridimensional es análogo, en propiedades geométricas, a la superficie de una esfera.

Cuando la coordenada ρ varía de 0 a $2\pi R$ la "esfera" barre todo el universo.

La distancia propia entre 0 y e, para el tiempo t, es $E(t)$. Sean, $f: \text{ambiente} \rightarrow \text{ambiente}$ por un factor z y $E(t)$ donde 't' es un entero.

Esto corresponde a la medición de la distancia a e, con una cinta métrica, siguiendo una geodésica espacial y dándole 1 vuelta al universo.

Un universo con curvatura positiva, aunque cerrado, es ilimitado: similar a la superficie de la esfera que no tiene borde o límite.

Puesto que no podemos estirar una cinta métrica entre galaxias, la distancia propia $E(t)$ no es una cantidad medible.

La gran ventaja de la formulación relativista es que nos da relaciones entre magnitudes que si son medibles como por ejemplo el desplazamiento al rojo, las magnitudes aparentes de las estrellas etc.

La importancia de estas relaciones radica en que todas dependen del factor de escala $E(t)$.

¿Pero cómo se puede determinar $E(t)$ desde el punto de vista teórico?

La respuesta a esta interrogante requiere de una dinámica cósmica como lo es la teoría de la gravitación de Einstein o la teoría del estado estacionario de Bondi, Gold y Hoyle.

Más adelante veremos que varios modelos del universo se caracterizan por los diferentes factores de escala $E(t)$.

Es tarea de la cosmología observacional o práctica encontrar, por observación, cual de los diferentes posibles modelos describe mejor al universo real.

El Desplazamiento Hacia el Rojo.

Sea S una señal luminosa que llega a nosotros ($P = 0$) desde una galaxia distante ($P = P_0$) en el tiempo presente t_0 .

Las dos crestas de la luz que llegan en los tiempos t_0 y $t_0 + \Delta t_0$ fueron emitidas en la galaxia distante en t_e y $t_e + \Delta t_e$.

Puesto que la luz viajó hacia nosotros radialmente a lo largo de una geodésica nula, se puede usar la métrica de R-W para relacionar los cuatro tiempos antes mencionados con la coordenada P_e

Ya que

$$d^{t_1 - t_e} P'(ct(1 - cp) = p$$

tenemos que

$$dt$$

$$d-P$$

$$t_{\text{re}} - 4t \frac{df}{E(t) - c f} = r \frac{df'}{f'}$$

Restando entre si las ecuaciones se obtiene:

$$t_{\text{re}} - 4t \frac{df}{E(t) - c f} - \frac{Q}{4t} = 0$$

$E(t)$ Para cualquier tipo de radiación electromagnética que recibimos de las galaxias, dt_{re} y $A f$, representan pequeñas fracciones de segundo: y para tiempos tan cortos se puede suponer que $E(t)$ permanece constante con lo que se obtiene

$$\frac{A f_{\text{re}}}{E(f_{\text{re}})} - \frac{df}{E(t_{\text{re}})} = 0$$

$$\frac{A f_{\text{re}}}{A t_{\text{re}}} = \frac{E(t_{\text{re}})}{E(f_{\text{re}})}$$

Ahora bien: las longitudes de onda emitidas y observadas λ_{e} y λ_{o} están relacionadas a sus respectivos períodos $d t_{\text{re}}$ y $4 f$, por

$$\lambda_{\text{e}} = c t_{\text{re}} \quad \lambda_{\text{o}} = c / 4 f$$

de manera que el desplazamiento hacia el rojo z definido por la ecuación $z = \frac{\lambda_{\text{o}} - \lambda_{\text{e}}}{\lambda_{\text{e}}}$

se puede escribir en función de $E(t)$ por medio de la expresión $\lambda_{\text{e}} = \frac{c}{4 f}$

$z = \frac{\lambda_{\text{o}} - \lambda_{\text{e}}}{\lambda_{\text{e}}} = \frac{c / f_{\text{o}} - c / f_{\text{e}}}{c / f_{\text{e}}} = \frac{f_{\text{e}} - f_{\text{o}}}{f_{\text{o}}} = \frac{f_{\text{e}}}{f_{\text{o}}} - 1 \dots c \frac{4 f_{\text{e}}}{4 f_{\text{o}}} = \frac{f_{\text{e}}}{f_{\text{o}}} - 1$ En un universo en expansión $E(t_{\text{o}}) > E(t_{\text{e}})$, de manera que z es positivo. Esto es lo que actualmente se observa.

La fórmula 6.13 nos proporciona una medida directa del grado de expansión su frido por el universo desde el tiempo t_{e} en que fué emitida la radiación hasta el momento actual de su detección.

Aunque no se conoce f_{e} se puede sin embargo expresar otras magnitudes observables en función de $E(t)$ y relacionadas con z

Muchos de los desplazamientos x hacia el rojo son pequeños de manera que la diferencia entre te y f_o no es grande, desde el punto de vista cosmológico, por lo que $E(t_e)$ se puede desarrollar en serie dando por resultado

$$E(t_e) = (e.) + (te - 1.) \cdot t.) + z (te - t.) \quad . \text{ Si}$$

$$\text{introducimos el factor de desaceleración } q \text{ o dado por } - \frac{\dot{E}(t.) \cdot E(t.)}{E(t.)^2} \\ \text{que se puede escribir como}$$

Que también se puede escribir como

$$\frac{F(f.)}{E(f.)} = \frac{E(t.)}{E(e.) N'(t.)}$$

$$\text{y si recordamos que } E(t.) = \frac{L}{(e.)} E$$

Entonces el desarrollo en serie anterior se puede escribir

$$1(t_e) = E(f.) [1 + H(t_e - t_e) + \dots]$$

Es evidente que q es positivo si la expansión del universo se desacelera es decir si $E(t)$ es negativo.

El desplazamiento hacia el rojo

$$x = \frac{E(f.)}{E(t_e)} - 1$$

se puede desarrollar ahora en potencias de $(t_e - t_e)$ en la forma

$$x = H(t_e - t_e) + \dots \quad 6(G)$$

y el intervalo de tiempo $t_e - t_e$ en la torta

tre 0, 1 y 0 por lo que teóricamente podríamos ver a los objetos antípodas del universo.

'Puesto que ninguna influencia física puede viajar a mayor velocidad que la luz, el horizonte objeto representa la mayor distancia desde la cual la materia puede tener influencia sobre nuestra vecindad.

7

DINAMICA DEL UNIVERSO

Los modelos matemáticos del universo que vamos a deducir y estudiar, en el presente capítulo, se basan en la fórmula de separación de R-W (6.4) por lo que que dan caracterizados por el factor de escala $E(t)$ y el coeficiente de curvatura R

Hemos visto anteriormente que las magnitudes $E(t)$ y R determinan completamente la curvatura $K(t)$ del espacio de posición tridimensional, para un tiempo t dado t .

¿ Pero quién determina los valores de $E(t)$ y R ?

Estos valores los determina la gravitación originada por toda la materia contenida en el universo puesto que es ésta la que controla la naturaleza de la expansión.

La curvatura que vamos a estudiar ahora y que denotaremos como $K(t)$ se refiere al espacio-tiempo y no al espacio de posición y la misma se define como la curvatura de una " superficie bidimensional " especificada por t y θ manteniendo ϕ y

constantes.

Si en la ecuación 6.1 hacemos $\theta = 0$ y $\phi = 0$ constantes la misma se convierte en

$$d s^2 = dt^2 - E^2(t) d\theta^2 / c^2 (1 - K\theta^2) \quad . \quad . \quad . \quad 7.1$$

Para deducir $K(t)$ hacemos uso de la fórmula de curvatura de Gauss con $\theta = t$ y $\phi = 0$

El espacio de posición tridimensional es el espacio ordinario en contraposición al espacio-tiempo cuatridimensional.

El tensor métrico correspondiente a 7.1 es $c((2-e^{Ct}))$

donde

$$g_{ij} = \frac{z'(t)}{c(t-t_0)} = \frac{c}{c} = 0$$

y la curvatura $K_1(t)$ viene dada por

$$K_1(t) = \frac{z''(t)}{z'(t)} = \frac{c'}{c} = \frac{c'}{c}$$

$$c' = -\frac{a_c}{L} \frac{f(t)}{c} = -\frac{4E'(t)k'(t)}{2} = -\frac{E'(t)}{P} \quad (7.13)$$

$$c''(t) = c'(t) + z c(t) c(t f) - L E''(t) = -\frac{E''(t)}{P}$$

Así como en la mecánica de Newton la fórmula de Poisson $D^2\phi = -4\pi G \rho$ es una ecuación diferencial del campo gravitatorio en la cual el potencial ϕ es función de la densidad ρ de la materia, la curvatura del espacio-tiempo es también función de la densidad ρ que a su vez depende del tiempo por lo que se denota como $\rho(t)$.

En su forma más simple posible $K_1(t)$ debe ser proporcional a $\rho(t)$ y su expresión general se puede escribir como

$$K_1(t) = \frac{4\pi G}{3} \rho(t) \quad (7.14)$$

cunde la constante se inserta para dar la posibilidad de que el espacio vacío pueda ser curvo ($K_1(t) = 0$).

Así como en la mecánica cuántica aparece la constante de Planck y en la relatividad las constantes c y G es de suponer que una fórmula para la curvatura como lo es $K_1(t)$ (7.4) aparezcan también G y c .

De la ecuación 7.3 se deduce que $K_1(t)$ tiene como dimensión $(\text{tiempo})^{-2}$ por lo que los exponentes ρ y t^a deben tener los valores 1 y 0 si a es una constante dimensional. Más adelante veremos que el valor de a es $-10/3$.

Si se adopta la costumbre seguida en cosmología, la constante de la ecuación 7.4

se escribe como $\vec{A} = -\vec{L}$

donde A tiene la dimensión (tiempo) $^{-2}$ y se cono

ce bajo el nombre de constante cosmológica.

Iguando 7.3 con 7.4 se tiene que

$$\frac{1}{3} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} \right) = \frac{1}{3} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} \right)$$

de donde

$$\ddot{r} = - \frac{1}{3} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} \right)^2 + \frac{1}{3} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} \right)^2$$

Esta es la misma fórmula que se obtiene de las ecuaciones generales de campo de Einstein.

La constante cosmológica Λ ha sido objeto de muchas controversias desde que fué introducida por Einstein. Es una constante nueva e independiente de la naturaleza como lo son G y c . Existen físicos y cosmólogos quienes sostienen que la misma debe evitarse en lo posible.

La ecuación 7.4 con la constante cosmológica es más general que sin ella y no parece que sea exactamente igual a cero. Einstein mismo creyó que debía de ser igual a cero y luego se refirió a la inclusión de esa constante por el mismo como uno de los mayores deslices de su vida.

Su argumento era de que una Λ diferente a cero hacía que el espacio-tiempo vacío fuera curvo lo cual es contrario al principio de Mach.

Se ha llegado actualmente al compromiso de retener a Λ pero de reservarse el derecho de hacerla igual a cero cuando convenga.

De la ecuación 7.6 se desprende que una Λ positiva actúa como una densidad negativa.

Ya que la autogravitación de la materia actúa para desacelerar la expansión del universo, una Λ positiva acelera la expansión y es esta la razón por la cual se llama algunas veces " término de repulsión cósmica ".

Vamos a demostrar ahora que 7.6 se puede obtener directamente de la mecánica de Newton si en la misma (7.6) hacemos $\ddot{r} = \frac{1}{3} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} \right)^2$.

De la ecuación

$$\ddot{r} = \frac{1}{3} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r^2} \frac{dr}{dt} \right)^2$$

Para demostrar lo expresado anteriormente consideremos las galaxias dentro de una esfera comovible con coordenada radial r .

$$V(t) - t \dot{r}^2 = p \quad (C = v)$$

se deduce que q corresponde, en un espacio Newtoniano plano, a un radio propio igual a $P E(t)$.

Una galaxia situada en la superficie de esa esfera se acelera hacia el centro bajo la atracción de la masa dentro **de** esa esfera. Si la galaxia, en consideración tiene una masa m entonces de acuerdo a la segunda ley de Newton se tiene que $m \times$ aceleración = $M(t)Q(E(t))$ = fuerza exterior que actúa sobre la galaxia, es decir

$$\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} E(E) = - \frac{G}{r^2} \times \frac{M(t)}{c^2} - \frac{a}{k} \frac{W(t)}{2} \text{ de } k, a, \dots$$

$$- \frac{v^2}{r^2} W(t) (PE(t))$$

$$\frac{G(t) (w(t)/3) (E(t) (PE(t)))}{PE(t)}$$

de donde

$$P(t) = - (a/3) G G'(f) E(f) \quad . \quad 7.7$$

Esta última ecuación es idéntica a 7.6 con $= 0$. Demuestra además que la escogencia de $oe = y10$ en 7.4 fué necesaria para obtener compatibilidad con la mecánica de Newton.

Una cosa es compatibilidad pero otra es identidad.

i. Por qué la mecánica de Newton da una respuesta exacta a un problema de la mecánica relativista?

La razón de esto es que el movimiento de todo el fluido cósmico queda determinado por el movimiento de cualquiera de sus partes, por pequeñas que sean, de acuerdo al principio cosmológico. Las velocidades relativistas de expansión de una esfera pequeña son mucho menores que la velocidad de la luz C y las fuerzas gravitacionales dentro de una esfera tal son igualmente pequeñas debido a la poca masa.

Es precisamente en el límite de las velocidades pequeñas y de la gravitación débil que la mecánica de Newton es válida por consiguiente sus ecuaciones gobiernan, al movimiento de todo el fluido cósmico cuando se dan las condiciones anteriores. Se puede inclusive incorporar la constante cósmica A en el esquema Newtoniano si se postula una fuerza repulsiva de largo alcance, proporcional a la distancia y que actúa conjuntamente con la gravedad.

No debemos, sin embargo, imaginarnos que la aplicabilidad de la dinámica de Newton significa que la teoría general de la relatividad es totalmente innecesaria en cosmología. Resultados tales como el desplazamiento hacia el rojo, luminosidad, etc. son consecuencias de la cinemática de las señales luminosas y estos resultados, esencialmente relativistas, necesariamente envuelven la geometría no euclídea.

Un primer paso hacia la solución de la ecuación 7.6 consiste en eliminar

$C(t)$ usando la ley de la conservación de la materia que se puede enunciar de la siguiente manera: dentro de una esfera comovible la masa permanece constante mien tras que el volumen es proporcional a $E^3(t)$ de manera que

$$C(t) L'(t) = Ca_{17} = G'(t) E^3(t)$$

sea

$$G(t) = \frac{G - (t - t_0) L'(t_0)}{C(t_0)} \quad 7. X$$

Usando ahora estos resultados la ecuación 7.6 se convierte en

$$\dot{f} = \frac{4}{3} \frac{f(f_0) L'(f_0) U f_0}{E(t) G} \quad A. G$$

Mu

pl icando esta ecuación por $Z E(t)$ e integrando obtenemos ('(ro) $E \sim 10^J G$

$$Z'(t) = \frac{3}{E(t)} \left[t^3 \dot{f}(t) + C_{NS} \right]$$

$$- \underline{3} \quad C'(f) - \underline{3}^1 \quad (f) \quad Cor, s7. \quad \dots$$

La wiestntc er esta última ecuación debe ser proporcional a C , ye que esta e la rlnica .,:bineción de las cantidades c , (α Y A que tiene las dimensiones requeridas de velocidad)-.

Las ecuaciones de campo de le relatividad general da su valor exacto como k^{-1} , donde K es el indece de curvatura.

Le ecuación 7.9 se puede escribir ahora como

$$(f) \sim K \quad (s' r c o^{-u}) - A) \quad (r)/3$$

Más adelante estudiaremos esta ecuación con más detalle. Los

Modelos Matemáticos del Universo y su Interpretación.

Para encontrar una expresión o fórmula explícita para el factor de escala $E(t)$ se puede usar la ecuación gravitacional 7.10 junto con la ecuación de conservación 7.8 lo cual nos da

$$\dot{f}(t) = 1/6 G'(f) E'(f) / 3 E(t) - \dots$$

$$= f(E7^e))$$

Esta ecuación relativista, para la variación del factor de escala $E(t)$ en función de t , no es otra cosa que la célebre ecuación de Friedmann deducida por vez primera en 1922 por Alexander Friedmann a partir de las ecuaciones de campo de la teoría general de la relatividad.

Como ha podido observarse, la deducción se basa en la fórmula de R-W así como en consideraciones de tipo intuitivo y dimensional.

La ecuación 7.11 se puede deducir también a partir de la mecánica de Newton como ya se hizo parcialmente en 7.7.

La interpretación de los términos entre la ecuación relativista y la ecuación Newtoniana: es idéntica excepto que la constante $/C$ representa la curvatura del espacio tridimensional ortogonal a las líneas mundiales de las partículas fundamentales. En la relatividad general, en tanto que en la teoría Newtoniana representa la energía total de las partículas. Esta representación geométrica de la energía total Newtoniana no se halla confinada a los modelos cosmológicos de la relatividad general. De no ser por este hecho, que es de considerable importancia en la interpretación de la teoría, la identidad de las ecuaciones relativistas y Newtonianas sería completa.

Las consecuencias de esta notable similitud, descubierta por Milne y McCrea en 1934, son muy significativas. Demuestran en primer lugar que la diferencia entre ambas teorías se encuentra gobernada, en cosmología, por la relación de la presión a la densidad y que la relación potencial gravitatorio y masa inerte es importante sobre todo en las aplicaciones locales. Por lo tanto, en un universo como lo es el nuestro actualmente, en el que ambas relaciones son siempre muy pequeñas, la relatividad no puede ofrecer nada radicalmente nuevo. Tiene sin embargo la gran ventaja, sobre la teoría Newtoniana, de dar respuesta definida a las cuestiones concernientes a la propagación de la luz.

Dará resultados ligeramente distintos para los rayos de luz que viajan distancias comparables al radio de curvatura del universo.

Los resultados son totalmente diferentes cuando la gravitación se hace muy grande, como en los pulsars y en los agujeros negros, y en estos casos no existe equivalente Newtoniano.

Ahora bien: A , $Q(t_0)$, $E(t_p)$ y $/C$, pueden, en principio, determinarse a partir de observaciones hechas actualmente para el tiempo $t = t_0$.

Aun hoy en día esas observaciones son bastantes imprecisas, pero haciendo sin embargo algunas hipótesis sobre esos valores, se pueden obtener resultados muy interesantes y de gran importancia.

Si conocemos o postulamos valores para A , $\langle f_e \rangle / c - \langle f, j \rangle$ y $/C$ la función $f(E(t))$ (7.1-1) queda determinada y se puede obtener una ecuación implícita

. para $E(t)$ como sigue:

$$i(t) = \frac{f l.e(ri)}{dt} \frac{d < t J}{V t(z'(o))}$$

de manera que

$$t = \int_{E(F)}^{E(F)} \frac{d1(r)}{Vf(Fit))} \quad q, z$$

Esta integral se puede calcular, en el caso general, a partir de funciones elípticas, pero los resultados son de difícil interpretación. Es usual no Helo gía estudiar $E(t)$ cualitativamente y desarrollar detalles de fácil finte:pretació para algunos casos especiales.

Consideremos el valor de $E(t)$ dado por

$$(f) = -f i G -(E a i E '(f) 3 () + (3) = -f i 7 i 3$$

y examinaremos primero la historia pasada del modelo matemático en consideración.

Si la constante cósmica A es cero o negativa, $E(t)$ es negativo para todo $E(t)$.

La curva de $E(t)$, en función de t , es convexa hacia arriba y tiene una forma similar a la de la figura siguiente

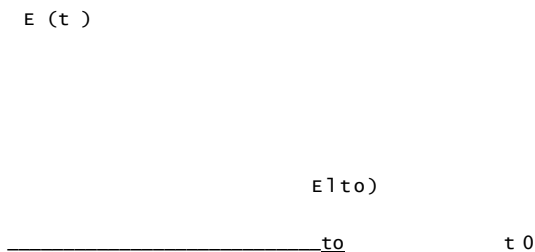


FIG. 7.1.— GRÁFICO DE $E(t)$ EN FUNCIÓN DE t .

Para algún valor de t en el pasado $E(t)$ debe de haber sido igual a cero y la densidad $G'(tr)$ infinita de acuerdo a la ecuación 7.8 por lo que ese 'valor se considera como el instante del origen del universo y su valor se define como t_0 por lo que el tiempo presente t se considera como la edad del universo.

Ya que de acuerdo a nuestra hipótesis $i(t)$ es negativo, $\dot{E}(t)$ fué mayor en el pasado de t_0 que es ahora debido a que su valor está disminuyendo en razón de que su derivada ($\dot{E}(t) = \frac{dE}{dt}$) es negativa.

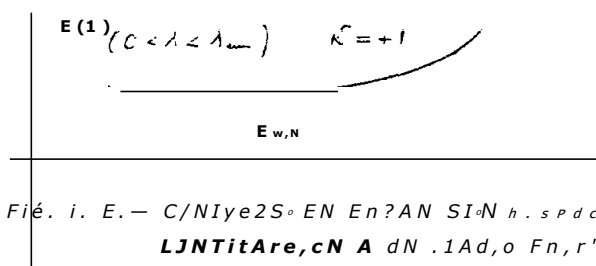
La expansión en el pasado fué, por supuesto, más rápida de lo que hubiera sido de haber permanecido $t(t)$ constante e igual a su valor presente..

Existe una importante restricción en estos modelos limitados por el valor de t_0 ya que éste no puede ser menor a una cierta magnitud, porque en caso contrario el universo sería más joven que los objetos que contiene, lo que sería un absurdo.

Si A es positiva, $E(t)$ no siempre es negativa por lo que surge la posibilidad de que $E(t)$ haya tenido un valor mínimo en el pasado diferente de cero pero con $\dot{E}(t) = 0$. Esto nos indica que si la función $E^2(t) - C(E(t))$ tiene una raíz,

el universo no necesariamente tuvo que comenzar con una explosión y un estado de densidad infinita.

Si A es igual a cero 0 o a menos uno ($A = -1$) todos los términos en ($E(t)$) (7.11) son positivos y la función no tiene raíz real alguna, por lo que el universo, para este caso, debe haber empezado con una gran explosión o big bang.



Si $f = +1$, $E(t)$ puede ser igual a cero si el único mínimo de $f(E(t))$ es negativo. Este mínimo ocurre en E_m donde

$$E = \gamma \cdot r \cdot G \cdot c - 1 f o j . E (t) < P$$

y el valor correspondiente de $f(E(t))$ es

$$(y/7.6)^{1/3} (z/55.4) - c, \quad .71s^{-1}$$

de manera que solo si A , donde

$$/(-4, 7 - G - ti.,)z, (to)) c$$

el universo no se originó de un bin-bang.

Hastaahora hemos sacado algunas conclusiones sobre el pasado de los univer sos representados por los modelos de Friedmann. Usando métodos similares se pue den deducir algunas conclusiones sobre el futuro de estos universos.

Si Λ es negativa 7.13 nos indica que $t(t)$ es siempre negativa y la curva con vexa de la función $E(t)$ intersecta a leje de las t , tanto en el pasado como en el futuro por lo que la expansión alcanza un máximo y luego comienza una fase de con tracción que debe de terminar en una gigantesca implosión o colapso.

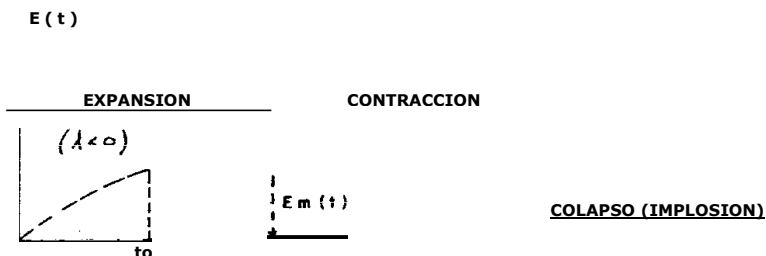


FIG. 7. 3 UNIVERSO EN EXPANSION, CONTRACCION Y COLAPSO.

Si $\Lambda = 0$, $E(t)$ es negativo para $E(t)$ finito y cero para $E(t)$ infinito por lo que es posible que la expansión désacelere gradualmente pero sin cambiar nunca a una contracción.

Si Λ es positiva $E(t)$ no tiene porque ser negativa por lo que se debe exami nar $E(t)$ usando 7.11.

Si Λ es igual a -1 o cero ($\Lambda = 0$), $E(t)$ nunca puede ser igual a cero de manera que la expansión continua parra siempre.

Si $\Lambda = +1$, $E(t)$ puede hacerle o ser igual a cero. Si $\Lambda = +1$ ($\Lambda = +1, \dots, c' / (L^2 r^2 G^{-1} e) E'(te)^2$) por lo que a la expansión le puede seguir una contracción.

Vamos a examinar ahora, con algunos detalles, varios casos especiales de uni versos, basados en los modelos de Friedmann.

Caso. 1.- $\Omega_0 = 0$

Este es el caso más importante ya que todos los universos con $\Omega_0 = 0$ tienen un origen big-bang. En este caso se puede escribir la solución 7.12 de 7.11 como

ligue:

$$E(t)$$

$$\sqrt{\frac{8}{3}} \frac{H_0}{c} G^{-1}(t) \left(\frac{3}{2} \frac{G'(t)}{G(t)} \right)^{1/2} = \frac{1}{c} \int_0^t \frac{dt}{G(t)}$$

$$c \left\{ \frac{1}{G(t)} \frac{dG(t)}{dt} \right\} = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{G(t)} \right)$$

$$\frac{1}{3} \frac{r_s}{c} \left(\frac{c}{G(t)} \right)^{3/2} = \frac{1}{c} \int_0^t \frac{dt}{G(t)^{3/2}} \quad (t=0)$$

$$\frac{E(t)}{G(t)} = \frac{1}{G(t)} \left(\frac{1}{G(t)} \frac{dG(t)}{dt} \right)^{1/2} = \frac{1}{c} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{G(t)} \right)$$

La distancia E_m viene dada por

$$grrGC-teo) E_m(t) / 3^{1/2}$$

g. 7

Los universos planos ($\Omega_0 = 0$) y abiertos ($\Omega_0 < 1$) expanden para siempre, mientras que los universos cerrados ($\Omega_0 > 1$) expanden hasta un radio de curva máxima E_m para el tiempo t_m y luego se contraen hasta una nueva fase densa (colapso) para el tiempo $2t_m$.

Los datos existentes sugieren un universo cerrado solo si $\Omega_0 > 1$. Para este caso, y suponiendo $\Omega_0 = 1$, E_m viene dado por

$$t_m = \frac{1}{H_0} \int_0^{E_m} \frac{dE}{G(E)}$$

$$E_m = \frac{1}{H_0} \int_0^{E_m} \frac{dE}{G(E)}$$

$$E_m = \frac{1}{H_0} \int_0^{E_m} \frac{dE}{G(E)}$$

Con los mismos datos anteriores la edad del universo, en su expansión máxima, viene dada por

$$f = \frac{f \cdot y \cdot t}{1 \text{ c}} = .5 \cdot 2$$

El tiempo que transcurre entre el nacimiento y la muerte del universo es de $2t_m = 11.4 \times 10^{10}$ años.

¿Cuál es la edad actual del universo de acuerdo a los tres modelos matemáticos con $\Lambda = 0$?

Para encontrar esos valores sustituimos en (7.17) en 7.16 con lo que obtenemos

$$L = (f \cdot y \cdot t) / a$$

$$(0.10 \text{ a } 0.10)$$

$$7.11$$

donde hemos usado el mayor valor que puede alcanzar ρ_a es decir: $1/a$.

Supongamos sin embargo que el valor verdadero de q , es $1/2$ (que puede estar perfectamente dentro del margen de error actual), de manera que el espacio de nuestro modelo es plano ($\Omega = 0$) entonces por 7.16 y 7.17 la edad presente es igual a

$$\frac{2}{3} \frac{E}{c} \sim \frac{2}{3} \frac{H}{c}$$

$$4.$$

$$4t_m \sim 7$$

¿-z Supongamos

a la densidad de la materia de las galaxias ($\Omega_m = \Omega_m(t)$) lo cual implicaría que g , no es igual a 1 sino a $1/40 = 0.025$ (61)

Para valores de la materia de ese orden el universo sería abierto ($\Omega_m = -1$) y su edad actual sería (usando 7.16 y 7.17).

$$c \frac{L}{H_0} \sim \frac{510/r \cdot F_{\lambda} - 1}{1}$$

$$\sqrt{\frac{12g_{\phi} - 11}{2g_{\phi}}} \text{ ea. } = 1.8, \text{ a } c, N_c$$

$$(1)$$

$$x$$

Ninguno de los tres valores de t_0 contradicen las evidencias de tipo astrofísico y geofísico ya que estos valores son mayores que la edad de las galaxias, de las estrellas y de nuestra tierra. Al menos desde este punto de vista son aceptables.

En los años posteriores a la publicación de la relatividad y una vez que Einstein abandonó su modelo estático creyó firmemente de que había una razón teórica muy poderosa para suponer $\Lambda = 0$, es decir: que el universo es cerrado, razón por la cual no existe dificultad alguna en entender como toda la materia contenida en el mismo determina las propiedades inerciales de cualquier región del espacio-tiempo.

En este caso el principio de Mach se aplica en forma clara y no ambigua.

(Einstein se basó fundamentalmente en el principio de Mach para su teoría general de la relatividad dándole a Mach más crédito de lo que realmente tenía).

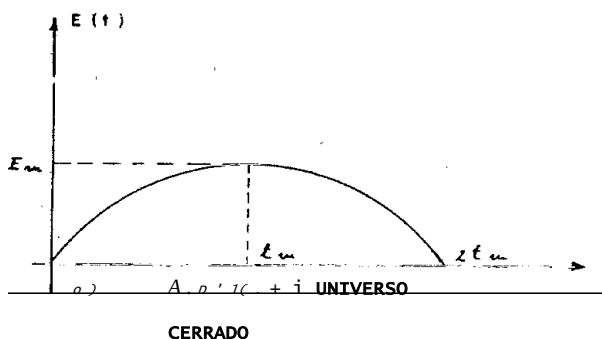
Si Λ es igual a cero o menos uno ($\Lambda \leq 0$) el universo es abierto y al resolver las ecuaciones de campo de Einstein se producen dificultades con las condiciones de borde en el infinito las cuales deben resolverse por convenciones arbitrarias.

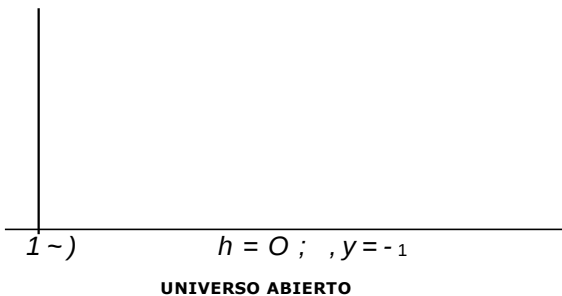
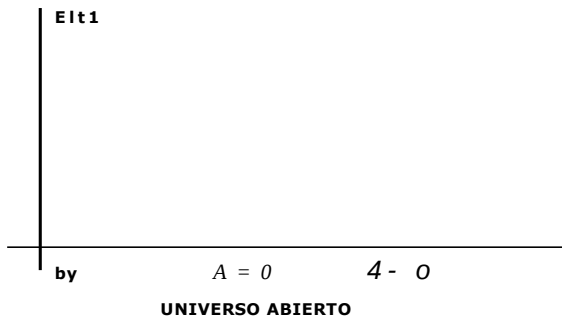
Como lo hemos visto anteriormente, evidencias presentes favorecen al universo cerrado si se cumple que $\Lambda = 0$ lo cual fue tomado por Einstein como cierto (Einstein dijo que la introducción de la constante cósmica había sido uno de los más grandes deslices de su vida).

Con las restricciones anteriores la predicción de la relatividad es única: el universo se inició a partir de un estado altamente condensado de la materia con una gran explosión (big-bang) y en el futuro colapsará de nuevo:

A ese respecto el gran relativista John Wheeler dijo: ¡jamás se había hecho una predicción de esta inspiración!

Resumen Gráfico de los Modelos de Universos con $\Lambda = 0$.





FIS.

MODELOS DE UNIVERSOS CON

/I = 0 - TODOS COMENZARON A PARTIR DE UN BIG - BANG. Caso

14.- FC = 0.

Todos vos universos de espacio plano comenzaron a partir de un estado condensado de densidad infinita ($E(t) = 0$), de manera que la ecuación 7.11 tiene las siguientes soluciones:

$F(F)$

$$t = \int_0^{\sqrt{c\{E(t)\}}} \frac{1}{\sqrt{c\{E(t)\}}} dt$$

$$h(t) = 1 + \frac{1}{2} \frac{E'(t)}{E(t)} + \frac{1}{2} \frac{E''(t)}{E(t)}$$

$J (iI > 0)$

$= i$

$$\frac{1}{E(t)} \frac{dE(t)}{dt}$$

7, 1

$$E \sim \frac{1}{V(3/A)} \sim \frac{1}{V} \sim \frac{1}{R^3} \sim \frac{1}{t^3} \quad (A < 0)$$

Para estos casos se puede obtener soluciones explícitas de $E(t)$ en la forma siguiente:

$$F_{[t, \infty)} \frac{8/7 \& q}{\cdot / t} \cdot e M_{\cdot} \cdot (/ t t^s V(3A) \} \quad (A > c \cdot)$$

$$\cdot H = E \sim f e) i d n - , t \quad (A J^a \quad T z z$$

$$E() (\quad) y s \quad ^{4i} ('14 V \sim 3/J d i \quad A m o$$

$$\frac{n}{6 \cdot 6 \cdot z}$$

$$i \quad \frac{141}{41}$$

Para usar estos modelos en la interpretación de las observaciones se puede de ducir. 4
suponiendo D y eliminar G o o • dependiendo cual de los das se con
sidere menos preciso.

El valor que se obtiene para es

$$a = fio ((--^a m i \cdot ' = 3 H: -86 - G; G \quad 7.23$$

Si .sumimos que 1.'+' 1 (10 que se hace con -alguna frecuencia) entonces
--Ho² de manera que 7.22-nos indica que el universo debe colapsar en el futu ro.
A

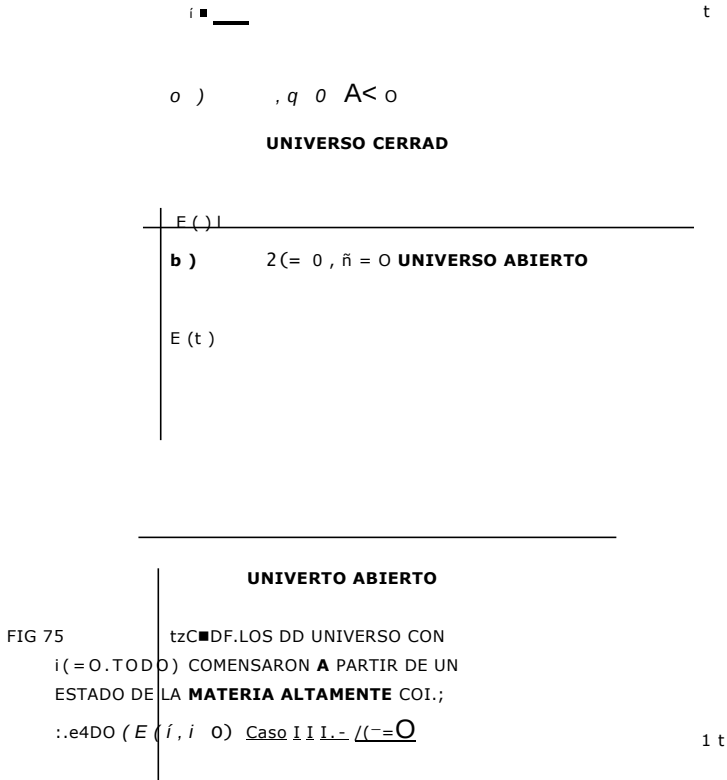
La edad presente viene dada por

$$\% - c = a + c S r . k \frac{1[1(4 - . t \quad I) - 0 \Lambda 6 \quad i . 1 c . i c ' " a _ { \sim } : 7 \dots , 7 t y$$

$$" V_{3 i 1 - z c s i) \quad (\quad L \quad (\quad I) \quad 17 .$$

Si por el otro lado asumimos que la densidad se conoce con más precisión
que 4a entonces a partir de 7.23 y de = 3 . , H ; / ` 1 / G 0 -- " i . 7
se obtiene que , , C _ + 2.9 Ho² y de acuerdo a 7.22 El modelos corresponde a un universo
en permanente expansión y cuya edad presente es

$$\sim \quad \sim \sim (3 * zY) \quad \begin{matrix} \text{2. < 5.} \sim \dots \sim ; i \\ V_{7.8 /so} \end{matrix} \quad \begin{matrix} /y = 2.10.7aa^{n.o2} \\ \text{---} \rightarrow \\ Hr \end{matrix} \quad s.2$$



Estos modelos representan la clase de universos vacíos que posiblemente se pueden aproximar al actual si no existe más materia que la observada es decir si

$$=ca -$$

Ya que $e, '$ es tan pequeña (al menos en lo que respecta a lo observado. has ta el presente), las galaxias pueden ser consi deradas' como cuerpos de prueba y su nnavitación mutua despreciable.

Puesto que $\dot{A} > 0$, se hace *infinita* para $a \rightarrow 0$ (1) es de esperarse que $A \rightarrow +1$ y $A > 0$. El universo puede comenzar no a partir de un big-bang.

De la ecuación 7.12 se obtiene

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{a} \right) = - \frac{1}{a^2} \left(\frac{da}{dt} \right) = - \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{a} \right) = - \frac{1}{a^3} \quad \text{con } a \rightarrow 0$$

YC3/q

de donde $\frac{da}{dt} \sim \frac{1}{a^2}$ (2) $\Rightarrow \int da = \int \frac{1}{a^2} dt$ (3) 17. 2

Este modelo tiene la virtud de partir o iniciarse no de $E(t) = 0$ sino de un mínimo finito igual a $E(0)$ es decir $E(0) = C$ (4).

Es sin embargo más realista considerar el caso de $\Omega = -1$ que es una consecuencia de suponer $\Omega = C$ y $\Omega > 0$ hipótesis esta que son sugeridas por la observación. De 7.12 se obtiene

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{a} \right) = - \frac{1}{a^2} \left(\frac{da}{dt} \right) = - \frac{1}{a^2} \left(\frac{1}{a} \right) = - \frac{1}{a^3}$$

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{a^2} \quad \text{con } a \rightarrow 0$$

lo que a su vez da

7.21

$$\frac{da}{dt} = \frac{1}{a^2} \quad \text{con } a \rightarrow 0$$

164

$$\lambda = 4\pi G_0 G - 3g_c H_0^2 \quad \text{y} \quad \kappa = (E^2(t_0)/c^2) [4\pi G_0 G - H_0^2(g_0 + 1)]$$

Este es otro universo big-bang que eventualmente va a colapsar.

Haciendo uso de datos obtenidos por observación se obtiene la edad del universo a partir de

$$N^{\circ} - 7$$

$$Le-te, S-, umu \quad V \quad Jy.ip, o a, > \frac{V}{7. ty}$$

$$Q \sim +$$

Caso IV.- Modelos Estáticos.

Estos modelos solo tienen interés histórico ya que nuestro universo no es es tático puesto que está en expansión.

En el año de 1916, no se sabía de que el universo estaba en expansión por lo que era natural que Einstein buscará una solución estática a su modelo de universo basado en la teoría de la relatividad. Para obtener esa solución forzada tuvo que introducir la constante cosmológica Λ .

De Sitter primero y Friedmann después se dieron cuenta que la solución de las ecuaciones de Einstein representaba un modelo dinámico del universo y no uno es tático.

En un universo estático $E(t)$ y $R(t)$ son constante por lo que $\dot{E}(t) = \dot{E}(t) = 0$.

De 7.13 se obtiene entonces que A^{4T-1G} y de 7.11 se obtiene $A^{i''} = +1$ y $E = c/0 C.1$, $\tau a; 6'$ donde E es el valor constante del factor de escala.

Si usamos el valor de G , obtenemos para este modelo

$$\Lambda = - (6.1 \times 10^{10} \text{ años})^{-2}$$

$$= d./ \quad y/ia' \quad 0.11..+jjee z$$

El estudio de los diferentes modelos relativistas, del universo, realizados hasta ahora, no se puede considerar completo ya que no se ha considerado el caso o los casos en que los términos de la ecuación 7.11 sean todas diferentes de ce ro, es decir

$$/C * o \quad , \quad /1e." y$$

$$G-(i) to$$

Un modelo interesante de este tipo es el que fué estudiado por Eddington, y Le maitre y se conoce con el nombre de modelo "vacilante o Titubeante". En este modelo Λ es algo mayor que 4, y $X' + 1$. La curva de $E(t)$ tiene un punto de inflexión en E_m (ecuaciones 7.13 y 7.14) y en dicho punto $\dot{E}(t)$ es pequeño.

En este modelo existe un tiempo muy largo durante el cual $E(t)$ tiene un valor muy próximo a E_m y luego crece.

Un factor común en todos los modelos de universos con excepción de algunos pa ra los cuales es su origen a partir de un estado inercia] altamente consensado o posiblemente de una singularidad con $E(t) = 0$.

Resumen Gráfico de Algunos Modelos de Universos con Λ y $G(t)$

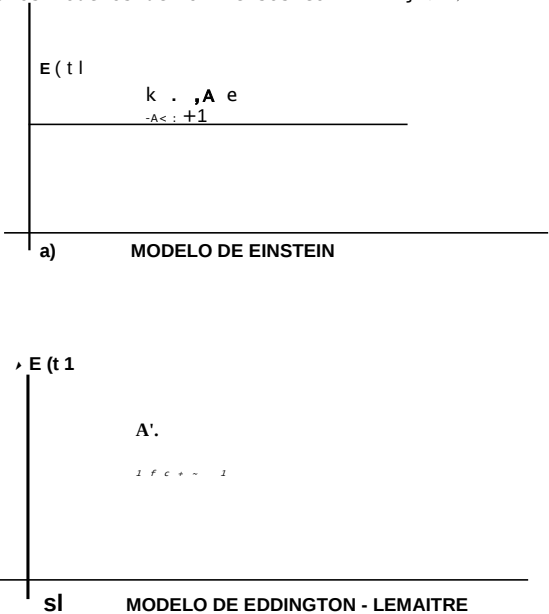


FIG. T.6.- MODELOS DE UNIVERSOS CON Λ y $G(t)$

Trataremos ahora de especular sobre una posible respuesta a la pregunta:

¿ Que pasó antes del big-bang ?. Una respuesta es que la explosión cuando $t = 0$ pudo haber sido precedida por un colapso previo o más aún, por una serie de ciclos de expansión y colapso dando origen a lo que se conoce con el nombre de modelo oscilante del universo.

Todos estos modelos representan actualmente el extremo de la especulación cosmológica.

El modelo oscilante da lugar a una serie de interrogantes como las que siguen:

- a) ¿ lista qué punto son los ciclos idénticos ?.
- b) i. Qué grado de parentesco, con nuestro universo, tendría el universo para el tiempo $t_e + 2t_m$?.
- c) i Cuál es la naturaleza física de los big-bang en los tiempos $0 \pm 2t_m$ $0 \pm 4t_m$ etc. ?.
- d) i Se conservan) y K después de estas explosiones ?.
- e) i. Son las leyes de la física antes y después de las explosiones iguales?

Se ha sugerido, inclusive, una inversión del tiempo en la fase de contracción del universo. Esto no es tan absurdo como puede parecer a primera vista.

El sentido del tiempo o mejor dicho la diferencia entre pasado y futuro no aparece en las leyes fundamentales de la mecánica (clásica. relativista y cuántica) o en el electromagnetismo.

Estas leyes son simétricas con respecto al tiempo, es decir, son invariantes bajo la transformación $t \rightarrow -t$.

Una primera asimetría aparece en la segunda ley de la termodinámica que dice que la entropía de un sistema aislado que no está en equilibrio crecerá siempre: la dirección de una entropía creciente define una flecha o dirección termodinámica del tiempo.

El relajamiento hacia el equilibrio está siempre acompañado por una liberación de partículas o radiación que expande hacia afuera y se pierde en las profundidades del universo.

La solución de tiempo invertido, de las ecuaciones de la electrodinámica, corresponden a una onda que se contrae por lo que la dirección en que las ondas se expanden o contraen definen una flecha o dirección electrodinámica del tiempo.

La expansión del universo, que en cierto sentido define una flecha o sentido cosmológico del tiempo permite a la radiación perderse.

Esto implica que durante la fase de contracción la luz sería absorbida por las estrellas y emitida por los ojos, la entropía debería decrecer y el tiempo invertirse. La raza humana o cualquier otra en lugar de envejecer iría poniendo se más joven y su recorrido sería de tumba a cuna.

Además de las dificultades lógicas de estos argumentos es difícil ver cual mecanismo deberá actuar para invertir la entropía para el tiempo t_m .

La posición actual de muchos científicos es **duque** no existen relaciones bien establecidas entre las tres flechas -o direcciones del tiempo antes descritas.

Dentro de las teorías cosmológicas existen otros modelos de universos como el del Estado Estacionario de Bondi, Gold y Hoyle, el de Dirac, etc., los cuales no vamos a estudiar debido a que el del Estado Estacionario está prácticamente desechado y los otros no concuerdan bien con las observaciones.



LA RADIACION ANTECEDENTE DE MICROONDA

Cada sustancia emite radiación electromagnética cuyo carácter depende de la naturaleza y temperatura de la sustancia.

Los cuerpos densos, como los sólidos, radian un espectro continuo en el cual están presentes todas las frecuencias. Las interacciones mutuas unitarias de los átomos de un sólido dan como resultado una multitud de estados cuánticos que no se distinguen de una banda continua de energías permitidas debido a la gran proximidad de sus átomos.

La habilidad de un cuerpo de radiar energía está muy relacionado a su habilidad de absorber energía. Esto era de esperarse puesto que un cuerpo a temperatura constante está en equilibrio térmico con el medio ambiente y debe absorber de ese medio la misma cantidad de energía que emite. Es conveniente considerar como cuerpo ideal uno que absorbe toda la radiación que incide sobre él, independientemente de la frecuencia.

Un cuerpo tal se llama cuerpo negro.

Un cuerpo negro, a una temperatura dada, radia energía a una velocidad mayor que cualquier otro cuerpo. Radia igualmente, más energía cuando esté caliente que cuando está frío.

El espectro de un cuerpo negro, cuando está caliente, tiene un pico a una frecuencia más alta que el del mismo cuerpo cuando está frío.

Estos resultados corresponden en la práctica al comportamiento familiar de una barra de hierro que se caliente progresivamente hacia temperatura más altas: al principio su brillo es rojo apagado, luego rojo anaranjado brillante y por último blanco.

En la figura siguiente se dan los espectros de la radiación de un cuerpo negro para dos temperaturas.

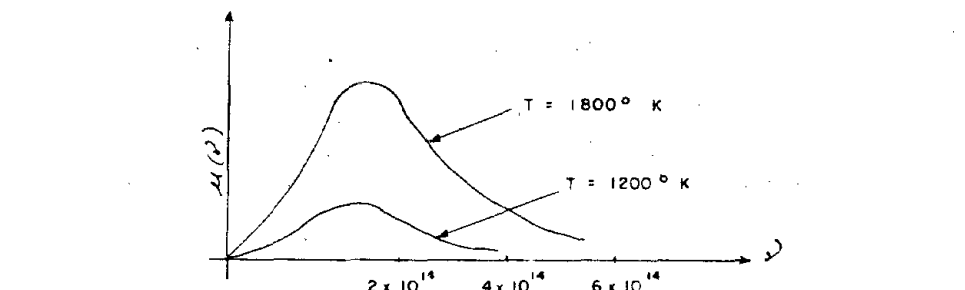


FIG. 8.1.- ESPECTROS DE RADIACION DEL CUERPO NEGRO.

La física clásica no fué capaz de explicar el espectro observado del cuerpo negro y este fracaso condujo a Max Planck, en el año de 1900, a sugerir que la luz es un fenómeno cuántico. En ese mismo año Planck dedujo su célebre fórmula de la radiación basándose en la mecánica estadística y la hipótesis cuántica.

La fórmula de Planck concuerda perfectamente con todos los resultados experimentales y es la que se usará más adelante. La Radiación Cósmica del Cuerpo Negro.

En un pasado remoto el universo estaba muy denso y caliente por lo que debía de contener radiación térmica de cuerpo negro a temperaturas muy altas. A medida que el universo se expandió la densidad de esa radiación decreció pero la radiación misma debe de estar aún presente llenando todo el espacio interestelar e intergaláctico.

El efecto de la expansión en la radiación térmica se traduce en una reducción de su temperatura.

Para comprender el comportamiento de la radiación térmica en una determinada región del espacio imaginaremos a la misma encerrada en un recipiente con paredes de reflexión perfecta. Supongamos, además, que ese recipiente se expande en la misma proporción que el universo.

Bajo esas hipótesis, la radiación dentro del recipiente se comporta de la misma manera que la radiación en alguna región, fuera del recipiente.

La razón de esta afirmación radica en lo siguiente: en el caso del recipiente los fotones son reflejados por las paredes y no pueden escapar y en el caso de la región sin paredes los fotones que se escapan son, en promedio, reemplazados por fotones similares que penetran en dicha región desde el espacio vecino.

Veamos ahora el comportamiento de la radiación en un universo en expansión.

El universo contiene radiación en la forma de fotones que se desplazan en todas las direcciones y con toda la gama de frecuencias.

La expansión causa que la densidad de energía, $E_r(t)$ de esa radiación decrezca de la manera siguiente: la densidad debida al número de fotones decrece proporcionalmente a $1/E^3(t)$ porque el volumen crece como $E^3(t)$ y la energía de cada fotón individual decrece como $1/E(t)$ debido al desplazamiento de la frecuencia hacia el rojo. La densidad de la radiación decrece por lo tanto en proporción a $1/E^4(t)$ es decir:

$$E_r(t) = \frac{d(f_r)}{f_r} \quad (1)$$

La densidad equivalente es por lo tanto $\rho_r(t) = \frac{E_r(t)}{c}$ y decrece por consiguiente también como $1/E^4(t)$.

La densidad de la materia $\rho_m(t)$ decrece proporcionalmente a $1/E^3(t)$. Si retrocedemos en el tiempo llegamos a un momento t_E para el cual las densidades de la materia y de la radiación debían haber sido iguales, es decir

$$\rho_m(t_E) = \frac{\rho(t_0) E^3(t_0)}{E^3(t_E)} = \rho_r(t_E) = \frac{\rho_r(t_0) E^4(t_0)}{E^4(t_E)}$$

de donde

$$\frac{E(t_0)}{E(t_E)} = \left(\frac{\rho_r(t_0)}{\rho_r(t_E)} \right)^{1/4} \quad (2)$$

Para todos los tiempos anteriores a t_E , ρ_r era mayor que ρ_m y el período $0 < t < t_E$ se conoce en la historia del universo con el nombre de "era de la radiación". Esta época se conoce también bajo los nombres de "Átomo Primitivo", "Sola de fuego Primitivo" o "YLEM" (3)

(1) YLEM: Del griego hyle que significa "lo que aún no se le ha impuesto forma".

Existe buena razón, como lo veremos luego, para suponer que la radiación y la materia estaban, en esa era, en equilibrio térmico a la temperatura $T(t)$ por lo que la radiación debía de haber tenido una distribución de cuerpo negro

Al expandirse el universo, la energía promedio de cada fotón decreció proporcionalmente a $1/E(t)$ de manera que la temperatura, que es proporcional a esta energía promedio debió decrecer también proporcionalmente a $1/E(t)$. Pasado el tiempo t_E , el universo entró en la era dominada por la materia: la radiación y la materia dejaron de estar en equilibrio térmico. Si la radiación conservó el carácter de cuerpo negro después del tiempo t_E , entonces $T_r(t)$ debe continuar proporcional a $1/E(t)$ de manera que si T_r es la temperatura presente de la radiación en tones

$$T_r \sim \frac{1}{E(t)} = T_r(t_E) \frac{E(t_E)}{E(t)}$$

Vamos a probar ahora que la radiación conserva su carácter de cuerpo negro.

La fórmula de distribución de Planck de la energía total de la radiación de cuerpo negro, por unidad de volumen en un intervalo estrecho de longitudes de onda en

entre λ y $\lambda + d\lambda$ viene dada por

$$d\rho_{\lambda} = d\rho = \frac{8\pi h^{-1} \nu^2 d\nu}{c^3} \cdot \frac{d\lambda}{[e^{(hc/\lambda kT)} - 1]} \quad (8.4)$$

donde T es la temperatura absoluta; K es la constante de Boltzmann cuyo valor es igual a 1.38×10^{-16} erg/°K; C es la velocidad de la luz; $e = 2.718...$; y h es la constante de Planck cuyo valor es 6.626×10^{-27} erg seg.

Para valores grandes de la longitud de onda λ , el denominador de la fórmula de Planck se puede aproximar a

$$e^{(hc/\lambda kT)} - 1 \approx \left(\frac{hc}{\lambda kT} \right) \quad (8.5)$$

por lo que

en este rango de longitudes de onda la fórmula 8.4 se hace igual a $d\rho_{\lambda} =$

$$d\rho_{\lambda} = \frac{8\pi kT}{\lambda^4} e^{-hc/\lambda kT} d\lambda \quad (8.6)$$

que no es otra cosa que la fórmula de Rayleigh-Jeans. Si esta fórmula tuvieramos, tendríamos

bien cierta para valores pequeños de A , du_{ν} sería infinito para $\nu \rightarrow 0$ y la energía total de densidad, en la radiación de cuerpo negro, sería infinita.

Afortunadamente la fórmula de Planck alcanza un máximo para una longitud de onda igual a

y cae abruptamente para longitudes de onda decrecientes. La energía total de densidad, en la radiación de cuerpo negro, viene dada por la integral

$$E \sim \int_0^\infty \frac{8\pi^5 k^4 T^4}{15} d\nu \quad \text{donde } \nu = c/\lambda$$

8.7

$$u = \frac{4\sigma}{3} T^4$$

Esta es la ley de Stefan-Boltzmann.

Se puede interpretar fácilmente la distribución de Planck en función de los cuanta de luz o fotones. Cada fotón tiene una energía dada por la fórmula

$$E = h\nu \quad \text{8.8}$$

El número dN de fotones por unidad de volumen, en la radiación de cuerpo negro, en un intervalo estrecho de longitudes de onda entre λ y $\lambda + d\lambda$ es

$$dN = \frac{8\pi}{c^3} \frac{\nu^2}{e^{h\nu/kT} - 1} d\nu \quad \text{8.9}$$

$$N = \int_0^\infty dN \quad \text{El número total de fotones, por unidad de volumen, es}$$

$$\text{entonces } N = \frac{16\pi^5}{15} \left(\frac{kT}{hc} \right)^3 \quad \text{it, lo}$$

y la energía promedio por fotón es $\bar{E} = \frac{E}{N} \approx 3.11 kT$

$$E_{Peor} \leq \frac{E_{Die}}{N} - N^{3.43} \cdot 0^{-K}$$

Veamos ahora el comportamiento de la radiación de cuerpo negro en un universo en expansión.

Supongamos que el tamaño del universo es directamente proporcional a un factor E . La longitud de onda varía entonces proporcionalmente al tamaño del universo por lo que su nuevo valor sería $\lambda' = E \lambda$

Después de la expansión, la densidad de la energía u , en el nuevo instante vale de longitudes de onda entre λ' y $\lambda' + d\lambda'$ es menor que la densidad de la energía u en el rango viejo entre λ y $\lambda + d\lambda$, por las razones que se dan a continuación.

1°) Puesto que el volumen del universo ha sido incrementado por un factor E^3 y puesto que no se han creado o destruido fotones, el número de estos, por unidad de volumen ha decrecido proporcionalmente a $1/E^3$.

2°) La energía de cada fotón es inversamente proporcional a su longitud de onda por lo que esta decrece directamente con $1/E$. La densidad de energía decrece por lo tanto con $1/E^4$ como se vio previamente y el valor de u es ahora igual a

$$u' = \frac{1}{E^4} u = \frac{1}{E^4} \int_0^\infty \frac{8\pi \nu^3}{c^3} \frac{h\nu}{e^{h\nu/kT}} d\nu = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} T^4$$

Si escribimos u en función de la nueva longitud de onda λ entonces el valor de u viene dado por

$$u = \frac{8\pi^5 k^4}{15 c^3 h^3} T^4$$

Esta es exactamente igual a 8.4 en función de T excepto que T ha sido reemplazada por una nueva temperatura $T' = T/E$

De lo anterior se concluye que una radiación de cuerpo negro que se expande libremente, permanece descrita por la fórmula de Planck con una temperatura que varía inversamente proporcional al factor de escala de la expansión.

La radiación conservadora consiguiendo su distribución de cuerpo negro aún cuando está en equilibrio con la materia: se expande adiabáticamente con el universo y se enfria de acuerdo a la ecuación 8.3

Estas consideraciones teóricas sugieren lo siguiente: si el universo tuvo un origen big-bang con una primera fase de temperaturas muy altas, entonces debe haber contenido y aún contener radiación de cuerpo negro.

Las evidencias actuales nos permiten afirmar que el universo sí contiene esa radiación.

En el primer cálculo detallado de la nucleosíntesis, Alpher, Bethe y Gamow es

timaron la temperatura del universo, 200 segundos después del big-bang, en 10^9K .

Partiendo de esos datos Alpher y Herman estimaron la temperatura presente de la radiación antecedente de cuerpo negro en -5°e .

Una temperatura tan baja implica que el máximo en el espectro de distribución de la radiación (ley de Planck) debe tener una longitud de onda en el rango de los milímetros.

Ese tipo de radiación fué descubierta por Penzias y Wilson en el año de 1965.

La detección de la radiación antecedente de microonda por Penzias y Wilson es considerado como el descubrimiento más importante desde que Hubble estableció su ley de la expansión del universo. Hay quienes consideran a este descubrimiento como el más importante de la ciencia.

La radiación antes mencionada, descubierta por accidente por Penzias y Wilson fué identificada como la radiación cósmica del big-bang por Dicke, Peebles, Rol y Wilkinson. Las primeras mediciones se realizaron en longitudes de onda de varios cms. y dieron como temperatura de radiación $= 3^\circ \text{K}$. Desde entonces para acá se han realizado mediciones para diferentes longitudes de onda.

Los datos obtenidos encajan perfectamente en la curva de distribución de Planck, del cuerpo negro con temperatura de $T = 2.7^\circ \text{K}$

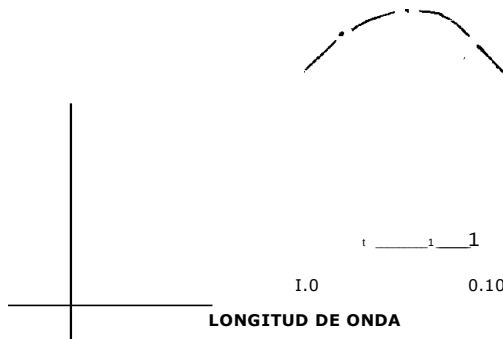


FIG. 8.2.- ESPECTRO ENERGETICO DE LA RADIACION DE MICROONDA COSMICA

La existencia de la radiación de cuerpo negro con la temperatura predicha le da soporte de primera categoría a la teoría del big-bang.

En la teoría del estado estacionario no se espera radiación térmica alguna.

Tampoco es muy probable que fuentes discretas distribuidas quizás en la misma forma que las galaxias, pueda darnos radiación demicroonda con una isotropía casi perfecta.

El descubrimiento de esta radiación sugiere la posibilidad de medir la velocidad de la tierra en relación al fluido cósmico.

LA EVOLUCION DEL UNIVERSO

Radiación y Materia.

Actualmente el universo está dominado por la materia, lo que significa que la contribución principal a la densidad de energía se debe a las partículas masivas y la contribución de la radiación de cuerpo negro es despreciable. Sin embargo en el comienzo el panorama era diferente ya que

A medida que el universo evolucionaba la densidad de la radiación disminuía y aumentaba la densidad de la materia.

La transición de la era de la radiación a la era de la materia ocurre cuando $t \approx 67,7$ es decir cuando

$$\frac{\rho_r(t)}{\rho_m(t)} = \frac{a^{-4}}{a^{-3}} = a^{-1} \sim \frac{1}{z} \quad (9.1)$$

La actual densidad de radiación que corresponde a $T_{re} = 2.7^\circ\text{C}$, es $\rho_r = \frac{\pi^2}{15} (kT)^4$. Si usamos como densidad de la materia la estimada

para las galaxias obtenemos

$$\rho_m = 3 \times 10^{-27} \text{ kg m}^{-3}$$

Si sustituimos estos valores en 9.1 obtenemos

$$z \approx 1100 \quad (9.2)$$

Es de hacer notar que se ha usado para ρ_m la estimación más baja. De existir más materia el valor de la relación anterior aumentaría.

Usando 8.3 y 9.2 se puede calcular la temperatura de transición T_{tr} por medio

de la ecuación

$$T_e(t_e) \approx 10^4 \text{ K}$$

$$2.1 \cdot 10^{-6} \text{ m} \approx 18 \text{ cm}$$

a

De existir más masa el valor de la temperatura aumentaría.

Ahora bien, el valor de 1.800°K es del mismo orden de magnitud que 4.000°K -y esta es la temperatura, calculada, que requiere el hidrógeno diluido para su estado de ionización.

Este resultado también nos indica que el período de transición $t = t_e$ entre las eras de la radiación y la materia fué una era de recombinación durante la cual el plasma de electrones libres y protones se condensó en hidrógeno neutro.

El plasma es mucho más opaco a la radiación que el hidrógeno neutro por lo que antes de t_e la interacción entre la materia y la radiación fué mucho más intensa de lo que es hoy.

Esta es la base que nos permite afirmar que la radiación estuvo alguna vez en el remoto pasado, en equilibrio con la materia y de esa manera adquirió una distribución de cuerpo negro.

La dinámica cósmica relativista aplicada a la era de la radiación se hace particularmente simple.

En el comienzo, cuando t tenía un valor pequeño, $E(t)$ era pequeño y $C(t)$ muy grande por lo que los términos del índice de curvatura y de la constante cósmica eran despreciables.

Por esta razón el universo primitivo o joven, basado en todos los modelos big-bang, se rige por la ecuación

$$\dot{E}(t) = 8\pi G \sigma(t) E^2(t) \quad (8.3)$$

Esta es una ecuación relativista por lo que $\sigma(t)$ debe interpretarse como la densidad total de la materia y radiación.

Ahora bien

$$1 - r \frac{E}{t} = \frac{E}{t} \quad \text{por} \quad E \sim t^2 \quad \text{por} \quad E(t) = 4\pi \sigma(t) \quad (8.4)$$

- de donde

$$c^2 = \frac{1}{2} \dot{E}(t) \quad (8.5) \quad q, s$$

$$\text{De 8.3 se obtiene } E(t) = \frac{r}{1 - r} E_i(t)$$

Y

$$T(t) = E(t) - \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

Sustituyendo 9.5 y los **resultados de 8.3** en 9.4 se obtiene

$$E(t) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

de donde

$$F(t) = Q, GA, T$$

$$E(t) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

$$\frac{E(t)}{E(t)} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

de donde se obtiene:

6

$$T(t) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

$$dt = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

Integrando esta última ecuación tenemos

$$J T^{3/4} r = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

de donde

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right) = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{r} \frac{d}{dt} T(t) \right)$$

Sustituyendo 9.7 en 9.5 obtenemos para la densidad de la radiación

$$T(t) = \frac{3}{4\pi^2} \frac{Fr^3}{G} \cdot t^{-1}$$

Las fórmulas 9.7 y 9.9 describen la historia térmica del universo al comienzo, es decir, en la era de la radiación. Las mismas no contienen constantes ajustables por lo que se pueden aplicar para valores cualesquiera de t y r .

Sustituyendo 9.7 en los resultados de 8.3 se obtiene

$$E(t) = E(t_0) T e^{(3/2) \ln(t/t_0)} = E(t_0) \left(\frac{t}{t_0}\right)^{-3/2}$$

No es estrictamente correcto aplicar estas fórmulas a la era de transición cuando $t = t_t$ porque para ese tiempo el contenido de materia del universo ya no era despreciable y los términos que envuelven a ρ y ρ_m pueden ser significantes.

Puesto que nuestro interés actual es sólo de órdenes de magnitud y no de resultados muy precisos, podemos por lo tanto resolver 9.7 y usar el valor de 9.3 con lo cual se obtiene

$$t_t = 1 / \sqrt{32\pi^2} \cdot \frac{3,6}{a} \cdot \frac{1}{\rho_m(t)} \quad \text{y} \quad \rho_m(t) \sim t^{-3/2}$$

Si tomamos como valor para la edad del universo $t = 2 \times 10^{10}$ años, la era de la radiación representa entonces una diezmilésima de la edad total y siendo posiblemente este valor una sobre estimación.

Por lo que acabamos de ver, se puede suponer que para el tiempo anterior a $t_t = 2 \times 10^{10}$ años, el universo estaba dominado por la radiación y la poca materia estaba gobernada por los fotones del átomo primitivo.

Si se hace una razonable hipótesis consistente en suponer que sólo estaban presentes partículas elementales, en el universo primitivo, poco después del bigbang, se deduce entonces que los núcleos, átomos, etc. que existen ahora en el universo deben haberse formado posteriormente a t_t .

Hemos visto anteriormente que la temperatura T_r cayó por debajo de 4.000°K cerca de t_t permitiendo a los electrones y protones combinarse en hidrógeno. Se supone que la formación de los núcleos pudo haber comenzado antes.
Breve Descripción de la Nucleosíntesis.

A edades muy tempranas la temperatura del universo era lo suficientemente alta para permitir la creación de los pares electrón-positrón. La temperatura requerida para este proceso viene dada por la ecuación $kT = m_e c^2$ de donde $T = 6 \times 10^9 \text{ }^\circ\text{K}$. Esta temperatura ocurre para el tiempo

$$t = \frac{31}{4\pi^2} \frac{Gr A}{C} \cdot \frac{1}{t} \cdot \frac{10}{J} \quad \text{y} \quad \frac{1}{t} \sim \frac{1}{4 \times 10^{10} \text{ s}}$$

Para temperaturas mayores, los electrones, positrones y neutrones forman un gas relativista de leptones. Este gas tiene propiedades que son muy similares al gas de fotones, que constituye la radiación de cuerpo negro.

La densidad de energía del gas es proporcional a la cuarta potencia de la temperatura absoluta pero como hay más clases de leptones que de fotones, la constante de proporcionalidad era algo mayor por lo que en los primeros momentos de su origen el universo estaba dominado por los leptones.

La ecuación dinámica del universo, cuando este estaba dominado por los leptones, es esencialmente la misma que cuando estaba dominada por la radiación y que sólo algunas constantes de proporcionalidad varían muy ligeramente no tomándose en cuenta dicha variación. Usando las ecuaciones

$$\rho = 2.3 \left(\frac{\rho}{T^4} \right) T^4$$

encontramos que para un tiempo $t = 10^{-4}$ seg, la temperatura del universo era aprox. igual a $1.5 \times 10^{12} \text{K}$, que es suficiente para permitir la creación de muones y piones por fluctuaciones térmicas.

Para un tiempo ligeramente anterior al dado ($t = 10^{-4}$ seg) el universo es tuvo dominado por los baryons ya que era posible aun la creación de protones, neutrones y otros baryons y antibaryons.

De los estudios de la nucleosíntesis se pueden distinguir cuatro eras en la cronología del universo y que son:

1') Era de los Hadrones.

a) Tiempo: $t > 10^{-4} < 10^{-2}$ seg.

b) Temperatura: $10^{12} > T > 10^{10}$ °K

Durante este breve período de tiempo el universo recién nacido contenida par tículas y antipartículas de todas las clases conocidas y desconocidas. El número de baryons y antibaryons era aproximadamente igual, existiendo un pequeño exceso de baryons. Al bajar la temperatura hacia los 10^{10}K los baryons y antibaryons se aniquilaron dejando solamente el pequeño exceso de baryons existentes que es el que se ha detectado en la actualidad.

2') Era de los Leptones.

a) Tiempo: $t > 10^{-11} < 10^{-6}$ seg.

b) Temperatura: $10^{12} > T > 10^{10}$ °K

En ese corto período sólo una muy pequeña cantidad de partículas sobrevivió.

Las partículas que sobrevivieron son los fotones, electrones, neutrones y las correspondientes antipartículas así. como algunas meones γ piones γ un residuo de protones y neutrones.

3°) Era de la Radiación.

a) Tiempo: $10^{-10} < t < 10^{-3} \text{ seg}$

b) Temperatura: $10^{12} > T > 10^4$

Durante esta era y a una temperatura de aprox. 10^{12} K los neutrones se funden con los protones para formar núcleos de helio. Esto ocurre cuando el universo tiene aproximadamente 200 segundos y el resultado es una abundancia de helio de aproximadamente 27% siendo el resto hidrógeno. Un conjunto de evidencias obtenidas de observaciones indican que la abundancia cósmica actual es de aproximadamente 25% para el helio. Estos resultados representan un enorme triunfo. para la teoría del big-bang.

4°) Era de la Materia.

a) Tiempo: $> 10^{-3} \text{ s ca.}$

b) Temperatura: $\sim 10^9$ a 10^3 K

Esta era comienza cuando la densidad de la radiación cae por debajo de la densidad de la materia. La fecha exacta del comienzo de esa era depende de la densidad de masa presente actualmente en el universo y como esa magnitud es incierta también lo es por consiguiente la fecha.

Al comienzo de esa era los electrones se combinaron con los protones y forman átomos neutros de hidrógeno y helio.

Esto sucedió cuando la temperatura bajó a más o menos 3.000 K .

Una vez que la materia se hace neutra la interacción entre materia y radiación se reduce drásticamente habiendo insuficiente intercambio de energía para mantener el equilibrio térmico. La materia y la radiación se expanden y enfrian separadamente, cada cual con su propia temperatura.

Mientras que la materia y la radiación permanecen acopladas cualquier pequeña irregularidad en la distribución de la materia se, elimina por la presión de la radiación.

Una vez que se desacoplan y cada uno actúa independientemente, cualquier pequeño exceso de masa tiende a crecer por atracción gravitacional.

Estos procesos de condensación dieron comienzo a la formación de galaxias para $t = 10^{16} \text{ seg.}$ y dentro de las galaxias a la formación de estrellas. para $t = 10^{17} \text{ seg.}$ después del big-bang.

En los procesos descritos anteriormente sólo hemos visto la formación de hi drógeno y helio.

i Cuándo y cómo se formaron los elementos más pesados ?.

Es difícil de ver como la fusión, en el átomo primitivo, pudo haber producido una cantidad considerable de núcleos más pesados que el helio porque no exis .ten núcleos intermedios estables con pesos atómicos de 5 y 8.

Se tiene por consiguiente la creencia de que la pequeña abundancia actual de elementos más pesados se originaron mucho más tarde que el helio como resultado de la fusión del hidrógeno en las estrellas.. Estos procesos producen por supuesto también helio pero en cantidades muy pequeñas en comparación con el helio pri mitivo.

El Comienzo.

Vamos a considerar ahora brevemente lo que sucedió cuando $t = 0$.

Las ecuaciones relativistas

$$F_i(t) = \frac{1}{4\pi R^2} \quad y \quad L(f) = E(t) Tr. (3Z \text{ Ir} \& A, /3C')^w \sim$$

nos indican que el universo comenzó con una singularidad de densidad $\rho \rightarrow \infty$ infinita y factor de escala cósmica $E(t)$ igual a cero.

La naturaleza de esa singularidad varía según que el universo sea plano, ce rrado o abierto, es decir, según que

$$K_1 = \frac{0}{t+1}$$

Si $K = +1$ el modelo matemático nos indica que existe una cantidad finita de materia y radiación comprimida en un volumen propio igual a cero. Este, punto o singularidad incluye sin embargo todo el espacio del universo: no hay na da fuera de él.

Si $K = -1$ la cantidad total de materia y radiación del universo es infinita tal como lo es el volumen propio y la singularidad está en todas partes.

Ahora bien, la singularidad inicial es una consecuencia de las ecuaciones de la relatividad general la cual puede fallar bajo condiciones de muy alta densidad y presión como le puede suceder a muchas leyes físicas.

Lo más probable es que bajo esas condiciones extremas de alta densidad y tem peratura ocurren efectos cuánticos regidos por el principio de incertidumbre.

vamos a calcular ahora el tiempo t_i para el cual estos efectos cuánticos van a ocurrir.

La expansión del universo es descrita por la constante variable) de Hubble cuyo valor para la era de la radiación viene dado por

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (1)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (2)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (3)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (4)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (5)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (6)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (7)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (8)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (9)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (10)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (11)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (12)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (13)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (14)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (15)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (16)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (17)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (18)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (19)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (20)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (21)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (22)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (23)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (24)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (25)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (26)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (27)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (28)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (29)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (30)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (31)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (32)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (33)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (34)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (35)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (36)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (37)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (38)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (39)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (40)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (41)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (42)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (43)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (44)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (45)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (46)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (47)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (48)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (49)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (50)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (51)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (52)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (53)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (54)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (55)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (56)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (57)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (58)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (59)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (60)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (61)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (62)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (63)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (64)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (65)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (66)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (67)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (68)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (69)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (70)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (71)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (72)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (73)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (74)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (75)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (76)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (77)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (78)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (79)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (80)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (81)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (82)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (83)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (84)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (85)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (86)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (87)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (88)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (89)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (90)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (91)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (92)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (93)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (94)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (95)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (96)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (97)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (98)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (99)$$

$$H(t) = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{8\pi G}{3}} \frac{1}{a(t)} \quad (100)$$

Este cuociente no puede exceder al valor de la oscilación c.% de la-función de

$$h \omega = \text{ENERGIA} = k T_r ; \quad \omega = \frac{k T_r}{h}$$

$$\omega = \frac{k}{h} \left(\frac{3c^2}{32\pi G a} \right)^{1/4} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$$

onda de las partículas elementales para el tiempo .t, . El valor de o) se. obtiene de la ecuación cuántica

La relatividad general, no es aplicable para CJ < H(t) es decir cuando

$$A \sim y^{F-(t)^* T_r (\&) } c E o \sim , , , ,$$

$$\frac{(32/7'6)}{vS} \quad (o) \quad S'c$$

Este tiempo se conoce con el nombre de tiempo de Planck. La temperatura para ese tiempo fué de

$$m(E_t) \blacksquare - 5 , e-$$

Si los argumentos anteriores son correctos el universo comenzó su expansión

desde un radio de

$$(f \equiv L(E_{\gamma}) \dots \dots L(\gamma)$$

$$/e-s/.,-í-, = G.p Fav a.$$

En estas últimas ecuaciones se han extrapolado las leyes de la física hasta su máxima expresión lo cual nos ha colocado casi en el umbral de la ciencia fic c ión.

lo

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA FORMACION DE LAS GALAXIAS

Vimos en el capítulo anterior que pasado el tiempo de transición, la mate ria empezó a predominar sobre la radiación.

En el universo primitivo existieron inhomogeneidades o irregularidades de den sidad que se, desarrollaron debido básicamente a los tres procesos físicossiguientes:

- a) Gravitación.
- b) Presión del. fluido cósmico.
- c) Viscosidad entre fotones.

La gravitación es una fuente de inestabilidad que causa que una inhomogéneidad tienda a contraerse y hacerse más densa.

La presión del fluido cósmico es fuente de oscilaciones que hacen que la inhomogeneidad se comporte en forma parecida a una onda sonora y la viscosidad entre fotones es una fuente de amortiguamiento.

Las fluctuaciones que sobreviven al desacoplamiento quedan sujetas a la inestabilidad gravitacional si su tamaño sobrepasa a cierta magnitud.

El criterio de la inestabilidad gravitacional, formulado por Sir James Jeans en 1902, dice que las fluctuaciones mayores a una longitud crítica, denominada hoy en día longitud de Jeans, serán inestables hasta alcanzar una magnitud determinada.

Para examinar el criterio de Jeans consideremos un medio de masa M y densidad ρ así como una velocidad de sonido c y una fluctuación de diámetro R .

Si M excede a cierta masa crítica, denominada masa de Jeans (M_J), la inhomogeneidad será inestable y se contraerá debido a que las fuerzas elásticas originadas por la presión del fluido son más débiles que la autogravitación de la ma sa. En cambio si M es menor que M_J las fuerzas elásticas son suficientes para re sistir la autogravitación y la inhomogeneidad oscilará.

M_J depende, sin. lugar a dudas, de las características del fluido como la densidad, la temperatura y la naturaleza del mismo ya sea ésta materia o radiación.

Vamos a calcular ahora R , y M_3 en función del tiempo.

La energía potencial de un conjunto de materia de masa M y radio r tiene un potencial gravitatorio dado por la ecuación $E.P. = - \frac{GM^2}{2r}$. La energía interna por unidad de volumen es proporcional a la presión // ab manera que la energía interna total viene dada aproximadamente por $E_i = \frac{3}{2} p V$. Para la condición de equilibrio se tiene que $G \frac{M^2}{r^2} = \frac{3}{2} p r^3$

Puesto que $\frac{dM}{dt} = \dot{M}$ y $\frac{dr}{dt} = \dot{r}$

entonces

$$\frac{4\pi r^2 \dot{M}}{r} = \frac{3}{2} \frac{G M^2}{r^2} \dot{r}$$

de donde $\dot{r} = \frac{2}{3} \frac{r^2}{G M} \frac{dM}{dt}$ $\dot{r} = \frac{2}{3} \frac{r^2}{G M} \frac{dM}{dt}$

$$JcANj = + / YG -$$

Puesto que $\frac{1}{r} \frac{dr}{dt} = \frac{1}{r} \frac{d}{dt} \ln r$ $J, ; r, Cre$

$$M_{JEANS} = \frac{4}{3} \pi r^3 \rho = \frac{4}{3} \pi \left(\frac{2}{3} \frac{r^2}{G M} \frac{dM}{dt} \right)^3 \rho$$

de donde ρ es la densidad de la materia.

Para calcular M_j es necesario conocer r_s .

Si p es la presión del gas que depende de $G r$, y T entonces CJ''_{-v}

$$/r.$$

ya que $\dot{r} = tr'C$.

Vamos a calcular M_D para las eras de la radiación y de la materia.

En la era dominada por la radiación ($i < .L$), la densidad de la materia es despreciable por lo que $Q = \frac{r}{u^4} - \frac{r}{u^4}$. La ecuación de la presión de radiación

ción es $\rho \sim \frac{1}{t^2}$ y $C < 1$ por lo que $t \cdot r = c$ y la masa de Jeans viene dada por

$$J = \frac{4\pi R^3 \rho}{3} = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{c}{t} \right)^3 t^3 = \frac{4\pi c^3}{3} t^0$$

La densidad de la radiación viene dada por

$$\rho_r = \frac{4\sigma}{3c} (T_r)^4 = \frac{4\sigma}{3c} \left(\frac{c}{t} \right)^4 t^4 = \frac{4\sigma}{3} \frac{1}{t}$$

$$r_{(EF)} = \frac{Q - T_r(f_i)}{T_i - T_f}$$

10.3

(t)

c -de manera que

$$\frac{c}{t} = \frac{c}{t} \left(\frac{t}{t} \right)$$

$$M_J = 6.4 \times 10^3 \text{ (fl)}$$

Mientras que el universo se expande y la radiación se enfria, M , crece pro porcionalmente a T ; y su valor máximo al final de la era de la radiación es

$$r_{tt} = 1, 1 - \frac{Gv}{G^3} \quad G \bullet 0''e \quad J_{tiv}''rl$$

$$Q_{i..} T_{te.} (Ee) \quad O$$

donde se ha tomado para $\hat{r}(C, f_f), 2.000^\circ K$.

Este valor de M_J excede demasiado a las galaxias de masa conocida por lo que una inhomogeneidad de tamaño galáctico (protogalaxia), después de su fase de con tracción inestable, gasta la mayor parte del tiempo de la era de la radiación, os cilando acústicamente.

¹ Esta ecuación se puede justificar de la manera siguiente: Un tercio de la radiación se mueve en una dirección particular con velocidad C de manera que la presión, que es el momentum transferido en una unidad de tiempo, por unidad de área, es igual a la masa que crusa a la unidad de área multiplicada por C , es de $\frac{1}{3} \rho C$. $C =$

En la era dominada por la materia cuando $t > t_i$, la densidad de la radiación es despreciable y $C_{ti} = C_{r,i} > 0$. Para esa era podemos tratar a la materia como un gas de hidrógeno monoatómico con calor específico $e = 5/2$ y presión = $\frac{1}{3} \rho c^2$ donde ρ es la masa del hidrógeno y T es la temperatura de la materia que no es la misma que T_r

La velocidad del sonido es por lo tanto igual a

$$c_s = \sqrt{\frac{c^2}{3}}$$

donde

$$\rho = \frac{3}{8\pi G} \left(\frac{H_0}{c} \right)^3 \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-3/2}$$

/o.c

Es conveniente expresar T_r , ρ y p en función de la temperatura de T_r .

La expansión de la materia es adiabática de manera que ($V =$ Volumen) de donde

$$\frac{1}{T} \frac{dT}{dt} = - \frac{1}{3} \frac{1}{t}$$

Ya que $T_r = T_{m,i}$ para $t = t_i$ entonces $T_r = T_{m,i} \left(\frac{t}{t_i} \right)^{1/3}$

Sabemos que

$$\rho = \frac{3}{8\pi G} \left(\frac{H_0}{c} \right)^3 \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-3/2}$$

de manera que

$$p = \frac{1}{3} \rho c^2 = \frac{1}{3} \left(\frac{3}{8\pi G} \right) \left(\frac{H_0}{c} \right)^3 \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-3/2} c^2$$

$T_r/t \sim J$ y finalmente M , se

convierte en

$$M = \frac{4\pi}{3} \rho R^3 = \frac{4\pi}{3} \left(\frac{3}{8\pi G} \right) \left(\frac{H_0}{c} \right)^3 \left(\frac{t}{t_i} \right)^{-3/2} R^3$$

Mientras que el universo, en la era de la materia, se expande y enfria M_v de

crece proporcionalmente a $t^{3/2}$ y su valor máximo al comienzo de la era de la materia es

$$\rho / \rho_0 = \left(\frac{t}{t_0} \right)^{-3/2} = 3 \cdot 10^{-5} \text{ al } t_0$$

La densidad presente $\rho(t_0) = 10^{-3} \text{ g/cm}^3$ y la densidad pre

$$3 \times 10^{-28} \text{ kg/m}^3$$

Este valor de M_p es mucho menor que la masa de una galaxia típica de manera que las protogalaxias que sobreviven hasta t_0 se contraen libremente después.

Queda por considerar el amortiguamiento debido a la viscosidad de los fotones en la era de la radiación.

El acoplamiento entre materia y radiación antes del tiempo t_0 se mantiene de bido a las colisiones entre fotones y electrones.

En presencia de una inhomogeneidad, el equilibrio establecido por estas "dispersiones de Compton" se debilita y la radiación penetra una porción de la materia de dimensión lineal D en el tiempo aproximado que le toma al fotón recorrer aprox. $5D$ (recorrido del fotón en el proceso de difusión).

Cuando el universo tiene una edad $t < t_0$ todas las inhomogeneidades de la... materia menores que $D(t)$, donde esta distancia $D(t)$ es un quinto de la distancia de difusión de un fotón en el tiempo t , habrán sido amortiguadas.

Puesto que la difusión es un proceso de caminata al azar la distancia de difusión será igual a $L \cdot \sqrt{N}$ donde L es el promedio de las trayectorias libres del

fotón entre colisiones y N el número total de colisiones. Los fotones se desplazan con velocidad c de manera que

$$D(t) = \sqrt{L \lambda_N} = \sqrt{L \cdot \frac{c}{\nu} \cdot \frac{1}{N}} = \sqrt{L \cdot \frac{c}{\nu} \cdot \frac{1}{N}}$$

De la teoría cinética de los gases se tiene que $\rho = n m_e$ donde n es la densidad numérica de dispersión, en el tiempo t , y p es la sección de dispersión cuyo valor es

$$\sigma = \frac{8\pi}{3} r_e^2$$

La masa $M_p(t)$ de la menor inhomogeneidad que puede sobrevivir sin amortigua

rI s $\underline{c}$ $\underline{g}$ $\underline{L}^{(t)}$ $d(t)$ 13 Nii $\underline{\sim 4\ll}$ $\underline{c.1}$ $-10^{(0.22)}$
 $(E/$ d κ, n $Q-(fp, .$ $($ $.p$ $.$

$t1 (te) = \frac{\frac{v}{\cdot io'ptf..} \cdot \frac{f:}{\cdot io'ptf..} \cdot \frac{f:}{\cdot io'ptf..}}{\cdot io'ptf..} \cdot \frac{f:}{\cdot io'ptf..}$

12

188

Para explicar la forma de algunas galaxias lo único que hay que asumir es que la irregularidad original posee momento angular con respecto a algún eje. Lo más probable es que el de las Z.

Aunque la galaxia se contraiga, el momento angular se conserva porque no actúa sobre ella un momento externo que actúe sobre la misma.

Para que esta masa rotatoria se contraiga es necesario aplicar un trabajo sobre la misma. Para una mejor explicación consideremos una estrella de masa m en el borde de la galaxia, a una distancia r del eje y animada a una velocidad v . El momento angular y la energía cinética viene dados por

$$L = mrv \quad K = \frac{1}{2} m v^2$$

Durante la contracción r decrece y L permanece constante porque K crece. El momento angular actúa como fuerza repulsiva que resiste a la contracción. Este incremento de K requiere de un trabajo el cual es proporcionado por el potencial gravitatorio

$$C = \frac{GMm}{r}$$

donde M es la masa de la galaxia.

Ahora bien, la energía cinética crece proporcionalmente a r^{-1} y la energía gravitacional a r^{-1} de manera que se debe llegar a un radio r con el cual se alcance el equilibrio es decir para el cual la gravedad no pueda seguir disminuir a la contracción.

La magnitud de r se obtiene de la condición de que $K = C$ un valor extremo de manera que no exista fuerza radial.

La condición antes mencionada se puede expresar matemáticamente de la manera siguiente:

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{GMm}{r} \quad \text{donde } v = \frac{L}{mr}$$

$$d\,r\,d.\text{---}\bullet\,r^{\cdot}$$

$$)\text{---}0$$

de donde

$$\frac{L^2}{2}$$

Si designamos con $L =$ _____

$$M \sim A^1 / r^1$$

_____ donde ρ es el

momento angular de toda la galaxia y N el número de estrellas de la misma entonces

$$\rho_0 = \frac{G M_0^2}{N^3}$$

es el radio de la galaxia que se condensó de las *fluctuaciones* de masa a r_0 y cuyo momento angular total es

De lo anteriormente expuesto se deduce que existe una barrera centrífuga perpendicular al eje de las Z la cual limita la contracción en ese sentido pero no existe barrera a lo largo del eje Z por lo que para esta dirección el colapso es completo. Esto nos indica que las galaxias que resultan de fluctuaciones y que poseen momento angular deben tener forma de disco y esto en realidad es lo que se observa.

La formación de las galaxias con brazos espirales aun no son bien entendida .

Al observarse las galaxias- espirales se deduce que las mismas deben estar asociadas con un movimiento en remolino.

Los movimientos en remolino son los constituyentes elementales de la turbulencia.

Los estudios matemáticos de estos problemas (turbulencia) presentan gran des dificultades.

Hay una rama de la turbulencia subsónica que ofrece resultados interesantes y la cual dice que los pequeños remolinos capturan energía y crecen a expensas de los remolinos grandes por lo que esta puede ser otra razón por la cual no hay galaxias mucho más grandes que $10^{11} M_{\odot}$.

11

ALGUNAS CONSIDERACIONES SOBRE LA FORMACION DE LAS ESTRELLAS

Durante la formación de las galaxias, cuando la nube de hidrógeno colapsa, se produce una fragmentación de la misma debido a las inhomogeneidades de densidad, continuándose esta fragmentación hasta que ocurre la formación de las estrellas. Esto se produce en la época en que los fragmentos gaseosos son opacos, ya que esta propiedad impide el escape de la radiación y por consiguiente el enfriamiento. Al contraerse los fragmentos, aumenta su temperatura dando lugar a que la presión interna balancee a la fuerza de gravedad con lo que se forma un cuerpo celeste que se llama protoestrella y donde se pueden usar nuevamente los criterios de Jeans.

La masa de Jeans nos da el tamaño mínimo de un fragmento que es autogravitatorio en cualquier etapa.

Pueden existir, evidentemente, fragmentos más grandes pero el tamaño menor para el cual la gravedad es importante viene dado por el criterio de Jeans.

Podemos estimar también la masa de Jeans para un fragmento cuando la opacidad se hace significativa.

La rata a la cual una partícula, a la temperatura T en ese fragmento, se enfría viene dada en promedio por

$$\frac{dE}{dt} = \frac{4\pi R^2 \sigma T^4}{4\pi R^2} = \sigma T^4$$

donde σ es la constante de Stefan-Boltzmann que determina el flujo de la radiación de cuerpo negro a una temperatura específica T .

Esta consideración se puede hacer debido a que en forma aproximada el fragmento puede tratarse como un cuerpo negro en lo que a radiación de energía se considera.

La radiación recorre dentro del fragmento una longitud aproximadamente igual a R ,

El tiempo de enfriamiento viene dado por

$$\tau = \frac{E}{dE/dt} = \frac{4\pi R^3 \rho \frac{3}{2} k T}{4\pi R^2 \sigma T^4} = \frac{3}{2} \frac{R \rho}{\sigma T^3}$$

// E

donde u es la densidad de partículas (número de partículas por unidad de volumen), k es la constante de Boltzmann $y = (3/2) k T$ es la energía promedio por partícula.

El factor numérico es solo aproximado para un gas de, hidrógeno atómico puro. Si el gas contiene elementos pesados y es además mayormente molecular, como frecuentemente ocurre, debe incluirse un pequeño factor de corrección.

Vamos ahora a igualar el tiempo de enfriamiento con el tiempo del colapso gravitacional, $t_{\text{ba}} \approx \left(\frac{Y}{\rho} \right)^{1/2}$

Si $\rho = \frac{M}{V}$, donde M es la masa promedio de la partícula (que es igual aproximadamente a 1.3 veces la masa del protón si permitimos la presencia de helio), obtenemos entonces

$$\left(\frac{6.7}{Z} \right) \approx \frac{1.4 \times 10^4 K}{Z} \left(\frac{Y}{\rho} \right)^{1/2}$$

$$\rho \approx 10^{-16} \text{ g cm}^{-3}$$

$$\rho \approx 10^{-16} \text{ g cm}^{-3}$$

La masa del fragmento viene dada entonces por

$$M \approx \left(\frac{6.7}{Z} \right) \left(\frac{Y}{\rho} \right)^{1/2} \approx 10^{-16} \text{ g cm}^{-3}$$

Si sustituimos la expresión anterior de M así como los valores apropiados de las diferentes constantes encontramos que la masa fragmentaria crítica es

igual a $\left(\frac{4}{Z} \right)$ masas solares. El factor $\left(\frac{1}{Z} \right)^{1/2}$ varía entre 0.001 y 0.01 para un rango de valores de T entre 10 y 10⁴ grados kelvin.

Las nubes galácticas se enfrían (en ausencia de cualquier fuente de calor) y se ajustan a temperaturas dentro de ese rango.

De hecho el valor de T es de unos 10⁴ K para una nube molecular fría.

Debido a que la expresión para M es bastante insensible a T hemos demostrado que el tamaño mínimo del fragmento es del orden de la estrella más pequeña con masa igual al 1% de la masa solar.

Procesos diferentes a los de la fragmentación, tales como el crecimiento de la masa y efectos de los campos magnéticos deben jugar un papel importante en la determinación de la masa de las estrellas observadas.

Puesto que el resultado de la masa mínima de fragmentación es comparable con la masa de los planetas gigantes o estrellas muy pequeñas indica la posibilidad de estar en el camino correcto al adoptar las hipótesis de la fragmentación.

Existe una gran **probabilidad** de que la mayoría de las masas, en el universo, sean de la forma de estrellas pequeñas. Las estrellas que observamos, que en su mayoría son más grandes que varias decenas de masas solares, pudieran haberse formado por combinaciones que envuelven a las protoestrellas y a los fragmentos de nubes gaseosas de los cuales se han formado.

Algunas ideas sobre el rango actual de las masas de estrellas puede inferirse de las observaciones relacionadas con la evolución de los fragmentos protoestelares hasta algunas de sus fases posteriores.

Una vez que estos fragmentos se hacen opacos el colapso lento continúa y la tasa de contracción queda determinada por el grado de opacidad del fragmento.

Para que la presión de radiación pueda retardar apreciablemente la contracción, es necesario que la masa de la protoestrella esté por debajo de cierto tamaño crítico el que a su vez depende de la opacidad del material.

Para materia ordinaria esta masa crítica es aproximadamente igual a 0.20 masas solares.

Las protoestrellas pequeñas deben haber pasado por apreciables y complejas combinaciones mientras que las más grandes se forman de manera mucho más fácil.

Estos resultados sugieren que 0.2 masas solares debe ser una masa estelar características.

La mayoría de las estrellas, en nuestra galaxia está entre 0.1 y 1 masa solar.

La menor opacidad de la materia primaria (en la cual los granos de polvo y elementos más pesados que el helio están ausentes) incrementa la magnitud de la masa crítica hasta 20 masas solares. Este resultado proporciona evidencia para el argumento de que la primera generación de estrellas, que se formó cuando no habían elementos pesados, debían ser predominantemente masivas. Esta hipótesis se hace necesaria para explicar la formación de los elementos pesados en los núcleos de las estrellas.

Estas primeras estrellas explotaron luego como supernovas esparciendo materiales enriquecidos, en el medio estelar. Nuevas generaciones de estrellas, menos masivas, pueden subsecuentemente condensarse del material enriquecido a través del enfriamiento y la fragmentación.

La Vida de las Estrellas en Función de la Magnitud de su Masa.

Las estrellas muy grandes a masivas tienen una alta luminosidad, quemando su combustible nuclear con gran rapidez por lo que tienen un lapso de vida muy corto. Las estrellas menos masivas irradian de una manera débil: usan el combustible nuclear a una tasa más lenta por lo que tienen una vida mucho más larga.

Para verificar las afirmaciones anteriores vamos a considerar una estrella de masa M , radio R y temperatura T y asumimos a la vez que la estrella es estática

ES decir que no colapsa ni explota. El equilibrio entre la presión interna y la fuerza de la gravedad se puede describir igualando la energía térmica con la gravitacional o sea que

$$\frac{K T}{\mu S} = \frac{G M}{R}$$

11.Y

La luminosidad de la estrella se puede expresar pór

$$L = 4 \pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

donde σT_{eff}^4 , es la cantidad de energía radiada por un cuerpo negro de radio R.

El factor κ , en el denominadoir, donde ρ es la densidad promedio, es la masa total de la materia en una columna de área unitaria a través dela estrella. Cuando mayor es la densidad de la columna menor será el flujo emergente.

Es importante señalar que la opacacidad modifica el escape de la radiación desde el centro de la estrella.

La luminosidad puede expresarse, en la superficie de la estrel-la, en función desu temperatura de superficie T_s , que es mucho más pequeña que la temperatura central T , por la expresión

$$L = 4 \pi R^2 \sigma T_s^4$$

La opacac4dad del material estelar es proporcional a su densidad y el flujo emergente es atenuado por un factor igual a la opacacidad total de una columna de materia que es aproximadamente proporcionala τ fi

Tenemos por consiguiente que

$$L = L_0 e^{-\tau}$$

$$\tau \gg 1$$

donde

$$\tau = \kappa \rho \Delta r$$

$$\Delta r$$

$$d'$$

La luminosidad de una estrella crece aproximadamente con la tercera potencia de su masa.

Una estrella de 10 masas solares es 1.000 veces más luminosas que el sol. Esta relación se puede escribir por medio de la ecuación

$$L = L_{\odot} \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^3$$

En esa evolución posterior el núcleo colapso o se comprime por gravedad a densidades y temperaturas mayores y núcleos mucho más compactos son fusionados. El final de la evolución de la estrella, como se dijo anteriormente, se produce con la fusión de ${}^4\text{He}$ a ${}^{12}\text{C}$. Después de haber pasado por las etapas previas descritas en el capítulo 1.

Cualquier colapso posterior absorbe en lugar de proporcionar energía.

Ya que la estrella pierde energía continuamente, por radiación, su presión interna se debilita permitiendo que el colapso gravitacional produzca densidades increíblemente altas.

El colapso posterior se detiene para estrellas cuya masa es menor a una masa crítica debido a que los átomos quedan muy cerca unos de otros dando origen a una nueva forma de presión. Esta presión, llamada degenerativa, puede ser comprendida en el contexto de la mecánica cuántica como una propiedad fundamental de la materia: dos electrones no pueden ocupar el mismo lugar en el espacio al mismo tiempo.

Se puede calcular la presión degenerativa usando el principio de incertidumbre de Heisenberg que dice que la velocidad y localización de un electrón no se pueden especificar simultáneamente. En forma matemática el principio se expresa por

$$\Delta p \Delta x \geq \frac{h}{2}$$

donde Δx es la incertidumbre en el momentum y Δx en la posición del electrón.

Podemos imaginarnos que los electrones se pueden acercar hasta alcanzar una separación de Δx entre ellos; la densidad electrónica es entonces igual a $(\Delta x)^{-3}$ y $\Delta x \approx \frac{h}{mv}$.

La presión ejercida por los electrones es igual a $\frac{1}{2} n m v^2$, donde n es la densidad de los electrones, m es la masa del electrón y v la velocidad. Ya que $\Delta x \approx \frac{h}{mv}$ entonces $v \approx \frac{h}{m \Delta x}$ y la incertidumbre de la velocidad.

De lo anterior se deduce que

$$P \approx \frac{1}{2} n \left(\frac{h}{m \Delta x} \right)^2$$

para la presión de un gas degenerado.

Esta presión es independiente de la temperatura del gas y del movimiento aleatorio de los electrones.

Para que una estrella esté en equilibrio estático es necesario que la presión y la gravedad sean iguales.

El combustible nuclear que dispone una estrella es simplemente proporcional a su masa de acuerdo a la fórmula relativista $E=mc^2$.

Cuando se produce la fusión del hidrógeno en helio solo el 0.7 % de la masa original, en reposo, queda convertida en energía.

Con lo visto anteriormente podemos ahora calcular el tiempo de vida de una estrella

Puesto que la energía nuclear total de una estrella la proporciona su núcleo, que constituye aproximadamente el 10 % de su masa, tenemos entonces que

$$E_{\text{nuclear}} = 0.1 M c^2 \sim 7 \cdot 10^{47} \text{ erg} \quad \text{--- } \frac{1}{G^2} \quad \text{--- } a \sim G$$

y el tiempo de fusión del hidrógeno (que se convierte en helio) es 14

$$\frac{E_{\text{nuclear}}}{L} \sim \frac{N \cdot 1 \cdot m_p c^2}{L}$$

Para la deducción de esta expresión se ha usado

$$L \sim 10^{37} \text{ erg/s} \quad \text{--- } 2 \cdot 10^{37} \quad \text{--- } \frac{1}{G^2} \quad \text{--- } a \sim G$$

Una estrella de 30 masas solares tiene una vida aproximada de 2 millones de años (2×10^6) de acuerdo a cálculos más elaborados. El sol, que solo ha estado quemando hidrógeno como combustible atómico por unos 4.500 millones de años, tiene una vida estimada en unos 10.000 millones de años (10^{10} años) : antes de gastar su combustible nuclear.

Una vez que el hidrógeno del núcleo es quemado, las fases sucesivas de la combustión nuclear del helio y elementos más pesados se realiza con extrema rapidez (desde el punto de vista cósmico) hasta que se sintetiza el hierro que es su última fase.

La estrella entonces termina su vida calladamente como una enana blanca o súbitamente en forma explosiva como una estrella de neutrones o en colapso gravitacional completo, como agujero negro.

La condición de que una estrella tenga un final tranquilo o sufra de una muerte violenta depende de que su masa sea menor o mayor a 319, Evolución Posterior de las Estrellas.

fin de entender el proceso de la existencia de la masa crítica para la estabilidad estelar debemos considerar la evolución posterior de la estrella.

Para una estrella de radio R se deduce que

$$\frac{(m m_p) \left(-\frac{6 r^2}{R^2} \right)}{R} = -\frac{?}{R} \quad 11.9$$

Se ha visto anteriormente que $\propto \Omega \propto t^{-3}$

por lo que $r \propto t^{-1/3}$

$$\frac{M}{\Omega} \propto \frac{r^3}{t} \propto \frac{r^3}{r^3} = 1$$

y esto nos indica que $\propto t^{-1/3}$,

Mientras más masiva sea una estrella mayor será su contracción. Esto sugiere la existencia de una masa límite si para el tiempo dado R se ha reducido a cero.

Es de hacer notar la existencia de otro efecto físico que obliga a modificar la expresión deducida para la presión electrónica.

Los electrones se comprimen de tal manera que sus movimientos aleatorios, en el espacio de incertidumbre, se aproximan a la velocidad de la luz. En este límite, la presión electrónica se convierte en

$$P_e = \frac{1}{3} n_e m_e c^2 \quad \text{donde } n_e = \frac{N_e}{V}$$

de manera que ahora

$$\propto \Omega \propto t^{-4/3}$$

En lugar de crecer con los $5/3$ de la potencia de la densidad, la presión de un gas degenerado relativista crece con los $4/3$ de la potencia el arcc-ento so bre el equilibrio debe modificarse con la nueva expresión de la presión.

En este caso se oeo.,ce que

$$r \propto t^{-1/2}$$

y

$$\frac{M}{\Omega} \propto \frac{r^3}{t} \propto \frac{r^3}{r^3} = 1 \quad \text{donde } r \propto t^{-1/2}$$

$$R^4 \quad \quad \quad \frac{1}{R^4}$$

Sorpresivamente el radio estelar P , se elimina de la expresión anterior dando un valor para la masa crítica de

$$M_{cr} = \left(\frac{h c}{G m_p} \right)^{3/2} m_p$$

Esta es la masa límite (conocida también como la masa de Chandrasekhar) de una enana blanca y es igual a $1.4 M_{\odot}$

Las estrellas menos masivas son soportadas por la presión degenerada no relativista.

Las estrellas más masivas no pueden ser soportadas por la presión electrónica degenerada por lo que deben continuar colapsando hasta que los mismos núcleos atómicos queden densamente apretados.

Aquí los protones y electrones se acercan tanto hasta convertirse en neutrones que se condensan. Aun la degeneración de los neutrones no puede contener o frenar al colapso de las estrellas muy masivas que en última instancia se convierten en agujeros negros.

La magnitud M_{cr} , en la expresión de la masa de Chandrasekhar es adimensional e igual a 10^{30} .

Debido a que sólo los valores de las constantes fundamentales (h, c, G y m_p) entran en la expresión de la masa de Chandrasekhar hace que ésta sea una unidad fundamental de la masa estelar.

La mayoría de las estrellas deben tener masas similares dentro de un factor de 10 de la masa solar.

Las estrellas menos masivas generan núcleos tan densos hasta convertirse en degenerativos y nunca se recalientan lo suficiente para encender el combustible atómico. Estrellas con masas mayores a $50 M_{\odot}$ desarrollan tanta presión de radiación que hace que las mismas exploten.

12

COLAPSO GRAVITACIONAL Y AGUJEROS NEGROS

Hemos visto anteriormente que una estrella normal, como nuestro sol, la fuerza de compresión gravitacional es equilibrada por la presión térmica del gas de hidrógeno, en su proceso de transformación atómica en helio, en el núcleo de la estrella. Esta presión sólo será suficiente para resistir la autogravitación si la temperatura tiene un valor mayor o un valor límite dado. La estrella puede por consiguiente permanecer, en equilibrio el tiempo que dure la reacción nuclear en su centro, reacción esta que genera la presión equilibrante y que a su vez compensa la energía que se pierde por la radiación en la superficie.

En una estrella que ha consumido su combustible nuclear, la presión térmica desaparecerá finalmente y la estrella colapsará bajo su propio peso. Este colapso puede ser brusco (implosión violenta) o gradual (contracción lenta). En cualquiera de los casos, sólo puede ser frenada o contenida cuando se produce un mecanismo alternativo que genera suficiente presión a una alta densidad.

En las enanas blancas y en las estrellas de electrones operan algunos mecanismos alternos, estudiados previamente.

En esas estrellas se hace dominante el punto cero de la presión mecánico-cuántica.

Para densidades equivalente al de las enanas blancas ($\sim 10^5 \text{ g/cm}^3$), los electrones están separados de sus núcleos y se mueven con bastante libertad a través de la estrella. Esta a su vez consiste en gases interpenetrantes de electrones y núcleos.

La presión llamada de punto cero, del gas electrónico, es la que produce la mayor contribución a la presión total y los núcleos contribuyen mayormente a la densidad de la masa.

La ecuación de estado, (presión en función de densidad) basada en los modelos estudiados previamente supone configuraciones de equilibrio siempre que la masa total esté por debajo de cierto límite superior.

Si la masa excede este límite superior, la presión electrónica no es suficiente para soportar al peso propio de la estrella o mejor dicho a su gravedad.

Hemos visto anteriormente que el valor límite de la masa, por encima del cual el punto cero de presión electrónica se hace insuficiente, se conoce con el nombre de límite de Chandrasekhar.

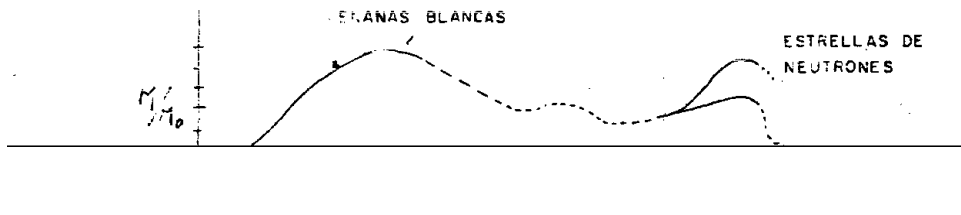


FIG. 12.1.- MASA TOTAL COMO FUNCION DE LA DENSIDAD PARA ESTRELLAS FRIAS

La ecuación de estado, basado en la presión electrónica de punto cero está sujeta a correcciones que bajan en algo al valor limitante de la masa.

En aras de la simplicidad vamos a ignorar ciertas fuerzas que actúan o enlazan a los protones y neutrones en el núcleo. Al hacer esa simplificación se puede tratar ese problema como el de un gas de electrones, protones y neutrones. Para densidades altas los electrones reaccionan con los protones para formar neutrones. Normalmente, estos neutrones son inestables (decaen) y no se acumula un número significativo de los mismos. En las densidades extremas, la materia consiste de una mezcla de electrones, protones y neutrones en equilibrio.

El equilibrio favorece a los neutrones mientras la densidad crece, las densidades de las enanas blancas varían entre $\rho \approx 10^6 \text{ g/cm}^3$ y $\rho \approx 10^9 \text{ g/cm}^3$. Para densidades por encima de los 10^{10} g/cm^3 entramos en el dominio de las estrellas de neutrones.

Para nuestros propósitos la característica más importante que se deduce de la Fig. 12.1 es la ausencia de cualquier configuración de equilibrio para masas mayores a $1.4 M_{\odot}$.

Una estrella con masa mayor a $1.4 M_{\odot}$ no puede soportar su propio peso con la presión electrónica o neutrónica de punto cero.

Las ecuaciones de estado que toman en cuenta las interacciones nucleares tienen a permitir estrellas neutrónicas estables de masa algo mayor.

No importa cuanto se modifica la ecuación de estado, para densidades altas, ya que se puede demostrar que por encima de cierto límite la presión cero no es suficiente para soportar la fuerza gravitacional. La razón de esto es que la rigidez

dez del material está directamente relacionada con la velocidad del sonido en el material, A mayor rigidez, mayor velocidad del sonido.

El requerimiento de que la velocidad del sonido no sea mayor que la velocidad de la luz impone un límite a la rigidez del material.

De acuerdo a algunos autores esto lleva a la conclusión de que la masa de una estrella de neutrones nunca puede exceder a $3.2 M_{\odot}$, independientemente de cual' quier hipótesis sobre la ecuación de estado en altas densidades.

La ausencia de una configuración de equilibrio, para estrellas masivas quemadas, tiene consecuencias dramáticas en la evolución estelar. Una estrella con masa por debajo del límite de Chandrasekhar sigue una secuencia de configuración de equilibrio.

Cuando el combustible nuclear se agota la estrella pasa al estado de enana blanca. La luminosidad de una enana blanca se debe enteramente a la energía térmica residual.

A medida que esa energía se pierde por radiación, la estrella empieza a perder luminosidad y por último se convierte en " estrella o enana negra ". El tiempo de enfriamiento es del orden de los 10^9 años.

Por el otro lado, cuando el combustible nuclear se agota, en una estrella con masa superior o por encima del límite de Chandrasekhar, la presión interna se ha ce insuficiente para prevenir el colapso gravitacional. En fases posteriores de su evolución, una estrella masiva tendrá un núcleo denso comenzando el colapso gravitacional en dicho núcleo el cual sufre una implosión.

Si la masa del núcleo es suficientemente pequeña la implosión se detendrá cuando el núcleo alcanza la densidad de la estrella de neutrones. El impedimento o frenado brusco de la implosión crea una onda de choque que expulsa a las capas externas de la estrella. La expulsión de estas capas da lugar a la aparición de la. supernova. El famoso pulsar del Cangrejo, es una estrella neutrónica que se formó a partir de una explosión de supernova. La nebulosa que la rodea consiste de gases calientes que una vez constituyeron las capas externas de la estrella masiva original de masa $\sim 10 M_{\odot}$.

Si la masa del núcleo colapsante excede a la masa crítica, de la estrellas de neutrones, la implosión que se origina no puede ser frenada y el colapso gravitacional completo produce un agujero negro.

Las implosiones y explosiones de supernovas son uno de los mecanismos para la formación de los agujeros negros.
Deducción Elemental de la Métrica de Schwarzschild.

Gran parte de la teoría matemática de los agujeros negros se basa fundamentalmente en la métrica de Schwarzschild que fué deducida en forma rigurosa, a partir de las ecuaciones de campo de Einstein, por Karl Schwarzschild en 1916.

En el presente trabajo se hará una deducción mehos rigurosa pero más sencí lla.
Cerca de un cuerpo de masa M el espacio-tiempo se curva y las líneas mundia
les de las partículas y rayos luminosos son por consiguiente geodésicas.

En ausencia de masa, la fórmula de separación entre dos eventos viene dada,
de acuerdo ala teoría especial de la relatividad, por

$$-(dr)^2 - c^2 dt^2 = 0 \quad ; B, a \sim 1/\sim \quad I t . I$$

Si introducimos una masa M en el origen, dos cosas pasan:

1°) El espacio coordenado o de posición se curva de manera que las " esferas r " no quedan
situadas a la distancia propia i de 0 (orP§en).

2°) Los relojes colocados en diferentes " esferas (• " no marchan sincronizados al
observarlos desde diferentes esferas.

Para tomar en cuenta estos efectos la fórmula de separación 12.1 se modifica de la
manera siguiente:

$$4 L = e(r)^4 \int (f(r) dr)^2 + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2$$

donde e (r) y f (r) son funciones a determinar. Las condiciones de borde de-estas
funciones indican que lejos de M el espacio se hace plano de manera que:

$$e(\infty) = f(\infty) = 1 \quad . \quad / z 3$$

Hemos visto anteriormente que el factor de dilatación gravitacional del-tiem po para
un reloj a una distancia r de una masa M es.

$$d(r, t(c, D)) = \sqrt{1 - \frac{2GM}{rc^2}} \quad . / 2. Y$$

donde $\Delta t(r)$ y $\Delta t(\infty)$ son intervalos de tiempo entre eventos medidos en función de los
relojes en r y en el infinito.

Si modificamos los relojes en la " esfera r " por el factor Doppler
($1 - \frac{2GM}{rc^2}$)-1 entonces todos los relojes marcan el mismo tiempo que los relo
jes en el infinito los cuales marchan inalterados en-su propio tiempo.

Este resultado es general y válido para cualquier par de relojes, aún para aquellos que están en diferentes coordenadas θ y ϕ .

La aceleración de los relojes significa que una diferencia de tiempo indicada por Δt corresponde a un tiempo propio $\Delta \tau$ menor, es decir

$$\frac{\Delta \tau}{\Delta t} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \quad (12.1)$$

donde en la segunda ecuación hemos despreciado el término $\frac{GM}{c^2 r}$.

En la línea mundial de un reloj, donde $\frac{dr}{d\tau} = 0$, podemos obtener el valor de $\frac{dt}{d\tau}$ de la fórmula 12.2 e identificar su valor con 12.5 de manera que

$$\left(\frac{dt}{d\tau}\right)^2 = \frac{1}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} \quad (12.3)$$

Este resultado es idéntico al obtenido a partir de las ecuaciones de campo de Einstein.

Para encontrar $f(r)$ usamos la fórmula de la curvatura de Gauss, con la expresión más simple de la ley gravitacional (5.51).

Esto nos da

$$k(r) = \frac{f(r)}{4\pi r^2} = -\frac{GM}{r^2} \quad (12.4)$$

Integrando se obtiene $-\frac{1}{f} = 2GM/c^2 r + \text{const.} = 2GM/c^2 r - 1$. La constante se obtuvo a partir de la condición $f(\infty) = 1$.

Puesto que $f(r) = \frac{1}{1 - 2GM/c^2 r}$ podemos escribir ahora la fórmula de separación 12.2 de la manera siguiente:

$$ds^2 = -\left(1 - \frac{2GM}{c^2 r}\right) dt^2 + \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{c^2 r}} + r^2 d\Omega^2 \quad (12.5)$$

esta es la métrica de Schwarzschild.

El tensor métrico correspondiente viene dado por

$$\begin{array}{c}
 \left[\begin{array}{cccc}
 1 - 2GM/c^2 r & 0 & 0 & 0 \\
 0 & -1/(1 - 2GM/c^2 r) & 0 & 0 \\
 0 & 0 & r^2 & 0 \\
 0 & 0 & 0 & r^2 \sin^2 \theta
 \end{array} \right]
 \end{array}$$

Los Agujeros Negros.

La cantidad adimensional $GM/r.c^2$ estudiada anteriormente, se puede considerar, como una medida de la intensidad del campo gravitacional. Esta magnitud entra en las fórmulas de la deflexión de la luz, del retardo de la luz, del desplazamiento hacia el rojo, etc..

La pequeña magnitud de los efectos gravitacionales relativistas, en el sistema solar, están relacionados con magnitudes pequeñas de ese término. Efectos relativistas muy grandes se encuentran en el caso gravitacional de una masa muy compacta cuando $GM/r.c^2 \rightarrow 1$.

Por ejemplo, para un radio $r = 3 GM/c^2$ la deflexión de la luz es tan grande que hace que la misma se mueva en una órbita circular cerrada alrededor de la masa M . Esa órbita es desafortunadamente inestable: Los efectos relativistas se hacen espectaculares cuando $r = 2 GM/c^2$.

Los campos gravitacionales son tan intensos que nada se puede escapar de su atracción. Señales luminosas, partículas, etc., son atraídas hacia adentro con una intensidad tal que ninguna fuerza los puede hacer escapar.

La existencia, para la luz, de un radio de no escape es sugerida por el cálculo elemental siguiente basado en la teoría de la gravitación de Newton.

Para un radio r , la velocidad de escape de una partícula lanzada hacia arriba sobre un cuerpo de masa M es de acuerdo a Newton, igual a $\sqrt{2 GM/r}$.

Puesto que esta expresión es independiente de la masa de la partícula podemos al menos esperar que también sea aplicable a la luz en cuyo caso obtenemos un radio de no escape al sustituir v por c con lo que se obtiene $c = \sqrt{2 GM/r}$ o $c^2 = 2 GM/r$ de donde $r = 2 GM/c^2$ valor que coincide con cálculos relativistas muy cuidadosos. Si la luz no puede escapar tampoco lo puede ningún cuerpo físico.

Aunque este cálculo elemental da el resultado correcto para el radio de escape no da sin embargo el cuadro correcto de lo que pasa. La luz o partículas lanzadas en ó dentro del radio de no escape no se elevan primero, se paran y luego caen como pasa con el lanzamiento de una masa m en la superficie de la tierra . o cualquier planeta. sino que caen inmediatamente_

Una región en el espacio-tiempo en la cual las señales pueden entrar pero de la cual ninguna señal puede salir se llama Agujero

La posibilidad de la existencia de los agujeros negros fué considerada mucho antes de la aparición de la relatividad.

Ya en el año 1798 LAPLACE escribió " Una estrella luminosa de la misma densidad que la tierra y cuyo diámetro fuera doscientos cincuenta veces mayor que el del sol no permitiría, corta resultado de su atracción, que ninguno de sus rayos llegaran a nosotros. Es posible por consiguiente que cuerpos luminosos muy grandes sean invisibles debido a esta causa ".

Los agujeros negros son objetos muy extraños y su propiedad más asombrosa es que cualquier cosa dentro del radio de no escape o radio también llamado de SCHWARZSCHILD cae hacia el centro $r = 0$. Esto es aplicable a la materia que constituye la estrella, cuyo colapso formó al agujero negro, lo que implica que dicho colapso continúa hasta que la estrella. se reduce a una singularidad en $r = 0$.

Singularidades y Seudosingularidades.

La solución de SCHWARZSCHILD (12.7) deducida anteriormente y que también se puede escribir como

$$Z^2 \sim \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 - \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{r}} - r^2 d\Omega^2 \quad (12.7)$$

por razones de comodidad y para tratamientos posteriores, desarrolla una singularidad cuando $r = 2GM$. En este punto

$$ds^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{2GM}{r}} - \left(1 - \frac{2GM}{r} \right) dt^2 - r^2 d\Omega^2$$

La magnitud $S = \frac{2GM}{c^2}$ en unidades cgs se denomina radio de SCHWARZSCHILD c^2 o radio gravitacional de la masa M.

Para la masa solar ese radio es igual a 3.0 veces y para la masa terrestre es igual a 8.86 mm',

Si la masa tiene actualmente un radio mayor que r entonces g_{00} y g_r , no deben causar preocupación ya que 41' es aplicable en la región exterior a la masa. Si un objeto de masa M_0 tiene un radio menor que r entonces su densidad es del orden de los 10^{16} g/cm³ que es mayor que la masa de una estrella de neutrones.

Un objeto que ha colapsado hasta un radio que r no puede alcanzar un estado de equilibrio por lo continuará colapsando o contrayéndose ya que las fuerzas cravitacionales son tan fuertes que-náda en la naturaleza los puede resistir.

La solución de SCHWARZSCHILD da un resultado exacto a las ecuaciones de Einstein, en el vacío, por lo que la discutiremos como tal en lo que sigue.

La superficie $r = r_s$ es una superficie donde el desplazamiento hacia el rojo es infinito en relación a $r = 0$. Un reloj en reposo colocado cerca de $r = r_s$ marca un tiempo propio dado por

$$d\tau = \frac{C}{\sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}} dt$$

que se aproxima a cero cuando $r \rightarrow r_s$ o mejor dicho el reloj marcha infinitamente lento en comparación con un reloj colocado en el infinito. Esta ecuación da una dilación temporal infinita para un reloj en reposo colocado cerca de $r = r_s$. En la realidad un reloj -no puede permanecer en reposo en esta superficie-.

La disminución del valor de dL es una característica de la línea mundial de una señal luminosa y por consiguiente sólo una señal luminosa puede permanecer en reposo en $r = r_s$ o mejor dicho en órbita.

La superficie $r = r_s$ se conoce también con el nombre de límite estático por que las partículas materiales no pueden permanecer en reposo en ella.

Si r pertenece al intervalo $r > 0$ la solución de SCHWARZCHILD es la siguiente en la región

$$Q_0 = (1 - \frac{r_s}{r})^{1/2} \quad .5 \quad \frac{26.7}{\sqrt{1 - \frac{r_s}{r}}} \quad y \quad g_{rr} = - \frac{1}{1 - \frac{r_s}{r}} > 0$$

Los signos de g_{00} y g_{rr} -son opuestos lo que es normal. En la región $r < r_s$, t es la coordenada espacialoide y r es la coordenada temporaloide lo que significa que tiempo y espacio se intercambian.

Puesto que la métrica es una función de r y puesto que r mide ahora el progreso del tiempo entonces cuando $r < r_s$ la métrica es dependiente del tiempo.

El carácter estático de la métrica, en la región $r > r_s$, es una consecuencia de la escogencia particular de las coordenadas.

Si usamos un nuevo sistema de coordenadas x' y el cual, con respecto a t, r, y, θ , deforma al tiempo, entonces la métrica vista desde estas nuevas coordenadas será dependiente del tiempo.

gión del agujero negro (región I) y el espacio plano asintótico que lo rodea (región 1).

Se nota igualmente en la fig. 12.3 la existencia de un evento horizonte.

Una señal luminosa que envía un astronauta (si esto fuera posible) después de cruzar el evento horizonte ($r = r_s$) sigue una línea de 45° en el diagrama irle la fig. 12.3 hasta alcanzar finalmente $r = 0$.

La señal luminosa nunca podrá alcanzar $r = r_s$ ya que se mueve siempre hacia valores decrecientes de r . Señales diferentes a las electromagnéticas deben necesariamente estar contenidas dentro del cono de luz y por supuesto menos aptas para

re escapar. Señales originadas fuera del agujero negro pueden cruzar $r = r_s$ hacia $r < r_s$ sin problema alguno; la superficie $r = r_s$ del agujero negro actúa como una membrana unidireccional.

Es de hacer notar que la singularidad $r = 0$ en la fig.12.3 no es puntual ya que $r = 0$ es una superficie espacial.

Como puede observarse en las coordenadas u y v la singularidad ocurre en diferentes puntos del espacio-tiempo. La singularidad ocurre en el punto u cuando $17 = \sqrt{1-x} \cdot u$. Se observa que la singularidad ocurre al mismo tiempo ($r = 0$) en todos los puntos del espacio ($-ea \dots m$).

Esta diferencia de comportamiento refleja una diferencia en la definición de simultaneidad.

El diagrama de la fig. 12.3 ha sido dejado vacío por debajo de la línea

Es obvio que la única región que puede ser explorada por un astronauta que comienza su expedición en el exterior de un agujero negro (región I) es la región $u > -v$.

La región $u < -v$ está fuera del cono de luz pero puede sin embargo tener aún significado físico si las señales enviadas por alguien o algo, en esa región, cruzan la línea $u = -v$ y alcanzan a un astronauta en $u > -v$. Si se examina la métrica de Kruskal se observa que la línea $u = -v$ no es singular y las geodésicas la pueden cruzar sin problema alguno lo que indica que la figura 12.3 está in completa.

Un diagrama más completo se da en la fig. 12.4. El diagrama de esa figura es lo más completo posible.

La afirmación, sin embargo, de que la métrica en el interior de r_s no es es tática es válida en todos los sistemas de coordenadas no importacomose definan estas coordenadas, en *función* de las viejas, puestos que un avance en el tiempo ($dt > 0$) es imposible, salvo que $4\pi r^2 > 0$ ya que un avance en el tiempo implica un cambio en r y por consiguiente un cambio en la métrica.

Es muy importante reconocer que la singularidad de SCHWARZSCHILD, en $r = r_s$, no es una singularidad física sino más bien matemática y la misma puede ser eliminada con una apropiada transformación de coordenadas.
El Horizonte de Schwarzschild.

Aunque la superficie $r = r_s$ no tiene propiedades especiales de tipo local tiene sin embargo algunas propiedades poco usuales de carácter global.

De un cuidadoso análisis en el espacio-tiempo se deduce que la superficie $r = r_s$ es un horizonte evento.

Esto quiere decir que de la región $r < r_s$ es imposible enviar señales de cualquier tipo a la región $r > r_s$. La superficie $r = r_s$ actúa como una membrana unidireccional: se pueden enviar señales desde afuera hacia adentro pero no lo contrario. Decimos que esta es una propiedad global porque para verificarla debemos enviar señales y verificar lo que les pasa en el tiempo.

Una región del espacio-tiempo encerrada en un horizonte evento o membrana unidireccional se llama agujero negro.

Se dice que el espacio-tiempo es asintóticamente plano si su curvatura tiende a cero con la distancia, lo que significa que el campo gravitacional es inversamente proporcional con dicha distancia.

Un agujero negro es una región del espacio-tiempo que tiene la propiedad de que su campo gravitacional es tan grande que ningún objeto o radiación electromagnética puede escapar jamás del mismo.

El límite o lindero del agujero negro se llama horizonte evento. En el caso esférico, el horizonte evento está situado a la distancia del radio de SCHWARZSCHILD

r_s

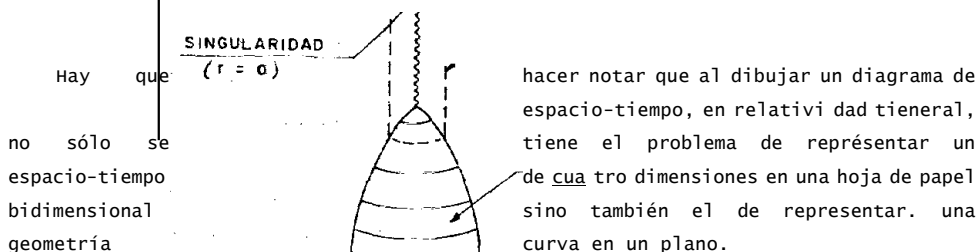
Nos preguntamos con frecuencia si el mismo universo (especialmente el modelo cerrado que recolapsa) no es un agujero negro.

Existe bastante analogía entre el comportamiento de un cuerpo que sufre completo colapso gravitacional y el colapso del universo entero: ambos resultan en una densidad infinita y en una curvatura infinita del espacio-tiempo.

Sin embargo, la noción completa de agujero negro requiere de la existencia de regiones del espacio-tiempo fuera del agujero negro por lo que ese concepto no se puede aplicar en su totalidad al universo.

La figura siguiente (Fig. 12.2) es un diagrama que ilustra el colapso gravitacional de un cuerpo esférico.

FIG. 12. 2.- DIAGRAMA DEL COLAPSO GRAVITACIONAL DE UN CUERPO ESFERICO.



Las líneas representan la superficie esférica del cuerpo, para varias fases del colapso. Al avanzar el colapso, con el tiempo (hacia arriba en el diagrama), el radio de la estrella decrece y eventualmente se hace igual a cero dando lugar a una singularidad en el espacio-tiempo representada en el diagrama por la línea zig-zag.

La superficie indicada por las líneas punteadas en el horizonte evento y la región interna es el agujero negro. La Geometría de Schwarzschild.

Propiedades interesantes y exóticas Se obtienen a partir del estado de la geometría de SCHWARZSCHILD.

Las coordenadas de SCHWARZSCHILD t , r , θ y ϕ producen una singularidad matemática pero no física para $r = r_s$. Existen varios sistemas de coordenadas conocidas bajo el nombre de " buen comportamiento " para $r = r_s$, pero la mayoría de ellos tienen el inconveniente de que en las nuevas coordenadas, la métrica, no aparece

$$t \quad \text{HORIZONTE EVENTO}$$

$$j f \quad f C^2 / c^2$$

MATERIA ----- COLAPSANTE

estática ni siquiera en la región exterior.

Un conjunto de coordenadas muy convenientes y con las cuales se evitan estos problemas son las coordenadas (t, r) , de KRUSKAL definidas como sigue:

$$t = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{r - r_s}{r + r_s} \right) \quad (r < r_s)$$

para el interior del agujero negro y

$$t = \frac{1}{2} \ln \left(\frac{r + r_s}{r - r_s} \right) \quad (r > r_s)$$

$$r = r_s \exp \left(\frac{t}{r_s} \right) \quad (r > r_s)$$

para la región fuera del agujero negro.

Las transformaciones inversas vienen dadas por $(t, r) = (t, r)$

$$(r < r_s) \quad (r > r_s)$$

y

$$r = r_s \exp \left(\frac{t}{r_s} \right) \quad (r > r_s)$$

El intervalo (t, r) , en las coordenadas de KRUSKAL, viene dado por

donde r debe considerarse como función de U y $0'$ dado por las ecuaciones de transformación inversa. La coordenada l_4 es espacialoide y $l_4 t_T$ es temporaloide. Es de hacer notar que la nueva métrica no tiene singularidad en $r = r_s$. Existe por supuesto una singularidad en $r = 0$ ya que la curvatura se hace infinita en este punto.

Por ahora nos vamos a olvidar de las variaciones de las coordenadas $d y^i$ y nos vamos a concentrar en las coordenadas r y t .

La figura 12.3 muestra el espacio-tiempo con los ejes coordenados t_l y t_T y los correspondientes valores de r y t . En este diagrama r y t están medidas en unidades de r_s así por ejemplo $r = 2.0$ significa que $r = 2.0 r_s$.

Las curvas $r = \text{const.}$ son hipérbolas y las curvas $t = \text{const.}$ son rectas que pasan por el origen.

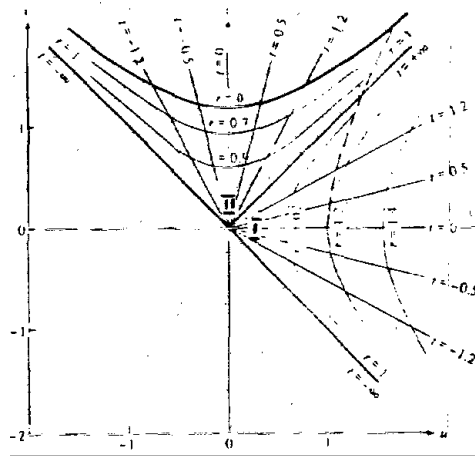


FIG. 12.3. - GEOMETRIA DE SCHWARZSCHILD EN COORDENADAS DE KRUSKAL, U Y V SON ADIMENSIONALES

Se observa en la fig. 12.3 que la transformación de coordenadas de u y v a r y t es singular en $r = r_s$. La línea $u = v$ queda representada en el punto $r = r_s$ y $t = 0$. La eliminación de la singularidad de Schwarzschild se obtiene en virtud del carácter de la transformación de coordenadas. Una de las características de las coordenadas de Kruskal es que las líneas mundiales de los rayos de luz son líneas a 45° con respecto a los ejes u y v . Las líneas mundiales de partículas no son líneas rectas.

La superficie $r = r_s$ divide al espacio-tiempo en dos regiones que son: la región

Se ha trazado para ese fin varias líneas $u = \text{const.}$

Por ejemplo en el tiempo $u = -1.5$ tenemos un espacio que es asintóticamente plano (para $u \rightarrow \infty$) con una singularidad en $u = -2.5$. Este segundo espacio es tá en un universo diferente ó en una región de nuestro propio universo pero muy alejado de la primera.

Para el tiempo $u = -1$ ambas singularidades se mezclan y obtenemos dos espacios asintóticamente planos unidos por una región en la cual la geometría se des vía notablemente de una geometría plana. Una región tal se llama agujero de lombriz, puente de Einstein-Rosen o garganta de Schwarzschild.

Si se considera ese agujero de lombriz como conexión entre dos universos diferentes o dos partes muy remotas del mismo universo la topología en cada caso es no euclídeana.

Entre los tiempos $u = -1$ y $u = +1$ no existe singularidad: sólo un agujero de lombriz en el cual la curvatura, aunque muy grande, es finita. Para el tiempo $u = +1$ la conexión entre los dos espacios asintóticamente planos desaparece y que damos con dos espacios separados cada uno con una singularidad.

Estos espacios continúan su desarrollo paralelo en el tiempo. Es de notar que la evolución temporal descrita es perfectamente simétrica bajo la inversión del tiempo (reversión de u a $-u$).

El segundo espacio asintóticamente plano (región II) está fuera del cono posterior de luz del primer espacio asintóticamente plano (región I) y viceversa. Esto implica que la comunicación entre ambos universos es imposible. Sin em bargo, si astronautas de ambos universos penetran en el agujero negro, ambos se pueden encontrar y morir juntos. Se puede afirmar que lo que previene a las señales de pasar a través del agujero de lombriz es la evolución temporal de la geometría interior.

El agujero de lombriz se estrecha con tanta rapidez que ni siquiera la señal luminosa puede pasar antes de que se produzca la singularidad. Si se fuera a intentar a las dos regiones asintóticamente planas, como partes remotas de un mismo universo, la imposibilidad de la transmisión de la señal a través del agujero de lombriz sería fundamental para la preservación de la causalidad. Es obvio que si partes remotas del universo se pudieran comunicar por una vía tan corta, como el agujero de lombriz, la velocidad efectiva de la señal excedería a la de la luz.

La región IV se llama agujero blanco. De acuerdo a la discusión anterior un agujero blanco tal, se puede considerar como la reversión temporal de un agujero negro. Señales de la región IV pueden ir a las regiones exteriores I y III pero las señales de esas regiones no pueden penetrar en la región IV.

Esto puede interpretarse considerando al- agujero blanco como intrínsecamente

luminoso y no es otra cosa que las soluciones, en el vacío, de las ecuaciones de Einstein.

Hasta ahora nos hemos concentrado en la geometría del espacio-tiempo en el plano $u-v$ $r-t$. Veamos ahora la parte puramente espacial de la geometría es decir la geometría para un tiempo constante y fijo.

Cuando hacemos esto estamos considerando un espacio. tridimensional curvo con coordenadas r θ ϕ y t . Puesto que es imposible hacer un dibujo de un espacio curvo tridimensional entonces nos conformamos con observar la geometría en el plano $r-\theta$ superficie curva bidimensional **6**

En la figura 12.5 se muestra esta superficie curva para el tiempo $v = 0$.

Es de hacer notar que, en general, los tiempos $v = \text{const.}$ y $t = \text{const.}$ no coinciden como es de observarse en las figuras 12.3 y 12.4. El caso $v = 0$ y $t = 0$ es excepcional ya que los tiempos coinciden.

El espacio curvo bidimensional r, θ se muestra contenido en un espacio tridimensional r, θ, z .

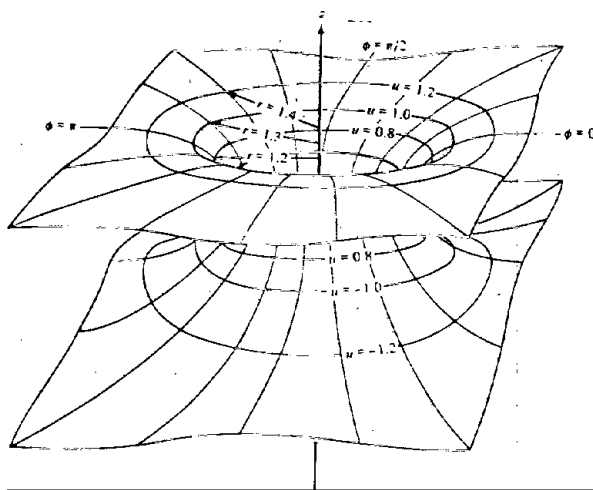


FIG. 12.5 GEOMETRIA DE LA SUPERFICIE $v = 0$ o $t = 0$ EQUIVALENTEMENTE $t = 0$ Y $v = 0$ EQUIVALENTEMENTE $r = 2$ VARIAN A LO LARGO DE ESTA SUPERFICIE.

La coordenada Y es una coordenada artificial que nada tiene que ver con la coordenada 2 del espacio real.

La forma de la superficie se ha escogido de manera tal que las distancias medidas a lo largo de las superficies curvas, con una cuerda, coincidan con las distancias medidas en el plano $r - d$ de la geometría de Schwarzschild. La mitad superior de la figura 12.5 ($u > 0$) muestra la deformación del plano r, d del cual partimos en ausencia de gravitación.

La gravitación deforma ese plano en una estructura tipo embudo que es la parte superior de la superficie curva que se observa en la fig. 12.5.

La parte inferior surge de una deformación similar del plano r, d del segundo universo. Los dos universos de la fig. 12.5 están unidos a lo largo del círculo $\theta = \pi/2$. Si queremos tomar en consideración la coordenada E , debemos imaginar entonces circunferencias similares para diferentes valores de E . Esto significa que los dos universos están actualmente unidos a lo largo de una superficie esférica $\theta = \pi/2$, $0 < r < \infty$.

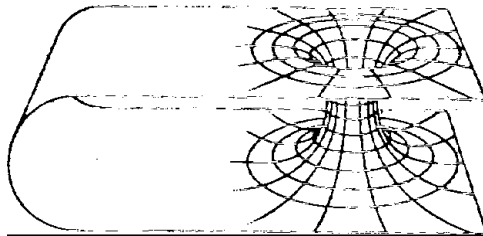


FIG 12.6 - EL PUENTE DE EINSTEIN- ROSEN (INTERPRETACION ALTERNA 1. LAS DOS HOJAS DE UN PUENTE DE EINSTEIN- ROSEN SE PUEDEN INTERPRETAR COMO PORCIONES DIFERENTES DE NUESTRO PROPIO UNIVERSO ESTO ES POSIBLE SI LA HOJA SUPERIOR ESTA CONECTADA A LA HOJA INFERIOR MUY ALEJADA DEL AGUJERO NEGRO.

En tiempos posteriores ($t > t_0$) o anteriores ($t < t_0$) el agujero de lombriz o puente de Einstein-Rosen se estrecha y para el tiempo $t = t_0$ se estrangula en el centro y quedamos con dos superficies separadas.

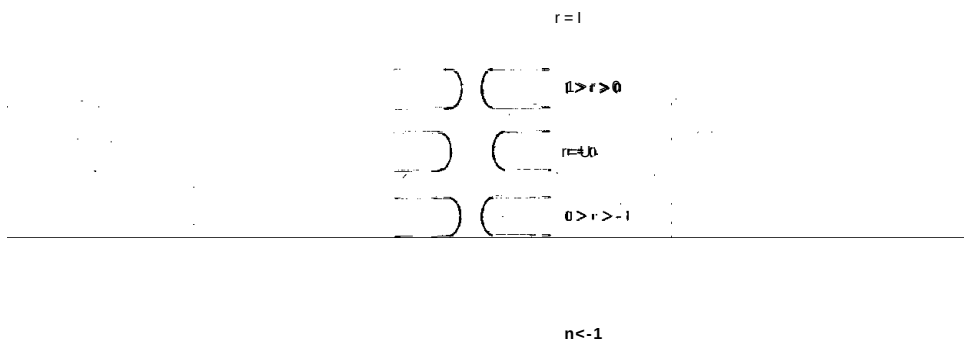


FIG. 12.7.— EVOLUCION DE LA GEOMETRIA DE SCHWARZSCHILD EN EL TIEMPO V.

La figura 12.7 nos muestra diagramas esquemáticos a través de una secuencia de valores de t desde $t < -1$ a $t > 1$.

El diagrama medio es una sección transversal a través de la Fig. 12.5 y los otros diagramas nos indican como evoluciona la estructura de la misma figura.

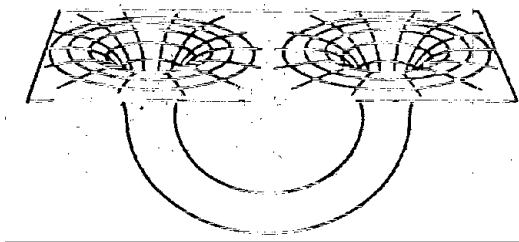


FIG. 12 8.- AGUJERO LOMBRIZ EN EL ESPACIO - TIEMPO..

Los agujeros negros examinados hasta ahora son de una clase muy especial: son obtenidos del colapso gravitacional de cuerpos cósmicos que no rotan. Sin embargo, la mayoría de las estrellas tienen momento angular y su colapso producirá agujeros negros rotacionales.

Para ver como la rotación de una masa afecta a su campo gravitacional externo es necesario recurrir al principio de Mach el cual nos dice, que el [inercia] en una región del espacio-tiempo queda determinado por toda la materia del universo.

Aunque la masa distante tiene influencia, de acuerdo al principio de Mach, también las masas vecinas grandes tienen algún efecto.

Si estas masas vecinas rotan tenderán entonces a arrastrar a los marcos inerciales de manera que el observador inercial verá rotar a las estrellas distantes. Estos efectos son usualmente pequeños y para estimarlos asumimos que la magnitud

4) de la velocidad angular, del marco Inercial arrastrado (relativo a las estrellas), es proporcional a la magnitud γ del momento angular del cuerpo vecino que está a una distancia r . Sólo G , c , J y r pueden estar envueltas en la fórmula para tal por lo que debemos tener

$$L, \gamma = k \frac{C-J}{r^2} \quad /2/$$

donde k es una constante adimensional.

La velocidad y el momento angular son vectores por lo que k depende del ángulo polar del observador. En el plano ecuatorial los vectores son antiparalelos y $k = -1$. Si sustituimos los valores para la tierra, en 12.6, obtenemos $\dot{\gamma} = 0.1''$ por año.

Un eje giroscópico o el plano de oscilación de un péndulo de Foucault no estarán fijos con respecto a las estrellas lejanas pero tendrán una precesión lenta con período de aprox. de 10' años.

Sin embargo, cerca de un agujero negro, el arrastre de los marcos inerciales se hace grande. Si la estrella dentro del agujero tenía una velocidad angular γ . En el instante en que su tamaño era igual a r_s y su naturaleza uniformemente densa, entonces un cálculo simple, usando el momento de inercia de una esfera homogénea da

$\dot{\gamma} = \frac{r_s}{r^3} \frac{d}{dt} r_s^2 \dot{\gamma}_s$. Para el colapso de un objeto de masa solar nuestra fórmula aproximada da ($\dot{\gamma} = 10^6$ rad/sec. para $r = r_s$).

Un tratamiento riguroso de los agujeros negros rotacionales se basa en la teoría general de la relatividad. El matemático neozelandés Roy Kerr descubrió, en 1963, una familia de soluciones que describen agujeros negros que poseen masa M y momento angular J . Un agujero tal se forma cuando colapsa un cuerpo en rotación. Cuando $J = 0$ la solución de Kerr se reduce a la de Schwarzschild.

La primera clase de soluciones, a las ecuaciones de Einstein, fue descubierta por Karl Schwarzschild, en 1916, sólo a pocos meses de la formulación de la teoría general de la relatividad. Varios años después H. Reissner y G. Nordström encontraron una generalización a la solución de Schwarzschild la cual describe a un agujero negro con masa M y carga Q . Cuando $Q = 0$ la solución se reduce a la de Schwarzschild.

Varios años después del descubrimiento de Kerr, E.T. Newman y sus colaboradores generalizaron tanto los descubrimientos de Reissner-Nordström como los del mismo Kerr al encontrar una familia de soluciones basadas en tres parámetros que describen, al agujero negro y que son la masa M el momento angular J y la carga Q . Esta familia de soluciones generalizadas se conoce como las soluciones de Kerr-Newman. El análisis de Kerr es fascinante pero sumamente complicado por lo que se da rá más bien una descripción de sus resultados.

Sea la dirección de, J lo que define al eje positivo de las coordenadas polares de manera que la velocidad angular original, de la estrella, corresponda al momento del ángulo. Si la magnitud de J es mayor que $6 \cdot 10^{32} \text{ g cm}^2/\text{s}$ ~~se forma un agujero negro~~

Si $J \leq r_{\text{li}}/c$ se forma un agujero negro con el radio de Schwarzschild

dado no por $r_s = 2GM/c^2$ sino por $r = \frac{1}{2} \left(\frac{2GM}{c^2} + \sqrt{\left(\frac{2GM}{c^2}\right)^2 - \frac{4J^2}{c^2}} \right)$

En estos agujeros negros existe, además de la esfera de Schwarzschild r_s , otra superficie que se llama el límite estático y cuyo radio viene dado por

$$r_{\text{li}} = \frac{J}{Mc}$$

Dentro de esta superficie es imposible permanecer en reposo. El momento angular f , compulsatorio.

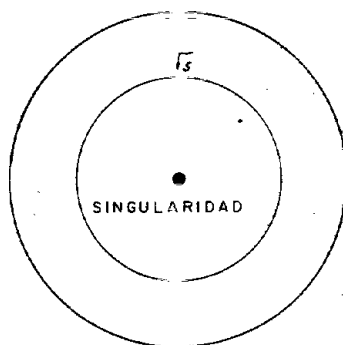


FIG. 12 9.- UBICACION RELATIVA DE LAS DIFERENTES ESFERAS QUE LIMITAN AL AGUJERO NEGRO.

El arrastre de los marcos inerciales, dentro del límite estático, es de una violencia

tal que hace que sea imposible permanecer sin rotación en relación a las estrellas distantes. En contraste, el movimiento radial no es compulsatorio:

es posible cruzar el límite estático desde arriba o desde abajo o rotar dentro de r , con radio r constante. Sólo dentro de r_s es que el movimiento radial es restringido.

La singularidad central de un agujero negro rotacional es sumamente complicada y las etapas finales del colapso no están aún bien entendidas.

La región del espacio-tiempo entre r_s y r_e se llama ergoesfera. Este nombre se debe a que introduciendo materia desde la ergoesfera, al agujero negro, se puede extraer energía y esa energía proviene de la energía rotacional del mismo agujero negro.

Geometría de Kerr y Diagramas de Penrose.

En la década de los 60 el matemático británico Roger Penrose desarrolló un poderoso método gráfico por medio del cual se pueden separar todas las regiones del espacio-tiempo asociadas con los agujeros negros, llamándose a estos métodos gráficos diagramas de Penrose.

A fin de entender dichos diagramas es necesario recordar algunas características de las representaciones gráficas espacio-temporales. En estas representaciones el tiempo se mide verticalmente y las distancias espaciales horizontalmente. Las escalas se escogen de manera que la luz se pueda representar por rectas a 45° . Esto nos permite saber cuáles son las trayectorias prohibidas. Siempre podemos viajar a lo largo de una trayectoria que está inclinada a menos de 45° de la vertical.

A lo largo de estas trayectorias (llamadas temporaloides) nuestra velocidad es siempre menor que la de la luz.

Trayectorias con inclinación mayor de 45° , con la vertical, están siempre prohibidas.

En estas trayectorias (llamadas espacialoides) la velocidad sería mayor que la de la luz.

La geometría de Kerr tiene algunas características extrañas que emergen cuando se trata de trazar líneas mundiales.

Ninguna línea mundial puede cruzar $r = r_+$ debido a que éste horizonte actúa como membrana unidireccional.

Físicamente no se puede aceptar que la línea mundial llega a su fin en r_+ puesto que no hay singularidad en el horizonte. Para evitar esta inconclusividad geodésica tenemos una sola alternativa: debemos suponer que al cruzar $r = r_+$, hacia afuera, penetramos en otro universo en el cual la superficie $r = r_+$ pertenece a un agujero blanco en lugar de uno negro. En este otro universo la superficie $r = r_-$ es todavía una membrana unidireccional pero ahora lo es hacia afuera.

El agujero blanco, por supuesto, debe tener la misma masa y spin que el agujero negro. Si se continúa hacia $r = r_+$, que puede considerarse como otra membrana

"direccional, se emerge finalmente del agujero blanco-y se alcanza la región asintóticamente plana del segundo universo. Si dos universas es algo que parece extraño, lo peor viene ahora.

Un universo, con un agujero negro en rotación, acepta también una transformación de Kruskal. Una vez que las coordenadas son introducidas y para que las geodésicas puedan ser completas se requiere de un universo que si contiene un agujero negro también debe contener un agujero blanco y viceversa.

Un análisis exhaustivo señala que la extensión geodésica más completa de la solución de Kerr consiste de una sucesión infinita de universos conteniendo cada uno un agujero-negro y uno blanco.

Los universos estan unidos por un túnel unidireccional cuyas entradas y salidas son los agujeros negros y blancos. La fig. 12.12, muestra parte de esa sucesión infinita según Penrose.

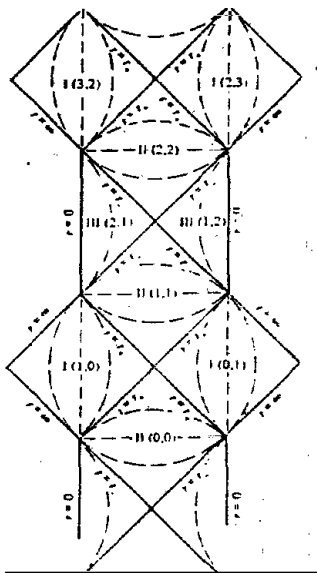


FIG. 12.10.- REPRESENTACION CONFORME DE LA GEOMETRIA DE KERR.

para poder representar los universos en una sola pagina, las regiones asintóticamente planas se comprimen de manera que aparezcan finitas.

El diagrama de la Fig. 12.11, muestra la estructura de la geometría completa de Kerr incluyendo los espacios con valores negativos de r . En estos espacios r tienen el rango $-\infty < r < 0$. Es obvio que cuando $r \rightarrow 0$ el espacio-tiempo se hace plano. Es de hacer notar que estos diagramas sólo muestran el espacio-tiempo

bidimensional r , t y sólo pueden ser usados para analizar el movimiento de partículas que están en el eje de simetría.

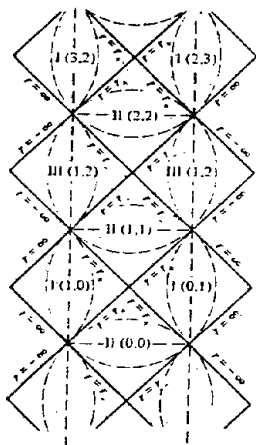
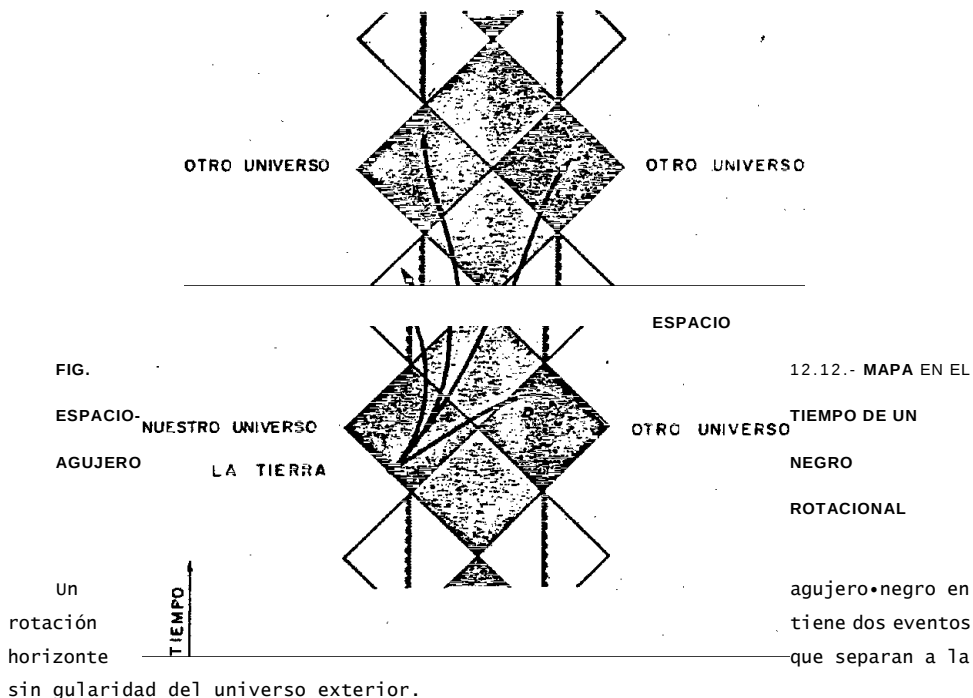


FIG. 12.11.- REPRESENTACION CONFORME DE LA GEOMETRIA DE KERR EXTENDIDA A VALORES NEGATIVOS DE r

El diagrama de Penrose para la geometría completa de Kerr o para el agujero negro de Kerr se muestra en la Fig. 12.12.-



Al acercarse al centro del agujero se observa que hay dos intercambios completos de direcciones espaciales y temporales por lo que las singularidades deben tener una orientación vertical.

Un agujero negro rotacional tiene una singularidad en forma de disco en lugar un punto. Encontramos una curvatura infinita en el espacio-tiempo de un agujero negro sólo si nos acercamos en la dirección del borde del disco singularidad. Siguiendo cualquier otra dirección o ángulo se puede viajar o atravesar el centro del agujero. Al atravesar la singularidad del anillo se entra en un universo anti gravitacional donde se siente una inmensa fuerza repulsiva originada por el carácter negativo del espacio.

La trayectoria A, de la Fig.12.12, representa un viaje a un universo antigravitatorio. Se puede dejar la tierra y atravesar primero el evento-horizonte exterior y entrar en el universo antigravitatorio.

no y luego el, interno y cuando se está adentro, se puede dirigir la nave espacial hacia el centro del agujero bajo un ángulo oblicuo evitando por consiguiente el espacio-tiempo de curvatura infinita.

Dependiendo del ángulo de aproximación se puede evitar el espacio-tiempo de curvatura infinita. Las singularidades en el diagrama de Penrose, de un agujero negro rotacional, están por lo general indicadas por líneas punteadas.

La trayectoria B, de la Fig.12.12, nos lleva simplemente hacia otro universo asociado con la geometría del agujero rotatorio. Esta trayectoria atraviesa el horizonte externo y luego el interno.

Puesto que la singularidad se orienta verticalmente no existe obstáculo que pueda prevenir la continuación del viaje B. Una vez fuera del horizonte externo se puede viajar más y más lejos del agujero y explorar el universo en el cual se ha emergido.

La trayectoria C, es básicamente igual a la del viaje B, excepto a que sale del agujero dentro de un universo diferente. La trayectoria D, tiene una inclinación mayor que 45° con la vertical lo cual es imposible debido a que la velocidad superaría la de la luz.

Un aspecto fascinante de los diagramas de Penrose trata sobre la interpretación de los llamados " otros universos "

Una posibilidad es que esos " otros universos " sean verdaderamente regiones separadas del espacio-tiempo completamente desconectadas y no relacionadas con el universo nuestro. Existe también una idea igualmente aceptable de que estos son parte de nuestro propio universo.

Esto es como decir que las hojas superior e inferior del puente de Einstein-Posen son realmente porciones distintas de nuestro propio universo conectado por un agujero de lombriz. Se puede igualmente pensar que quizás un agujero rotatorio conecta a nuestro universo consigo mismo en una multitud de lugares. Hay que recaer, sin embargo, que estos serían diferentes lugares en el espacio y en el tiempo o en el tiempo.

En otras palabras, emergiendo en uno de esos " otros universos " se puede actualmente estar reentrando en nuestro propio universo en el mismo lugar pero en tiempo diferente: esto es una máquina del tiempo.

Teóricamente, sumergiéndose en un agujero de lombriz rotatorio y piloteando cuidadosamente una nave espacial se puede reemergir en nuestro propio universo billones de años en el pasado y visitar la tierra en la era de los dinosaurios o se puede reemergir un billón de años en el futuro y observar las criaturas que eventualmente descendieron de formas de vida inferiores que hoy en día, tenemos seres humanos.

¿ Es esto realmente posible ? Son algunas de estas predicciones válidas .?

Los diagramas de Penrose son, después de todo, consecuencia lógica de la mejor teoría de la gravitación que disponemos actualmente: la teoría general de la relatividad.

i. Pero podemos realmente creer todo esto,?...

Existen sin embargo algunos problemas aún no resueltos.- Por ejemplo, si se pudiera usar un agujero de lombriz rotatorio como máquina de tiempo -y regresar un billón de años atrás, se podría por supuesto arreglarse la trayectoria y regresar una hora antes de partir y contar todo lo ocurrido en ese viaje fantástico realizado.

Un ser humano podría entonces repetir el viaje cuantas veces quisiera y así multiplicarse, lo cual es una violación del principio de la causalidad.

Esto sería evidentemente un estado de cosas muy extrañas, que nuestra mente tridimensional no concibe.

i Nos preguntamos por consiguiente si no se han omitido, en todos estos estudios, algunos factores importantes ?.

No hay que olvidar que estos campos gravitatorios (las de los agujeros negros) son, tan poderosos que tienen o pueden tener efectos aún desconocidos sobre sus vecindades.

Muchos físicos creen que estos efectos estrangulan a los agujeros de lombriz con lo cual queda impedido cualquiera de los viajes fantásticos descritos previamente.

Desde el punto de vista práctico la geometría completa de Kerr es tan irrelevante a la física como lo es la geometría de Schwarzschild. Si se forma un agujero negro por colapso gravitacional, la región interna estará ocupada por materia y las ecuaciones de Kerr sólo son aplicables al vacío puro.

La pluralidad de universos, en la geometría de Kerr, no tiene mucho que ver con la realidad salvo para los casos de agujeros negros creados al Comienzo del universo y sólo por colapso gravitacional. Los estudios teóricos también indican que los túneles y agujeros blancos de la geometría de Kerr son muy inestables.

Como puede observarse, hemos penetrado en el umbral de la ciencia ficción sin ficción. El camino es largo pero la promesa de resultados fantásticos es aun más fantásticos que los resultados mismos. Se está recién comenzado a estudiar la relatividad general y las promesas son inmensas.

El futuro nos traerá muchas sorpresas en ese campo.

APENDICE

Constantes Astronómicas.

Masa Solar:	$M_{\odot} = 2.00 \times 10^{33} \text{ gr.}$ Rp. =
Radio Solar:	$6.96 \times 10^{10} \text{ cros.}$
Gravedad Solar:	$10 = 2.74 \times 10^8 \text{ cm/seg.}$ $1d) =$
Luminosidad Solar;	$3.8 \times 10^{33} \text{ erg/seg.}$
Distancia Promedio	
Tierra-Sol:	$1'0 = 1.5 \times 10^{11} \text{ m} = 8.3 \text{ minutos-luz.} = 4 \text{ años}$
Distancia A La Estrella	
Más Próxima:	$1 \text{ luz} = 1.2 \text{ pc.}$
Diámetro De Nuestra	
Galaxia:	$= 10^3 \text{ años-luz} = 3 \times 10^5 \text{ pc.}$
Distancia A La Galaxia	
Más Cercana:	$= 2 \times 10^5 \text{ años luz} = 6 \times 10^5 \text{ pc.}$
Distancia A La Galaxia Más	
Lejana Vista Ópticamente:	$= 3 \times 10^9 \text{ años luz}$
Velocidad De La Luz:	$C =$
Constante De Planck: h	$= 6.626 \times 10^{-34} \text{ J.s}$
Constante Gravitacional: G	$= 6.67 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \text{ gr}^{-1} \text{ seg}^{-2}$
Masa Del Electrón:	$m_e = 9.11 \times 10^{-28} \text{ gr.}$
Del Protón: m_p	$= 1.67 \times 10^{-24} \text{ gr.}$
Masa del Neutrón:	$m_n = 1.67 \times 10^{-24} \text{ gr.}$
Constante de Boltzman:	$k = 1.38 \times 10^{-16} \text{ erg/}^\circ\text{K.}$
Constante de Stefan-Boltzman:	$\sigma = 5.67 \times 10^{-5} \text{ gr seg}^{-3} \text{ }^\circ\text{K}^{-4}$

Constantes De Conversión.

1 Año:	$= 3.16 \times 10^7 \text{ seg.}$
Unidad Astronómica (A.U.):	$1.5 \times 10^{13} \text{ cros.}$
1 Año luz:	$= 0.946 \times 10^{16} \text{ cros.}$
1 Parsec (p.c.):	$= 3.26 \text{ años luz.}$

BIBLIOGRAFIA

- 1') Santiago Vera Izquierdo. Mecánica Racional. Ediciones Vegas.
- 2') Synge And Griffith. Principles Of Mechanics. Mc Graw-Hill.
- 3') Herbert Goldstein. Classical Mechanics. Addison-Wesley Publishing Company.
- 4') J.W. Leech. Mecánica Clásica. Unión Tipográfica Editorial Hispano ,americana.
- 5') T.C. Bradbury. Theoretical Mechanics. Wiley.
- 6') Alberto E. Olivares. Iniciación A Los Tensores Para Ingenieros. Separata Del Boletín N°52. De La Academia De Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales.
- 7') G.A. Hawkins. Multilinear Analysis For Students In Engineering And Science. Wiley.
- 5') J.L. Synge And A. Schild. Tensor Calculus. Dover.
- 9') Barry Spain. Tensor Calculus. Oliver And Boyd.
- 10') L.E. Weatherburn'. An Introduction To Riemannian Geometry And The Tensor Calculus. Cambridge University Press.
- 11') Albert Einstein. El Significado De La Relatividad. Espasa Calpé.
- 12') A. Einstein, H.A. Lorentz, H. Weyl And H. Minkowski. The Principles Of Relativity. Dover.
- 13') Albert Einstein. La Relatividad. Emece Editores.
- 14') Hermann Weyl. Space-Time-Matter. Dover.
- 15') A. d'Abro. The Evolution Of Scientific Thought. Dover.
- 16') R.B. Lindsay And H. Margenau. Foundations Of Physics. Dover.
- 17') P.A.M. Dirac. General Theory Of Relativity. Wiley.

- 18°) W. Rindler. Special Relativity. Oliver And Boyd.
- 19°) J. Wheeler. General Relativity; And Gravitational Waves.
Interscience.
- 20°) W. Rindler. Essential Relativity-Special, General And Cosmological. Van
Nostrand.
- 21°) Arthur Beiser. Concepts Of Modern Physics. Mac Graw-Hill.
- 22°) Hans Reichenbach. The Philosophy Of Space And Time. Dover.
- 23°) Peter Mittelstaedt. Problemas Filosóficos De La Física Moderna.
Editorial Alhambra.
- 24°) Sir Arthur S. Eddington: La Naturaleza Del Mundo Físico. Editorial
Sudamericana.
- 25°) Sir Arthur S. Eddington. La Expansión Del Universo. Siglo Veinte.
- 26°) J.L. Crowther. Esquema Del Universo. Editorial Losada.
- 27°) G.J. Whitrow. The Structure And Evolution Of The Universe. Hutchi
nson.
- 28°) G. Lemaitre. Cosmogonia. Hipótesis Del Atomo Primitivo. Colección
Infinito.
- 29°) Fred Hoyle. The Nature Of The Universe. A Mentor Book.
- 30°) George Gamow. The Creation Of The Universe. A Mentor Book.
- 31°) Robert Jastrow. God And The Astronomers. Warner Books.
- 32°) Frederic Golden. Quasars, Pulsars, And Black Holes. Pocket Books.
- 33°) Martin Carden. The Relativity-Explosión. Vintage Books.
- 34°) Steven Weinberg. The First Three Minutes. Bantam New Age Books.
- 35°) Jayant V. Narlikar. The Lighter Side Of Gravity. Freeman
- 36°) Jayant V. Narlikar. The Structure Of The Universe. Opus.
- 37°) Joseph Silk. The Big-Bang. The Creation And Evolution Of The
Universe. Freeman.

- 38°) William J. Kaufmann. 111. Black Holes And warped.Spacetime.
Bantam Books.
- 39°) H. Bondi. Cosmología. Nueva Colección Labor.
- 40°) R.B. Partridge. The Primeval Fireball Today. American Scientist
spring 1969. Pág. 37-74.
- 41°) Robert M. Wald. Space, Time And Gravity. The University Of Chicago Press.
- 42°) Erwin.SchrSdinger. Expanding Universes. Combridge University Press.
- 43°) D.W. Sciama. Modern Cosmology. Cambridge Science Classics.
- 44°) Steven Weinberg. Gravitation And Cosmology. Weley.
- 45°) Misner, Thorne And Wheeler. Gravitation. Freeman.
- 46°) Hans C. Ohanian. Gravitation And Spacetime.Norton.
- 47°) Hicael Berry.Principles of Cosmology And Graⁿitation. Cambridga Univer
sity Press.

SOBRE LAS FUERZAS MOVIT.FS PRINCIPALES DEL DESARROLLO GEOLOGICO DE LA TIERRA

(El movimiento del sistema solar en la Galaxia, los efectos relativistas y de inercia que aparecen y los procesos geológicos principales causados por estos efectos)

Por: GurgenP. Tamrazya ()*

Anotación. En el trabajo se demuestra a base de diferentes y numerosas investigaciones teóricas, que toda la vida geológica de la Tierra, las leyes de su desarrollo, la periodicidad de sus etapas geotectónicas esenciales etc., es decir, todo en lo que consisten las riquezas de la Tierra, se regulariza por las leyes físicas y sobre todo por las leyes de mecánica (la constancia de la redistribución del momento de la cantidad del movimiento), que controlan y dirigen todo esto en el proceso del movimiento de la Tierra y todo el sistema solar en la Galaxia. Usando una cantidad inmensa de los hechos y realizando el análisis comparativo de cantidad y calidad el autor subraya la unidad del pulso geológico de la Tierra y los efectos relativistas, de inercia y otros.

Por primera vez se presenta en el trabajo el sistema de relaciones mutuas de los efectos y procesos que antes se consideraban como independientes, pero que en realidad se regularizan por la existencia geológica de la Tierra.

1.El movimiento de la Tierra (el sistema solar) en la Galaxia.

Los efectos relativistas y de inercia que aparecen y los procesos geológicos causados por estos efectos.

El sistema solar, incluso la Tierra, se mueve en la Galaxia por su órbita elíptica alrededor del centro de la Galaxia durante los 212 millones de años. El período anomalístico del movimiento del sistema solar es igual a los 176 millones de años (es el tiempo entre el pasaje repetido del sistema solar a través del perigalaxio o apogalaxio de su órbita). El sistema solar pasó por la última vez a través del apogalaxio (el punto más alejado de la órbita) hace 76 millones de años (en el

(*) Miembro Correspondiente Extranjero de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales.

cretáceo superior) y pasará una vez más dentro de 12 millones años a través del perigalaxio (el punto más aproximado de la órbita).

La velocidad del movimiento del sistema solar en la Galaxia es igual cerca de 250 kmiseg en el perigalaxio y los 207 kmiseg en el apogalaxio. En el apogalaxio el sistema solar está 20% más lejos del centro de la Galaxia que en el perigalaxio. El autor realizó los cálculos correspondientes del movimiento de la Tierra (el sistema solar) en la Galaxia (Tamrazyan, 1964, 1967, 1977) Durante el movimiento de la Tierra en la Galaxia se modifica el campo de gravitación en el que se encuentran nuestro planeta, se modifican también las particularidades dinámicas del sistema solar (la velocidad del movimiento etc.).

La periodicidad repetida de estas condiciones acondiciona la periodicidad (pulsación) del desarrollo de la Tierra, sus procesos geológicos más importantes. En el dib. 1 se ven los resultados de los cálculos del potencial de gravitación de la Galaxia a la unidad de masa y a lo largo de la órbita de Galaxia de la Tierra (el sistema solar) cuando se mueve durante una vuelta anomalística plena (176 millones años).

A lo largo de la órbita de Galaxia este potencial se modifica alcanzando a los mayores valores en el perigalaxio ($F = 4,59 \times 10^{14} \text{cm}^2/\text{seg}^2$) y a los menores en el apogalaxio ($F = 3,62 \times 10^{14} \text{cm}^2/\text{seg}^2$). Este potencial en el perigalaxio es mayor de 27% que en el apogalaxio (Tamrazyan, 1967).

Mucha importancia tiene el incremento del potencial de gravitación según el movimiento de la Tierra. Los valores máximos absolutos del incremento del potencial de gravitación se refieren a las partes de la órbita Solar que son intermedios entre los perigalaxio y apogalaxio. Al pasar del perigalaxio hacia el apogalaxio el incremento tiene el valor negativo y al pasar atrás lo tiene positivo.

Tiene lugar la modificación muy fuerte del incremento según la órbita de galaxia del sistema solar (se aumenta y se disminuye de 10 y más veces y alcanza en el punto máximo a $18 \times 10^{11} \text{cm}^2/\text{seg}^2$ por un millón años).

Se ve en el dib. 1 el proceso del incremento de la velocidad de galaxia del movimiento de la Tierra. Las modificaciones de la velocidad de Galaxia del movimiento de la Tierra son bastante significantes: a los comienzos del invierno la Tierra se mueve de los 20% más rápida-

mente de que a los comienzos del verano. Estas oscilaciones de la velocidad del movimiento de la Tierra en los límites de un año, pasando por los efectos relativistas, forman las leyes regulares del volcanismo y la sismicidad de la Tierra.

Por toda la órbita de galaxia del sistema solar la diferencia de las velocidades del movimiento de la Tierra en los límites del año casi no se modifica (el máximo de tal modificación es sólo 1%). Hay que tener en cuenta una particularidad muy importante. Durante el movimiento del sistema solar alrededor del centro de la Galaxia (durante 176 millones años), que dura decenas millones de años, actúan monótonamente los fenómenos de tipo único que tienen significancia muy importante para la regulación de los fenómenos geológicos de períodos prolongados en el tiempo geológico prolongado.

Durante el año galaxial (176 millones años) se ve muy claramente la influencia del efecto relativista (y de inercia) sobre todo el desarrollo geológico de la Tierra que acondiciona su periodicidad y sus atributos de calidad y cantidad y, como el resultado, la distribución de los minerales explotables.

En el dib. 2 se ve las modificaciones del potencial de gravitación de la galaxia, las modificaciones de la velocidad de galaxia y la aceleración del movimiento de la Tierra durante el año galaxial, la modificación relativista de período prolongado de la masa de la Tierra y sus dimensiones según la dirección movimiento.

La velocidad del movimiento del sistema solar (y la Tierra en particularidad) se modifica muy claramente durante un año de galaxia; la máxima se refiere al perigalaxio, la mínima al apogalaxio; los valores intermedios se refieren a las partes de la órbita entre los perigalaxio y apogalaxio. Según el efecto relativista la masa de la Tierra se modifica correspondientemente a la modificación de la velocidad del movimiento de la Tierra en el sistema solar. La masa de la Tierra es máxima en el perigalaxio (de $2,08 \times 10^{21}g$ más en comparación con el caso de la ausencia del efecto relativista) y es mínima en el apogalaxio (de $1,42 \times 10^{21}g$). Además de esto la velocidad integral del movimiento de la Tierra en la Galaxia se modifica también a causa de su movimiento alrededor del Sol. Por ejemplo, en el apogalaxio, donde la velocidad media del movimiento del sistema solar en la Galaxia es igual a los 207 km/seg, la velocidad de galaxia integral de la Tierra es igual a los 230, 41 km/seg en los comienzos del diciembre y a los 184,4 km/seg en los comienzos del junio. Correspondientemente la masa de la Tierra, se

aumenta de $1,76 \times 10^{11} \text{g}$ en los comienzos del diciembre y solamente de $1,13 \times 10^{21} \text{g}$ en los comienzos del junio.

Las modificaciones del incremento de la masa de la Tierra en los límites del año se repiten cada año. Pero la modificación de la masa de la Tierra que se mueve a lo largo de la órbita de Galaxia durante las decenas millones años. (épocas geológicas) tiene una dirección determinada. Gracias al efecto relativista la masa de la Tierra se aumenta de $(1,42-2,08) \times 10^{21} \text{g}$, en general, de $2,9 \times 10^{25}$. Esta masa según el orden de los valores corresponde a la masa de la substancia que participa en el desarrollo geosinclinalorogénico de varias regiones de la Tierra.

El diámetro de la Tierra se disminuye en la dirección del movimiento del sistema solar. No es una disminución importante: (dib. 2-D), desde los 3 m en el apogalaxio, hasta los 4,5 m en el perigalaxio. No representa una importancia el valor de la reducción del radio de la Tierra (de 1,52-2,25 m), pero lo principal es que esta reducción durante muchos millones años tiene lugar en los mismos puntos de la órbita de galaxia provocando un estímulo a la sumersión en estos puntos (los focos de sumersión) que tienen mucha importancia geológica (mire el capítulo 2).

Para el desarrollo de la Tierra significa mucho la aceleración de su movimiento en la Galaxia (dib. 2-E) con la cual se unen los efectos de inercia durante el año y los procesos geológicos (geotectónicos) más importantes durante el año de galaxia (dib. 3).

Hay que notar, que las particularidades muy interesantes del desarrollo de la Tierra representa de sí un privilegio de nuestro planeta asegurado por la existencia de su satélite (la Luna), que de su lado permitió realizar con mucho éxito la redistribución del momento de la cantidad del movimiento en el sistema doble de planetas, es decir, en el sistema Tierra-Luna. Es te privilegio de la Tierra explica un hecho muy interesante y paradójico: porqué los planetas tal parecidos como Tierra y Venus que tienen casi las mismas masas, dimensiones, densidad y se encuentran muy cerca- uno a otro (Venus está sólo de 28% más cerca al Sol que la Tierra) se diferencian mucho según sus rasgos geológicos.

El análisis de todo el material sobre el desarrollo geológico de la Tierra y las particularidades dinámicas del movimiento del sistema

so-lar en la Galaxia permiten hacer las conclusiones siguientes que
carac-

terizan los rasgos principales del desarrollo geológico de la Tierra..

1. La velocidad de galaxia mínima del movimiento de la Tierra alrededor del centro de la Galaxia durante un año de galaxia (este año dura los 176 min., años) tiene lugar en el punto de apogalaxia de la órbita del sistema solar en la Galaxia (dib. 2). La velocidad máxima del giro de la Tierra, gracias al efecto relativista, tiene lugar aproximadamente en el punto de apogalaxia de la órbita del sistema Solar (Tierra) en la Galaxia.

2: Gracias al efecto relativista la concentración de la energía sismo-tectónica en la Tierra tiene lugar más frecuentemente en el período de verano.

Analógicamente durante un año de galaxia (176 min., años) la energía máxima tectónica tiene lugar en las épocas aproximadas al apogalaxio, al contar el tiempo de relajación en el verano y el otoño de galaxia.

Las temporadas del año terrestre se determinan en dependencia de la situación de la tierra en su órbita anual (cerca del perihelio es el invierno; cerca de apohelio es el verano). Analógicamente determinamos las temporadas del año de galaxia que es muy cómodo.

3. En la Tierra el efecto de inercia unido con las diferentes medidas de la aceleración del movimiento de la Tierra en la Galaxia, tiene lugar en las épocas que están alejadas del momento del pasaje de la Tierra a-través de perigalaxia a unos 20-60 min., años y los 120 min., años y más (dib. 2,E).

4. Durante el movimiento del sistema solar (Tierra) en la Galaxia se modifica el potencial de gravitación de la Galaxia a la unidad de masa. El incremento del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita del sistema solar (Tierra) tiene dos máximos durante un año; uno de estos (incremento negativo) tiene un intervalo de 11-55 min., años , y el otro (incremento positivo) un intervalo de 121-165 min., años (dib. 2A). Con estos máximos es coordinada la aceleración del movimiento de la Tierra en la Galaxia (dib. 2,E) y entonces, la influencia de los efectos de inercia sobre el desarrollo de la Tierra.

5. Todo lo que fue dicho permite dividir el año de galaxia, analógicamente con el año terrestre, de las temporadas de galaxia: invierno de galaxia (cerca del perigalaxio), primavera de galaxia (entre los periga-

laido y apogalacio), verano de galaxia (cerca del apogalaxio), otoño de galaxia (entre los apogalacio) y (perigalaxio). Estas temporadas de galaxia se caracterizan de un complejo de los efectos relativistas, de inercia y otros y la situación geográfica correspondiente. Teniendo en vista todo esto determiné las temporadas de galaxia en mis obras precedentes (Tamrazyan, 1964, 1967 etc.).

Las conclusiones aquí presentadas forman la base de la teoría física del desarrollo de la Tierra como un cuerpo celeste que está en plena dependencia de las leyes principales de la física, sobre todo de la mecánica, según la cual la redistribución del momento de la cantidad del movimiento es como un controlador, y los efectos relativistas y de inercia se infiltran en general a través de este indicador.

Todo el desarrollo geológico de la Tierra está unido con dicho control, depende de este y forma las leyes, la periodicidad de las cuales corresponde a la periodicidad de los efectos relativistas, de inercia y otros unidos con el movimiento de la Tierra en la Galaxia. De todo esto depende la distribución de los minerales explotables de la Tierra.

En nuestro trabajo las particularidades del desarrollo geológico de la Tierra se analizan a la base de un intervalo más conocido de su historia, es decir, a la base de los fenómenos del Phanerozoico, durante el que la Tierra (sistema solar) hizo dos plenos giros en la Galaxia y termina su tercer giro.

En los capítulos siguientes se describen las relaciones del desarrollo de la Tierra con su estado especial.

2. Las etapas principales del desarrollo de la Tierra y sus relaciones con los efectos relativistas y de inercia durante el movimiento de la Tierra en la Galaxia.

Uno de los rasgos principales del desarrollo tectónico de la Tierra es su periodicidad. Los procesos internos cualesquiera que sean (incluso el proceso de acumulación de la energía calorífica en las entrañas) no pueden explicar la regularidad relativa de la periodicidad del tectogénesis y el sincronismo aproximado (además de distintas desviaciones) en los límites de las regiones muy alejadas una de otra.

Todas las tentativas de unir esta periodicidad con los procesos internos significan lo mismo que construir el "perpetuum mobile". Solamente las fuerzas exteriores (especiales) pueden infiltrar su periodicidad en los procesos terrestres creando las condiciones para la periodicidad de los varios procesos tectónicos.

La periodicidad endógeno-tectónica refleja la periodicidad espacial de la transformación de las condiciones en las cuales sigue estando la Tierra. Entonces, hasta el proceso muy profundo de la diferenciación de la substancia en la Tierra y la dirección variable de la consolidación en sus geoesferas son regularizadas por los factores espaciales del autodesarrollo de la Tierra. La periodicidad de la redistribución del momento de la cantidad del movimiento de la Tierra en la Galaxia (con un período igual a los 176 min., años) acondiciona directamente la periodicidad de galaxia de la misma duración en su pulso; entonces, las cuatro temporadas del año de Galaxia (cada una de duración de 40-50 min., años) acondicionan los períodos geológicos de misma duración (Tamrazyan, 1964, 1967 etc.). El análisis realizado nos permite hacer las conclusiones siguientes:

1. Después de pasar a través del perigalaxio de la órbita alrededor del centro de la Galaxia la Tierra disminuye la velocidad de su movimiento aproximándose al perigalaxio; para conservar el momento de la cantidad del movimiento el planeta aumenta un poco la velocidad de su giro lo que, en su turno, aumenta el achatamiento y entonces en la zona de ecuador se forma el momento suplementario de la cantidad del movimiento causado por la moderación del movimiento de la Tierra por la órbita galáctica. De otro lado, a causa de la necesidad de intercalar este momento suplementario de la cantidad del movimiento, la Tierra hace alejarse un poco del eje de giro a las formaciones más compactas sobre su superficie, es decir, los continentes que elevándose utilizan una parte del momento demasiado de la cantidad del movimiento. Gracias al efecto relativista sobre la Tierra comienza una época de alta estación del sial, comienza un régimen uniplanetario geocrático que se refiere primeramente a las plataformas elevadas y después a las regiones geosinclinal-plegadas, sobre las cuales se reducen las superficies marítimas y tiene lugar frecuentemente una regresión total. Las épocas geocráticas se tardan un poco y corresponden frecuentemente al otoño galáctico (análogicamente a la tardanza de los efectos de marea contemporáneos).

Todos los regímenes geocráticos conocidos en el Phanerozóico, en el desarrollo del sial cada vez casi exactamente correspondían a las

épocas cuando la Tierra ya pasó su apogalaxio, es decir a la segunda . mitad del verano galáctico y al otoño galáctico (dib. 3.) Tubo lugar este fenómeno antes el período cambriano y a los principios de este, después en el fin del período permiano y principalmente en el período triásico y, por fin, en el período numulítico-mioceno. Durante todo el Phanerozóico no hubo ni un caso cuando el otoño galáctico sobre la Tierra no coincidiera con el régimen geocráticos.

Este fenómenos de subordinación de los regímenes geocráticos de la Tierra a su pasaje a través de los mismos puntos determinados de su órbita galáctica, es decir, en las épocas del otoño galáctico es muy constante y exacto (dib. 3).

2. A medida de que la Tierra sigue aproximándose al apogalaxio y la velocidad de su movimiento se disminuye, se hacen más intensivas las fuerzas de inercia que estimulan la dislocación y el desplazamiento de las plataformas ya muy elevadas a este tiempo.

Por ser la cantidad máxima del momento de cantidad de movimiento unida con las masas en las bajas latitudes, las plataformas de baja latitud empezaban a desplazarse más temprano. Entonces, en el Phanerozóico (por ejemplo, en su primera mitad) en las bajas latitudes se encontraba Gondvana, pero Euroasia se encontraba en las latitudes moderadas y por eso las plataformas ecuatoriales y semiecuatoriales (las plataformas del sur) es decir, las de Gondvana debían empezar su desplazamiento más temprano que las plataformas de altas _latitudes en al esfera del norte.

La deriva de los continentes depende de los continentes, según las leyes de redistribución del momento de cantidad del movimiento de la Tierra durante su movimiento en la Galaxia y por eso siempre coincide con el otoño galáctico es decir después de que los cóntinetites. ya se elevan mucho. Todas las épocas de movimiento amplificado de las plataformas, conocidas en la Tierra coinciden con el otoño galáctico. A estas pertenece la amplificación del desplazamiento en el período silúrico-devoniano inferior (suave), en el fin del período permiano y principalmente en el Triás y en el Cenozóico. Las plataformas del sur empezaban la deriva casi siempre más temprano que las del norte.

Para el efecto relativista la dirección de la rotación de la Tierra ca-si no tiene significancia, más para el efecto de inercia la tiene mucha. La Tierra se desplaza alrededor del Sol directamente (del occidente ha-

cia **el** oriente) y rueda la misma alrededor de su eje también directamente. Pero el sistema solar (incluso la Tierra) rueda alrededor del centro de la Galaxia en la dirección inversa (dib. 4). Gracias a esto los efectos de inercia durante el movimiento desde el perigalaxio hacia el apogalaxio provocan la tendencia del desplazamiento de las partes del planeta más aflojadas (ante todo de la corteza terrestre y las partes adyacentes del manto) hacia el occidente, es decir en la dirección inversa a la rotación de la Tierra. Este fenómeno se hace muy significativo cuando la aceleración se hace máxima, sobre todo cuando crecen sus valores positivos. Esto coincide con el fin del verano y el otoño galáctico (el tiempo de relajación).

Después de pasar a través del apogalaxio el efecto de inercia desaparece muy pronto y por eso las condiciones más favorables para que este efecto aparezca surgen al fin del verano galáctico y en el comienzo del otoño galáctico.

En las condiciones habituales de ausencia del movimiento libre de la corteza terrestre y las partes adyacentes el efecto de inercia causa el hinchamiento y los continentes se elevan. Entonces cerca del apogalaxio cada de los dos principales efectos del génesis cósmico (relativista y de inercia) tienen como el resultado el mismo fenómeno la elevación de las partes superiores del planeta, es decir de los continentes.

Entonces, a los comienzos del otoño galáctico los continentes están elevados, el sial se encuentra a la mayor altura hipsométrica. Esto determina la deriva siguiente cuando los dos efectos como si desaparecen (el efecto relativista poco a poco disminuye su significación y su valor absoluto; el efecto de inercia no sólo se disminuye sino comienza a accionar en la dirección inversa).

Todo esto da una posibilidad de concluir: es una ley necesaria que en la historia de la Tierra todas las épocas geocráticas (las épocas de alto estado del Sial y las regresiones uniplanetarias) deben coincidir y coinciden realmente a los intervalos de tiempo cuando la órbita galáctica está cerca del apogalaxio; en el corto período que sigue después, coinciden con el fin del verano galáctico y con el comienzo (la primera mitad) del otoño galáctico.

Cuando la Tierra (el sistema solar) se mueve desde el apogalaxio hacia el perigalaxio estos procesos se realizan en la dirección inversa. Los procesos relativistas obteniendo un valor absoluto más grande tienen como resultado la disminución de la velocidad de rotación de la

Tierra y de este modo a la disminución de su aplastamiento. En la zona cercana al ecuador $0-35^{\circ}$ tienen lugar bajas que se expresan en el reforzamiento de las tendencias geosinclinales y provocan las transgresiones amplias.

Aquí se desarrollan los movimientos descendentes. En las latitudes más altas (35°) la corteza terrestre se eleva un poco y ayuda a las regresiones locales.

Durante el movimiento de la Tierra desde el apogalaxio hacia el perigalaxio el efecto de inercia acciona en la dirección inversa forma la tendencia del desplazamiento de los continentes en la dirección inversa (hacia el oriente).

Pero esta deriva oriental, que corresponde al período de pasaje a través del perigalaxio, ya no es mantenida por el efecto relativista que, al contrario, la detiene (los hundimientos pero no las elevaciones -del sial). Por eso la deriva oriental es débil y corresponde casi siempre a las altas latitudes acondicionando de este modo unos giros (hacia el oriente) de los continentes de alta latitud (para las partes de periferia) a la relación de los de baja latitud.

Durante la deriva occidental, que es la más significativa y corresponde al período de pasaje a través del apogalaxio, el efecto de inercia a diferencia del efecto relativista acciona casi en todas las latitudes acondicionando la deriva occidental global.

- En este caso la parte del efecto relativista que acondiciona el desplazamiento de las zonas de baja latitud ($0, + 35^{\circ}$) entra en el "balance de deriva" común sólo como un componente.

Como los máximos y mínimos de los efectos relativistas y de inercia no coinciden y en algunos casos son desplazados y hasta opuestos, su efecto integral resulta en ondas de elevaciones y bajadas del sial (al mismo tiempo resulta las ondas de regresiones y transgresiones correspondientes), aunque el máximo geotectónico de elevación del sial que correspondía a los períodos de pasaje a través del apogalaxio y poco después, se queda estable. Los máximos de hundimientos que corresponden a los períodos cerca del perigalaxio son caracterizados por tres ondas una de las cuales coincide con la época anteperigaláctica (el comienzo del invierno galáctico), dos otros coinciden con el fin del invierno galáctico y la primavera galáctica.

Las bajas del sial más grandes en la historia de la Tierra (las épocas de las transgresiones más poderosas), casi siempre corresponden a la primavera galáctica y los períodos más próximos de las temporadas siguientes (el fin del invierno y el comienzo del verano), (dib. 3).

El tectogénesis que representa de sí una función de la aceleración de la Tierra en la Galaxia es incesante pero su actividad se modifica según las particularidades de sus modificaciones.

3. La deriva occidental es principal, corresponde a la segunda mitad del año galáctico (al tercer trimestre de este año), a los períodos después del pasaje a través del apogalaxio, cuando la aceleración en el movimiento de la Tierra en la Galaxia sigue creciendo, con el signo positivo (dib. 3). La deriva occidental corresponde al intervalo de tiempo cuando la aceleración en el movimiento de la Tierra toma el valor de 0 hasta + 0,8 mm/seg., en el año (aproximadamente es igual al intervalo de tiempo 0-45 millones años después de que la Tierra pasó a través del apogalaxio de su órbita galáctica). En los períodos de la deriva occidental que es la más significativa los efectos relativistas la ayudan también. Los continentes situados cerca del ecuador comienzan la deriva más temprano que los de bajas y altas latitudes.

La deriva oriental es más débil y menos intensa, la impiden los efectos relativistas (transformados por la modificación de la velocidad de rotación de la Tierra). La deriva oriental coincide con el período aproximado al pasaje a través el perigalaxio es más favorable para las plataformas de latitudes medias (35-60') y altas (más de 60'). La deriva oriental, en comparación de la occidental, demuestra el desplazamiento de los continentes de la alta latitud hacia el oriente en relación de los de baja latitud (aproximados al ecuador). Todo esto representa el fenómeno de la rotación de los continentes (en el sentido de las agujas de un reloj en la semiesfera de norte y en el sentido contrario a las agujas de un reloj en la semiesfera de sur).

Según los datos geológicos y paleomagnéticos la velocidad del desplazamiento de los continentes durante la deriva alcanza a muchos centímetros por el año. Puede ser que durante un período de la deriva occidental el desplazamiento de los continentes alcance a unas centenas de kilómetros.

La deriva es de natural relativista, de rotación e inercia; todas las

derivas son de génesis cósmico. Pero en la historia de la Tierra, en el Mesozóico medio se formaron las condiciones para una poderosa deriva uniplanetaria; se puede explicar esto solamente a causa de las leyes del desarrollo interno de la Tierra. Este desarrollo interno provocó la formación en el Mesozóico medio de una inestabilidad que en su turno ayudaba a una amplificación extraordinaria de la deriva. Las condiciones interplanetarias favorables para la deriva no las había antes del Mesozóico, se formaron en el Mesozoico medio y accionarían en el futuro, cada vez más fuertemente. Los efectos galácticos que acondicionaron la deriva de los continentes, en el Mesozóico "usaron" las condiciones intratelerúicas, favorables a la deriva. No fijemos atención en la descripción de las causas y esencia de dichas condiciones intratelerúicas que empezaron a ayudar a la deriva. Fue publicado en nuestras obras editadas en la URSS (1959, 1967 a) y en Inglaterra (1967b). En el artículo publicado en inglés (Tamrazián, 1967b) por primera vez en la ciencia fue pronosticada la sismicidad de la Luna las profundidades más dinámicas donde la salida de la energía sísmica debería ser máxima. Marcamos en aquel artículo que "a la profundidad de 500-850 km se modifica la composición general de la sustancia lunar y es una de las principales zonas sísmicas de la Luna" (Yamrazian, 1967b, pág. 79).

Entonces, en los años 1966-1967, mucho antes del vuelo a la Luna de los primeros astronautas y la instalación allí de los aparatos sísmicos para la exploración de las entrañas de la luna (segunda mitad de 1969 y más tarde) fue marcada la presencia probable a la profundidad de 500-850 km. más bajo de la superficie de la Luna de una zona sísmica (activa.). La hipótesis publicada en Inglaterra fue confirmada completamente después por las investigaciones sísmicas realizadas con la ayuda de los lanzamientos de los "Apolos", los investigadores hallaron este enigma de las entrañas de la Luna, predicha mucho antes por medio de una decisión de la cuestión obtenida en estudio; esta decisión fue muy buena y cómoda, pero hasta hoy día no es contada y adoptada por la ciencia.

4. La ley más importante de la naturaleza es la constancia del aumento de cantidad del movimiento y esta ley acondiciona toda la diversidad de los procesos geológicos y geográficos. La deriva intensa de los continentes y la transferencia de grandes cantidades de rocas denudadas en las zonas bajas (geosinclinales, de plataforma), es decir, súbraspas en una posición hipsométrica más baja, tanto como su acarreo en las zonas de más alta latitud-todo esto es coordinado obligatoriamente por la redistribución del momento de la cantidad del movimiento. Esta

última acondiciona la modificación de la velocidad de rotación de la Tierra.

El efecto relativista asegura para la Tierra una maravillosa propiedad más. El diámetro de la Tierra en el sentido de su movimiento acelerado hacia el perigalaxio disminuye. La Tierra como si se reduce en el sentido de su movimiento, el aplastamiento obtiene el valor máximo en el sentido de la velocidad integral del movimiento de la Tierra en la Galaxia. Este aplastamiento abrazando toda la Tierra (desde la corteza terrestre hasta el núcleo del planeta) contribuye a la formación de los centros de hundimiento sobre la superficie terrestre y más profundamente (los focos de hundimiento. Después de recibir el impulso inicial el hundimiento sigue realizándose por sí mismo, marcando las zonas que bajan gracias a la nueva carga de los depósitos acumulados, todo este proceso sigue prolongándose hasta un tiempo determinado. La aceleración de la velocidad de rotación de la Tierra y la disminución correspondiente de su radio durante muchos millones y decenas millones años, los focos de hundimiento forman los arcos en la Tierra. Con estos arcos coinciden frecuentemente las zonas de hundimiento (en forma de las esterchas y prolongadas zonas de una flexión intensiva). Las geosinclinales que se forman durante estos proceso evolucionan su desarrollo de un modo energético ventajoso.

Después, cerca del apogalaxio, cuando: se disminuye la velocidad de movimiento de la Tierra; el efecto relativista lleva la necesidad de realizar "el exceso" surgido del espontáneo momento de cantidad de movimiento y el efecto de inercia lleva la inestabilidad, entonces se amplifican los movimientos orogénicos que alejan del eje de rotación de la Tierra unas considerables masas de rocas de las zonas geosinclinales, aceptan una parte del "exceso" surgido del momento de cantidad de movimiento.

Entonces, los movimientos orogénicos representan un proceso prolongado. No obstante, sus paroxismos coinciden con los períodos determinados del movimiento de la Tierra en la Galaxia, concentrándose cerca del apogalaxio y abrazando después bastante frecuentemente un período de tiempo directamente antes de la total elevación del sial y en particularidad después de todo esto, cuando comienza la deriva occidental de los continentes.

Según las condiciones de su formación y realización los procesos orogénicos son prolongados, siguen prolongándose durante unos siglos y épocas geológicos. No obstante, sobre el fondo de la rotación

de la Tierra en la Galaxia los movimientos orogénicos se condensan en unas zonas de la órbita galáctica sobre todo, cerca del apogalaxio y después de este, en el período de la deriva occidental (dib. 3.).

En los períodos de la deriva oriental (cerca del perigalaxio) en unas partes también se amplifican los movimientos orogénicos, aunque menos globales que los aproximados al apogalaxio.

En efecto de inercia consiste en lo siguiente: moviéndose en la Galaxia con las velocidades que siempre se modifican, la Tierra crea cerca de su superficie (la corteza terrestre y el manto superior) un estado de inercia inestable que se puede comparar con la situación en la que están los pasajeros en un auto (o en un tren) que sigue pasando con diferente velocidad: en el momento de frenar los pasajeros se adelantan y en el momento de acelerar se echan atrás.

5. Durante todo el fanerozoico las superficies máximas de acumulación de los depósitos sistemáticamente correspondían a los períodos de disminución de la velocidad del movimiento de la Tierra en la Galaxia (dib. 5).

Las superficies máximas de acumulación de los depósitos en los períodos cretáceo, carbonífero, permiano inferior, ordovícico y siluriano inferior siempre coincidían con los períodos de disminución máxima de velocidad del movimiento de la Tierra en la Galaxia, es decir con los períodos de las aceleraciones negativas en este movimiento. En el fanerozoico las superficies máximas de las zonas de derrumbio sistémicamente coincidían con los períodos de crecimiento de la velocidad de movimiento de la Tierra en la Galaxia, sobre todo con los períodos de crecimiento de las magnitudes positivas de aceleración y correspondientemente con los períodos de disminución de la velocidad de la rotación de la Tierra.

En cuanto que la velocidad de la rotación de la Tierra se disminuye la Tierra eleva los continentes (las plataformas y zonas geosinclinal-orogénicas) para conservar el momento de cantidad de movimiento y conformemente a esto se aumentan las superficies del derrumbio. Después del período cambriano este fenómeno tuvo lugar en el fin del Silurio y en el comienzo del Devónico, en el Permiano superior y el Triásico, en el Jurásico y el Cretácico.

En el fanerozoico siempre tenían lugar la aumentación de las superficies de acumulación, en la primera mitad del año galáctico, es de-

cir desde el perigalaxio hacia el apogalaxio hacia (cuando la velocidad de movimiento de la Tierra se disminuye y la velocidad de rotación se aumenta constantemente) y el aumento de las superficies de derrumbio en la segunda mitad del año galáctico, es decir desde el apogalaxio hacia el perigalaxio (cuando la velocidad de rotación de la Tierra se disminuye constantemente). Durante el fanerozoico la dominación del hundimiento (las zonas de acumulación se cambia de la dominación de la denominación de la elevación (las zonas de derrubio) y este fenómeno coincide con las épocas cuando el sistema solar (la Tierra pasa a través del apogalaxio de su órbita; este cambio se realizaba bruscamente y la busqueda del cambio se aumenta desde el comienzo hacia el fin del fanerozoico alcanzando al máximo en el fin del Cretáceo superior (muy cerca al numulítico).

6. Durante el fanerozoico la contrastabilidad de la tectogénesis global de la Tierra estaba muy estrechamente unida con su movimiento en la Galaxia (dib. 6). La contrastabilidad de los movimientos verticales se aumentaba bruscamente en la segunda mitad del año galáctico después de pasar a través del apogalaxio de la órbita galáctica de la Tierra.

En cuanto la Tierra empieza a aumentar la velocidad de su movimiento en la Galaxia y disminuir la velocidad de rotación, la contrastabilidad de los movimientos tectónicos crecía bruscamente en las condiciones de una redistribución del momento de cantidad del movimiento. Este fenómeno tenía lugar en el fanerozoico cada vez cuando la Tierra al pasar a través del apogalaxio estaba en el segundo semestre galáctico.

La contrastabilidad de la tectogénesis (la diferencia de las superficies de derrubio y acumulación en los límites de los continentes-plataformas y las zonas geosinclinal-orogénicas) para los tres primeros semestres del año galáctico era igual en general a $07, \times 10^6 \text{ km}^2 / \text{min años}$ ($0 \text{ m}^2 \text{ año}$), mientras que para el segundo semestre galáctico era igual en general a $3,9 \times 10^6 \text{ km}^2 / \text{min años}$, es decir de 5-6 veces más. Sin comparar los tres años galácticos se puede ver que en el primer semestre galáctico del fanerozoico la contrastabilidad común de

- (1) Los datos primarios para el dib. 5 tomé de A.B. Ronov (1976) que dió los datos sobre las superficies de derrubio, acumulación y volumen de los tipos más importantes de las formaciones de plataformas, geosinclinales y continentes para las diferentes épocas del fanerozoico. Después de tratar estos datos primarios realice los cálculos indicados en los dib. 5-7.

la tectogénesis en general se conserva ($0,57, 0,77$ y $0,67 \times 10^6 \text{ a}^{-1}$ lml-n., años en cada semestre). No obstante, en el segundo semestre galáctico del fanerozooico la contrastabilidad común, de la tectogénesis se aumenta poco a poco (en $10^6 \text{ km}^2 \text{ lmin.}, \text{años}$): $0,8$ en el primero; $5, 1$ en segundo, $5,5$ en el tercer semestre galáctico: Es muy importante: se conserva en el fanerozooico la contrastabilidad común de la tectogénesis en el primer semestre y se aumenta (de 5-7 veces más) en el segundo semestre.

7. La velocidad media del hundimiento de las zonas ae. acumulación se aumentaba considerablemente en la segunda mitad del año galáctico, es decir durante el movimiento de la Tierra desde el apogalaxio hacia el perigalaxio (dib. 7).

Esta situación es muy clara y no exige ningunas explicaciones. Corresponde por completo a nuestra tesis sobre los ritmos de la tectogénesis de la Tierra en distintas zonas de su órbita galáctica. Correspondientemente se aumentaba el ritmo de la formación de las rocas precipitadas. Análogicamente se aumentaba la velocidad media de la elevación de las zonas de derrubio (las plataformas y zonas de orogénicas).

& En la volcanología ya hace tiempo existe un término muy conveniente - (Ritman, 1960 el coeficiente de explosión (E) que representa de si (en p.c.) la relación volumen de masas no consolidadas eruptivas a todo el volumen de las sustancias eruptivas (las lavas y masas no consolidadas).

Para toda la Tierra el coeficiente de explosión mediado fue adoptada igual en 84 p.c. El coeficiente de explosión mediado fue adoptado para las zonas. Se ve en la tabla 1 los coeficientes de explosión mediados para latitudes calculados por el autor; para asegurar la exactitud del cálculo, calculamos primeramente por separado la modificación en varias latitudes de los volúmenes de lava y los de mascas no consolidadas eruptidas por los volcanes; y según los intervalos de 10 grados y de tres latitudes dos veces deslizantes; después fue tomada la relación de los volúmenes de las masas no- consolidadas a todo el volumen de la sustancia eruptiva a lo largo de toda la zona de latitud. Los resultados de los cálculos que determinan los totales uniplanetarios coeficientes de explosión para las diferentes zonas de latitud de la Tierra nos permiten presentar una particularidad global muy interesante e importante. Consiste en el aumento sistemático de los coeficientes de

explosión desde las zonas boreales (de alta latitud) hacia las zonas ecuatoriales (de baja latitud).

Esta modificación (aumento) hacia el ecuador se realiza sin tras-torno alguno de una latitud a la otra. En las latitudes boreales el coeficiente de explosión es bajo ($E = 5, 2-16,4$ p.c., para las zonas de $70-90^0$), se aumenta en la zona de $60-70^0$ ($E = 24,3$), crece bruscamente cerca de la zona subtropical ($E = 4, 1$ p.c., para la zona de $20-30^0$) y alcanza al máximo en la zona ecuatorial ($E = 93, 2$ p.c., para las zonas $0-10^0$).

En el dib. 8 se ve el crecimiento sistemático del coeficiente de explosión desde las altas latitudes hacia las bajas. Esta maravillosa modificación uniplanetaria del coeficiente de explosión según las latitudes es causado por el efecto relativista que resula la redistribución del momento de cantidad del movimiento. Como hemos dicho, la modificación tiene significación uniplanetaria, aunque en varias regiones, en dependencia de las locales particularidades de la estructura geológica, los coeficientes de explosión tienen valores cualesquiera. Esta regularidad importante es acondicionada por las leyes de la mecánica, que exigen para la conservación (o el incremento proporcional) del momento de cantidad de movimiento una transferencia de las sustancias eruptivas a las diferentes distancias en las diferentes zonas de latitud. La uniplanetaria regularidad de modificación del coeficiente de explosión de latitud desde las zonas boreales hacia las ecuatoriales está en plena conformidad con la teoría.

9. El análisis común de la tectogénesis demuestra que los movimientos tectónicos se prolongaban sin cesar. Al mismo tiempo su intensidad se aumentaba en las épocas concretas determinadas por las particularidades galácticas del movimiento de la Tierra. Entonces se determinan las épocas de la amplificación de la tectogénesis separadas por las épocas más prolongadas de una actividad tectónica menor. Estas épocas de amplificación y aflojamiento de la tectogénesis marcan juntos los ciclos (etapas geotectónicas) que tienen prolongación de un año galáctico. El papel y la significación de distintos tipos de los movimientos tectónicos en general se modifica durante el año galáctico según sus propiedades (movimientos ondulatorios, oscilatorios, orogénicos, de ruptura). Los ritmos, intensidad y volumen de estos movimientos tectónicos diferenciándose entre si, se determinan en distintas épocas según la posición de la Tierra en cualquier zona de la órbita galáctica en cada época, es decir según la posición de las épocas en el año galáctico.

La tectogénesis unida con el movimiento de la Tierra en la Galaxia tiene carácter cíclico, a veces se amplifica, a veces se disminuye.. El rasgo característico de a tectogénesis es su carácter pulsante.

10. En la Galaxia el movimiento de la Tierra está unido con la periodicidad de modificación del clima.

La zonalidad climática se amplificaba cerca del apogalaxio cuando se aumentaba la velocidad de rotación de la Tierra, las zonas climáticas se estrechaban haciéndose al mismo tiempo más contrastantes. Con la modificación del clima está unido el desarrollo del mundo orgánico y sus regularidades.

3. Las principales etapas en el desarrollo del mundo orgánico como la irreversible reflexión del movimiento de la Tierra en la Galaxia.

Para describir la modificaciones generales de las formas orgánicas en el fanerozoico es muy cómodo usar la idea de tres años galácticos ya descritos antes. La comparación de la historia del mundo orgánico y el movimiento del sistema solar (la Tierra) en la Galaxia de-muestra que las modificaciones en la composición del mundo orgánico coincidían cada vez con el período del verano galáctico, cuando la Tierra estaba en la zona del apogalaxio de su órbita donde las mecánicas y geológicas características de la Tierra obtenían a menudo valores extremales.

Durante el primer pasaje a través del apogalaxio de la órbita de la Tierra en el fanerozoico (aproximadamente en el tiempo entre el sistema ordovicense y el Silúrico) se modifica principalmente la composición de la fauna de trilobites y graptolites y también se modifica considerablemente la fauna de braquiópodos e intestinales de cavidad. Más tarde (dentro de los 15 p.c., de la prolongación del año galáctico en el fin del Silúrico) se disminuyó la cantidad de los graptolites, nautiloides, cistoideos, trilobites. Las condiciones bionómicas que se modificaron en el período de pasaje a través el apogalaxio y fueron unidas con las transformaciones por el régimen de estado galáctico de la Tierra, contribuían a la modificación de la composición del mundo orgánico.

Durante el segundo pasaje a través del apogalaxio en el

phanerozóico (aproximadamente entre los Pérmicos inferior y superior) se redujeron mucho los helechos paleozóicos, helechos de se-milla, cordaitos; en aquel entonces el papel principal pertenecía a las especies de semillas sin pericarpio (coníferas, de cigarra etc.) Más tarde (dentro de los II p.c., de la prologación del año galáctico en el fin del Pérmico superior) desaparecieron por completo los trilobites, cistoideos, blastoides, erizos antiguos, muchos grupos de crinoides, gigantostrakios, goniotites, rugosos, tabulatos, muchos géneros de braquiopodos. Entonces, durante el segundo pasaje a través de la zona del apogalaxio en el phanerozóico, tan como durante el primero, tienen lugar las importantes transformaciones en el mundo orgánico. Las causas son mismas: son los factores unidos con el movimiento de la Tierra en la Galaxia y seguidas de todo esto las transformaciones geotectónicas y paleogeográficas. Precisamente en este tiempo (Pérmico superior) en la Tierra se modificaban bastante las condiciones paleogeográficas (regiones, determinación de las zonas climáticas etc.).

El tercer pasaje a través al apogalaxio en el phanerozóico (en el fin del Cretáceo superior) condujo a la desaparición de los plesiosauros, pterosauros, dinosaurios, pterodactiles, amonitas, blemnitas, bivalvas y gastropodos. Este fenómeno tuvo lugar durante solamente 6 p.c., de la prolongación del año galáctico. Entonces, el tercer pasaje de la Tierra a través del apogalaxio de su órbita, tan como dos otros; tuvo un resultado trágico - desaparecieron sobre la Tierra los más representativos géneros del mundo orgánico.

Hay que tener en cuenta que a pesar de que la desaparición de los representantes más importantes del mundo orgánico durante el pasaje de la Tierra a través de la zona de apogalaxio se realizase relativamente pronto, se preparaba poco a poco, durante la larga vía hacia el apogalaxio.

Antes de alcanzar al apogalaxio el mundo orgánico a menudo florecía en el fin del invierno galáctico, y sobre todo por la primavera galáctica. Acercándose al verano galáctico el mundo orgánico, bajo la influencia de las condiciones paleogeográficas modificadas negativamente, sufría la influencia de las contradicciones internas; entonces, las formas que dominaban, no podían soportar aquellas condiciones duras y desaparecían primeros, mientras que otras formas, sobre todo las inferiores (ínfimas) en su mayoría seguían adelante, continuando su desarrollo y solamente modificándose un poco.

Entonces, se puede decir que el mundo orgánico de la Tierra posee su máximo ritmo de oscilación conmensurable con la prolongación de un año galáctico (176 min., años).

Analicemos este ritmo máximo para el medio biógeno a base de hechos de la existencia de los organismos en el fanerozoico y revelemos sus principales regularidades.

A. El mundo vegetativo es caracterizado por las particularidades siguientes de su coincidencia galáctica (dib. 9).

a) El mundo vegetativo alcanza a su florecimiento y desarrollo máximo en la primavera galáctica y se prepara para ese florecimiento hasta en el invierno galáctico.

b) El desarrollo del mundo vegetativo es oprimido relativamente en el verano galáctico. En la primera mitad del verano acaba de realizarse el desarrollo de muchos representantes del mundo orgánico. En el verano galáctico no favorable comienzan a desarrollarse algunos tipos vegetativos.

c) En el otoño galáctico, a diferencia de la primavera galáctica en general no se desarrolló completamente ni una de las especies vegetativas; los casos exclusivos son muy raros. No obstante, en el otoño galáctico no muy raramente empiezan a desarrollarse unas especies cuyo desarrollo máximo coincidirá después con el invierno y sobre todo con la primavera galáctica.

eh) La vegetación que empieza a desarrollarse en el invierno galáctico (o en el otoño) y se distribuye en alto grado en la primavera galáctica que viene después, no tiene frecuentemente una vida prolongada. Estas especies vegetativas existen casi siempre solamente un año (anuales) o un medio año (y hasta menos). La vegetación que empieza su desarrollo en el verano galáctico en la época cuando el desarrollo de muchas otras especies es oprimido, poseen un potencial bioenergético de existencia más prolongado. Existen no sólo un año sino siguen existiendo (aunque en un estado oprimido o reducido) durante más de una rotación del sistema solar (la Tierra) en la Galaxia.

La comparación de las tendencias del desarrollo del mundo vegetativo durante un año galáctico (176 min., años), cuando el sistema solar da una rotación plena por su órbita galáctica, alrededor del centro de Galaxia, con el proceso del desarrollo del fitoplanctón

durante el

año contemporáneo (365 días) cuando la Tierra da una rotación por su órbita alrededor del Sol, demuestra su paralelismo casi sincrónico. Los máximos principales del desarrollo del mundo vegetativo en ambos casos coinciden con la primavera y los mínimos con el verano (dib. 9).

La mayor difusión del mundo vegetativo en el fanerozoico coincide con las épocas de disminución del potencial de gravitación de la Galaxia sobre el trayecto del sistema solar (la Tierra) en esta última y al mismo tiempo coinciden con las épocas de disminución de la aceleración en la rotación de la Tierra alrededor del centro de Galaxia (dib. 9). Con las épocas de las magnitudes extrémas de aquellas disminuciones (principalmente de signos negativos) coinciden los máximos de la difusión del mundo vegetativo en el fanerozoico. Todo esto refleja las modificaciones correspondientes de las condiciones paleogeográficas y geofísicas en la Tierra indirectamente determinadas por las dinámicas particularidades del movimiento de la Tierra en la Galaxia.

Las modificaciones y transformaciones del mundo vegetativo se realizan poco a poco, según el ritmo de modificación del incremento de la velocidad de la rotación de la Tierra en la Galaxia. Para la Tierra estas condiciones cósmicas tienen carácter periódico pero para el mundo orgánico son invencibles que provoca el cambio de especies.

Los anuales galácticos son los más típicos representantes del mundo vegetativo. Coinciden con unas temporadas del año galáctico (176 min., años) mientras que en otras temporadas del año su difusión es limitada y se desaparece. Analizando los anuales tenemos en vista el año galáctico de cuatro estaciones.

B. Los vertebrados que son muy móviles y por eso son capaces de migrar y buscar las condiciones favorables de paisaje para su existencia, mucho menos dependen en su difusión de las particularidades galácticas. No obstante, hasta los animales vertebrados que existen gracias al mundo vegetativo, también sufren de alguna manera la influencia de las circunstancias cósmicas durante el año galáctico. Para los animales vertebrados son muy importantes las siguientes particularidades de la coincidencia galáctica (dib. 10).

a) La primavera galáctica es también la más importante época para una amplia difusión de los animales. De otro lado los animales vertebrados se difunden ampliamente en el otoño galáctico también.

b) Los animales vertebrados son también los anuales galácticos, pero su existencia dura mucho más. Hay ejemplos de la existencia de los bienales galácticos; hay que subrayar que la difusión amplia y el desarrollo máximo de los bienales en el segundo año galáctico frecuente-mente coinciden con la misma temporada que en el año precedente. Por ejemplo: los birespirantes (N 5 en el dib. 10) tenían difusión máxima en el devónico (el otoño galáctico), después se redujeron en el carbonífero inferior y medio (el otoño y la primavera galáctico) y sobre todo en el carbonífero superior y en el pérmico (verano galáctico), más tarde se difundieron ampliamente de nuevo en el triásico (también en el otoño galáctico). Entonces, las condiciones cósmicas más favorables para los birespirantes coinciden con el otoño galáctico.

El segundo ejemplo, los que tienen huesos (N 8 en el dib. 10), empezaron a desarrollarse en el pleno otoño (triásico superior) y en el invierno (jurásico). Después los que tienen huesos se difundían en las siguientes temporadas galácticas análogas: el otoño (numulítico-mioceno) y el invierno (plioceno-antropogeno). Lo mismo se refiere a los reptiles (N 11 en el dib. 10) que al empezar su desarrollo en el otoño galáctico (triásico) y a los principios del invierno (jurásico inicial), esperaron después que pasase el verano y más tarde se desarrollaron muy intensivamente en la misma temporada galáctica siguiente en el otoño (cenozoico), es decir, en la época análoga en la cual habían empezado su desarrollo.

El tercer ejemplo: las tortugas (N 14 en el dib. 10) que empezaron su desarrollo al fin de otoño y al principio del invierno, después casi no se difundían siendo oprimidas y se desarrollaron y difundieron más tarde cuando vino de nuevo el otoño galáctico (numulítico mioceno).

Estos ejemplos sorprendentes confirman la importante tesis sobre la coincidencia del mundo orgánico de la Tierra con las temporadas galácticas.

c) El verano galáctico era la época menos favorable para muchos animales vertebrados. pero a pesar de esto unos géneros de dichos animales lograron ganar su existencia (óseo cartilaginosos (N 6 en el dib. 10); laberintodontes (N 9; kotilosauros-N 13; prototherias N 24). En general durante el verano galáctico se termina el desarrollo de muchos representantes de los animales vertebrados.

C. Los invertebrados que están en la etapa inferior de la evolución dependen menos de las indicaciones de la vida en la Galaxia. No obs-

tante, su difusión en el tiempo no raramente refleja las particularidades de la existencia cósmica de la Tierra (dib. 11) pero menos exactamente que la difusión de los vertebrados. Hay que notar que entre los invertebrados se puede encontrar a los bienales galácticos y hasta de tres años. A los bienales galácticos (dib. 11) se refieren Plerygota (N 3), Terebratulido (N 8), Spiriferacea (N 12), Rostrosiracea (N 13), Cyclostomate (N 14).

El ejemplo de un invertebrado de tres años es Ostracoda (N 2).

Los organismos bienales y de tres años no raramente dependen de las temporadas cósmicas. Por ejemplo, los organismos N 8 se difundían mucho en el primer otoño galáctico del fanerozoico (Devónico), después durante el período prolongado (tres temporadas - invierno, primavera, verano) reducían su difusión; su amplio desarrollo se repitió en el siguiente otoño galáctico (Triásico), se continuaba en el invierno cósmico (Jurásico) y a los principios de la primavera (Cretáceo inferior). Por analogía los invertebrados N 12 (Spiriferacea) se desarrollan mucho en el otoño y a los principios del invierno galácticos (Devónico superior, Carbonífero inferior) después reducen su difusión en la primavera (carbonífero medio y superior) y en el verano (Dérmico) y más tarde se desarrollan de nuevo en el otoño galáctico (Triásico).

Lo mismo se refiere a los invertebrados N 13 (Rostrosiracea) la difusión de los cuales coinciden con , ambos otoños galácticos (Devónico, Triásico). Parados invertebrados N 14 (Cyclostomate) las épocas de la difusión máxima coinciden con el fin del otoño galáctico y el invierno (Devónico medio y superior, carbonífero inferior, jurásico y cretáceo inicial).

El representante de fauna cósmica de tres años-Ostracoda (N 2) apareció y se desarrollaba en el invierno (Devónico-carbonífero inferior), después la difusión de este invertebrado se amplificaba cada invierno siguiente (jurásico-plioceno,-antropógeno); además del invierno, eran importantes para estos invertebrados los períodos de primavera y verano galácticos.

La comparación de las temporadas cósmicas del desarrollo máximo de la flora y la fauna permite determinar los rasgos de su semejanza y diferencia.

a) El mundo vegetativo se caracteriza por dos puntos culminantes de

su difusión máxima: uno de estos puntos coincide con la primavera galáctica y una parte del invierno precedente; el otro, menos considerable, coincide con el otoño galáctico y las temporadas próximas. El primer año galáctico en el fanerozoico se caracteriza por la dominación de los esporofitos; el segundo se caracteriza por la dominación de las semillas sin pericarpio y el tercero de las semillas con pericarpio.-

El paso de una dominación de los representantes de la flora cósmica a otra era primeramente rápido y leve después. Los representantes de dichas tres clases más importantes del mundo vegetativo a menudo tienen en cada año galáctico las épocas de difusión parecidas. Es la conclusión general porque hay muchos rasgos diferentes.

b) Los animales vertebrados también tienen dos períodos de su difusión máxima en la primavera y el otoño galácticos. Los animales vertebrados, en comparación con el mundo vegetativo, bastante tarde alcanzan al máximo de su difusión. Por eso la difusión máxima viene con tardanza y tiene lugar un desplazamiento temporal: el máximo de primavera a menudo abraza el verano que sigue (sobre todo su primera mitad) y el máximo de otoño a menudo se continúa en el invierno galáctico; esto también se refiere al mundo vegetativo. A propósito, en nuestros días durante el año contemporáneo el desarrollo del zooplanctón viene mucho más tarde, relativamente al fitoplanctón (dib. 9).

c) Los animales invertebrados tienen las mismas particularidades de su difusión galáctica que los vertebrados y el mundo vegetativo, pero el máximo y el mínimo de su difusión son mucho más prologados. Pero a pesar de esto, su desarrollo y difusión máximos coinciden con el invierno, la primavera y el comienzo del verano.

Para los invertebrados es más fácilmente determinar el mínimo del desarrollo que coincide con el fin del verano galáctico y el comienzo del otoño galáctico, aunque tienen lugar unas exclusiones.

ch) El mundo orgánico tiene tendencia de no seguir exactamente las temporadas galácticas desde el comienzo hasta el fin del fanerozoico (como el resultado de su evolución, el mundo orgánico obtiene la capacidad de sobrepasar los contrastes de las temporadas galácticas). Es una paradoja que en esta adaptación los máximos resultados tienen los organismos menos perfectos (invertebrados) los medios los organismos más perfectos (vertebrados) y los mínimos los vegetales.

A pesar de la significación principal de las temporadas galácticas para la existencia del mundo orgánicos, en cada época galáctica (favorable o no favorable) había una cantidad poca o mucha de los organismos que prestan interés para las investigaciones paleontológicas y permiten a la geología histórica determinar el desarrollo de la Tierra.

Hasta en las temporadas galácticas no favorables los hilos de la forma orgánica del movimiento de la materia se conservaban completamente, asegurando la existencia futura del mundo orgánico.

La idea sobre el papel principal de las temporadas galácticas en el desarrollo del mundo orgánico fue propuesta en nuestras obras anteriores (Tamrazyan, 1964, 1967).

En este artículo presentamos unas ideas nuevas con el suplemento de los datos y hechos sobre el mundo vegetativo, los animales vertebrados e invertebrados.

Notamos una vez más que el mundo orgánico de la Tierra, como muchos otros fenómenos y procesos, está unido muy estrechamente con el movimiento de la Tierra en la Galaxia. Es importante, porque los organismos son materia iniciadora para la formación de una serie de los más principales minerales útiles.

4. Balance energético de la Tierra por el trayecto de movimiento en la Galaxia.

La génesis de los recursos energéticos de la Tierra por el trayecto de su movimiento en la Galaxia es elemental. Es decir, tiene lugar la redistribución de la energía potencial cinética y se conserva al mismo tiempo completamente la energía mecánica.

En el perigalaxio, donde la velocidad de la Tierra y la energía cinética son máximas tienen lugar habitualmente las bajadas de la corteza terrestre (viene la transgresión). Después, conformemente al movimiento de la Tierra hacia el apogalaxio y la disminución de su velocidad, se disminuye también la energía cinética y correspondientemente se aumenta la energía potencial. Este fenómeno es acompañado de la elevación del sial (analogicamente a una piedra echada arriba).

Mas adelante, con el aumento de la velocidad del movimiento de la Tierra en la Galaxia (hacia el perigalaxio) se aumenta la energía cinética de la Tierra y se disminuye la energía potencial

Conformemente a esto la corteza terrestre se baja o se eleva (por ejemplo, por medio de la denudación). Parece a la caída de una piedra sobre la superficie terrestre.

Examinemos las valoraciones de magnitud.

Durante el movimiento de la Tierra (la masa $M = 5,973 \times 10^{27}$ g) desde el perigalaxio (la velocidad $V_1^2 = 250$ km/seg) hacia el apogalaxio (la velocidad $V_2^2 = 207$ km/seg) la energía cinética (E) de la Tierra se disminuye de

$$E = \frac{MV_1^2}{2} - \frac{MV_2^2}{2} = \frac{5,973 \times 10^{27}}{2} (V_1^2 - V_2^2) = \frac{5,973 \times 10^{27}}{2} (62.500 - 42.849) \times 10^{10} \text{ cm}^2 / \text{seg}^2 = 58,688 \times 10^{40} \text{ ergio}$$

Entonces, durante el movimiento desde el perigalaxio hacia el apogalaxio la energía cinética de la Tierra se disminuye de $58,69 \times 10^{40}$ ergios y por consiguiente se aumenta igualmente su energía potencial. Esta última siendo acumulada es un estimulador de la actividad de los procesos interiores y superficiales de la Tierra durante su movimiento desde el apogalaxio hacia el perigalaxio.

Examinemos el balance energético de la Tierra del punto de vista del efecto relativista. En el capítulo I ya hemos notado que gracias al efecto relativista, la masa de la Tierra es mayor de $20,77 \times 10^{20}$ g en el perigalaxio y de $14,24 \times 10^{20}$ g en el apogalaxio

Durante el movimiento de la Tierra desde el perigalaxio hacia el apogalaxio la masa de la Tierra se disminuye de $20,77 \times 10^{20} - 14,24 \times 10^{20} = 6,531 \times 10^{20}$ g.

A la masa relativista igual a $6,531 \times 10^{20}$ g de la cual se disminuye la masa de la Tierra durante su movimiento desde el perigalaxio hacia el apogalaxio, según la relación relativista $E = mc^2$, corresponde la energía:

$$E = mc^2 = 6,531 \times 10^{20} \text{ g} \times (2,997\,995 \times 10^{10} \text{ cm/seg})^2 = 58,696 \times 10^{40} \text{ ergio.}$$

Entonces, moviéndose desde el perigalaxio hacia el apogalaxio la Tierra pierde la masa relativista $6,531 \times 10^{40}$ ergios. Es fácil notar que de esta misma magnitud se disminuye la energía cinética de la Tierra ($58,69 \times 10^{40}$ ergios) durante su movimiento desde el perigalaxio hacia el apogalaxio.

Se puede concluir que a medida que la Tierra se mueve desde el perigalaxio hacia el apogalaxio la energía cinética se disminuye y la energía potencial se aumenta casi de volumen de la masa que la Tierra pierde relativamente. Es decir, tiene lugar la transición de la masa relativista en la energía potencial de la Tierra. Durante el movimiento desde el apogalaxio hacia el perigalaxio tiene lugar un proceso inverso: una parte de la energía potencial de la Tierra se transforma en la masa relativista que aumenta la masa común de la Tierra.

La Tierra es objeto cósmico en el que se realiza constantemente la transformación de la masa relativista en la energía potencial (durante el movimiento desde el apogalaxio hacia el perigalaxio) y después (durante el movimiento desde el apogalaxio hacia el perigalaxio) se realiza un proceso inverso: la energía potencial se transforma en la masa relativista. El potencial variable relativista de la Tierra durante su movimiento en la Galaxia es inmenso: $58,7 \times 10^{40}$ ergios en los 88 min., años (semestre galáctico) o por término medio es igual a $6,7 \times 10^{33}$ ergios/año.

Con esta magnitud ($6,7 \times 10^{33}$ ergio/año se puede comparar los datos conocidos sobre la energía de los más importantes procesos que caracterizan el desarrollo contemporáneo de la Tierra (sismicidad, volcanismo, oscilaciones de la velocidad de rotación de la Tierra etc.).

La salida de la energía sísmica de cada año es igual a $(0,1-1) \times 10^{25}$ ergio/año (Richter, 1958; Tamrazyan, 1978 a, c), la energía de los flujos caloríficos desde las regiones interiores de la Tierra a través de la superficie terrestre es igual aproximadamente a $(0,5-1) \times 10^{28}$ ergio/año, la energía de las erupciones volcánicas es igual aproximadamente a $(1-10) \times 10^{24}$ ergio/año, el incremento de la energía de rotación de la Tierra es igual a $(2-3) \times 10^{28}$ ergio/año.

Entonces, los principales procesos geológicos de la Tierra se caracterizan energéticamente de las magnitudes de $10^{24} - 10^{28}$ ergio/año, mientras que el incremento del balance energético de la Tierra es mayor ($6,7 \times 10^{33}$ -

ergio/año). Luego se puede afirmar que los recursos energéticos galácticos de la Tierra son bastantes para asegu-

rar las bases energéticas de todos los fenómenos y procesos terrestres.

La comparación de la energía potencial ($58,696 \times 10^{40}$ ergios) de la génesis relativista con la energía cinética del movimiento de la Tierra en la Galaxia ($58,685 \times 10^{49}$ ergios) durante el año galáctico demuestra que la primera es un poco mayor (de 0,015 p.c.) y es magnitud es igual a 10^{30} ergios. Esto corresponde aproximadamente (o un poco más) a la energía de los más considerables conocidos procesos geológico-geofísicos de la Tierra (acerca de 10^{29} ergio/año). La energía del desplazamiento de la sustancia en la Tierra (incluso las pulsaciones) que en la parte superior de la última (a la profundidad de 100-000 km) es tectónica, es bastante grande, acerca de 10^{22} - 10^{28} ergio/año. Además de esto, una parte determinada de la energía ($3,5 \times 10^{26}$ ergio/año) se acumula como una reserva en la Tierra a causa del rozamiento de marea y la retardación correspondiente de la velocidad de rotación de la Tierra. Durante el proceso de desarrollo de la Tierra se queda en esta una parte de la energía potencial

En general se puede decir que toda la energía de los procesos geológico-geofísicos de la Tierra (acerca de 10^{29} ergio/año) no sobrepasa la parte de energía cinética que corresponde a la masa de la Tierra que se modifica relativamente durante su movimiento de galaxia. Esta particularidad muy destacada representa de sí, puede ser, una periodicidad característica del desarrollo de la Tierra y otros planetas (cuerpos celestes).

Se ve en el dib 12 y la (tabla 2) la modificación de la energía cinética y la transformación de una parte de esta en la energía potencial (a cuenta de la disminución de la masa relativista). La masa relativista de la Tierra es igual solamente a $3,46 \times 10^7$ de la masa de toda la Tierra en el perigalaxio y a $2,37 \times 10^{-7}$ en el apogalaxio. Se podría concluir que esta masa tan pequeña una décima parte de millón de la masa de la Tierra no pueda tener una significación considerable. Pero no es así. Como demuestra el cálculo (tabla 2).

Es una cosa interesante: sin calcular la energía del movimiento de la Tierra en la Galaxia sin contar su masa que se desaparece de un modo relativista, que sin duda no tiene razón, esta energía cinética sería un poco menor (de 0,000024%) que la verdadera energía cinética del movimiento de la Tierra contando su masa relativista. La diferencia (entre la energía cinética contando la masa relativista y sin esta última) es igual a los $1,6 \times 10^{27}$ ergios por un año (la energía sísmica o la

energía de las erupciones volcánicas es igual aproximadamente a $(1-10) \times 10^{24}$ ergio /año).

La energía cinética de la Tierra ($127,97 \times 10^{40}$ ergio) es de 32 p.c.. menor en el apogalaxio que en el perigalaxio ($186,66 \times 10^{40}$ ergio). Es-ta parte colosal de la energía cinética (casi 1/3) se convierte en la energía potencial prácticamente a cuenta de la disminución de la masa relativista de la Tierra. Es una paradoja pero es facto real. El efecto relativista tiene una significación considerable en el destino de la Tierra. Hay que subrayar que en el apogalaxio, donde la masa relativista de la Tierra es la más pequeña ($14,24 \times 10^{20}$ g), el incremento de la energía potencial ($58,7 \times 10^{40}$ ergio) es igual a 46 p.c. (casi una mitad) relativa-mente a toda la energía cinética de la Tierra en esta zona de la órbita (128×10^{40} ergio). Precisamente a esta causa la Tierra puede separar una pequeña parte de esta cantidad variable de la colosal energía potencial (solamente la parte variable alcanza a $(40-59) \times 10^{40}$ ergio) para el desarrollo más intensivo de los procesos sobre la superficie terrestre y en la misma Tierra. Sin tener en cuenta el tiempo de relajación que es característico para la Tierra (una retardación de los efectos relativamente al máximo geométrico del proceso principal) es más fácil-mente comprender, porqué precisamente en este tiempo (el fin del ve-rano y sobre todo el otoño galáctico) el sial se eleva mucho (sobre la Tierra tienen lugar las regresiones grandísimas) posee una reserva de cantidad considerable de la energía potencial. Más tarde el derrubio y la disminución de la altitud de los continentes (las plataformas y zonas móviles geosinclinal-orogénicas) corresponden a la transmisión de la energía potencial en la cinética en plena coordinación con la aumentación de toda la energía cinética de la Tierra durante su movimiento hacia el perigalaxio.

La energía mecánica total de la Tierra durante su movimiento en la Galaxia puede ser expresada así (dib. 12):

$$E = E_1 + E_2 + E_3 + E_4,$$

donde E-es energía mecánica, E_1 - es parte constante de la energía cinética, E_2 - es parte variable de la energía cinética, E_3 - es parte constante de la energía potencial; E_4 - es parte variable de la energía potencial.

La energía mecánica total de la Tierra en la Galaxia es igual a $314,6 \times 10^{40}$ ergios. Eso es el balance común de toda la energía mecánica de la Tierra. Este balance incluye las partes constante y variable.

Las partes constantes de la energía potencial y cinética son iguales cada una a 128×10^{40} ergios o a los 40,7 p.c. de toda la energía mecánica común de la Tierra. Las partes variables de la energía potencial y cinética son iguales juntos a $58,7 \times 10^{40}$ ergio o a los 18,6 p.c. del balance común de la energía mecánica de la Tierra en la Galaxia.

En la parte variable de la energía mecánica de la Tierra en la Galaxia la parte de la energía potencial se disminuye en dependencia de amianto de la parte de la energía cinética. El máximo de la energía variable cinética (todos 18,6 p.c.) está en el perigalaxio, el mínimo (0 p.c.) - en el apogalaxio. El máximo de la energía variable potencial está en el apogalaxio y el mínimo - en el perigalaxio. Cuando la parte variable de la energía cinética o potencial alcanza al mínimo (0 p.c.) cada una de las energías conserva todavía los 40,7 p.c. de la parte constante del balance energético.

La parte variable de la energía mecánica común de la Tierra controla todos los extremos en el desarrollo de su zonas exteriores e interiores. Las partes variables de la energía cinética y potencial son asociadas con la parte variable de la masa relativista. Las partes constantes de la energía cinética y potencial al equilibrar una a la otra, son unidas con la masa relativista, con su parte constante (dib. 12). Fuera de la masa relativista no hay movimiento.

Todo esto permite hacer unas conclusiones generales.

1. La energía total mecánica de un objeto cósmico (sistema) es igual a la energía doble de su masa relativista media (por ejemplo, la masa relativista media entre sus valores en los perigalaxio y apogalaxio).
2. La parte variable de la energía mecánica total, es decir, la parte variable entre las energías cinética y potencial corresponde a la diferencia de energías entre la masa relativista máxima y mínima del objeto cósmico (sistema). La parte variable de la energía mecánica total representa de si una parte mínima cuando la órbita del objeto cósmico es un círculo, y sigue creciendo cuando se aumenta la excentricidad de la órbita
3. Las relaciones entre la parte variable de la energía mecánica común del objeto cósmico (sistema) y esta misma acondicionan en general toda la existencia del sistema controlando la dirección (tendencia) de los procesos en esta última.

Todo lo dicho se refiere más o menos, al problema cosmológico de la formación del Unvierso con su esencia de pulsación. Los aspectos hipotéticos pueden ser siguientes:

Teniendo en vista el aspecto cosmológico se podría concluir que en el primer instante de la formación del Universo todo se encontraba en el estado de energía potencial que "se echó" a liberarse, y una parte de esta energía (mecánica total) comenzó a transformarse en la energía cinética, es decir comenzó a formarse la masa (primeramente se formaron unas sustancias primitivas, después las partículas elementales etc.). Aumentada la parte de la energía cinética cuya formación es unida con la de la masa, casi siempre relativista, las masas que se forman y representan la energía cinética, se mueven con la velocidad creciente para evitar la anisotropía del espacio en el sentido radial (el espacio se aumenta proporcionalmente al cubo de la distancia radial). Este fenómeno en nuestros días se comprende como la separación de las Galaxias de las velocidades crecientes. El proceso de la separación de las masas se realiza analógicamente el fenómeno de formación de las ondas. Cada zona de una onda que va distribuyéndose representa de sí un centro de amplificación. de Este modo se realiza "justa" distribución de la energía cinética (de masas) en el espacio. las mis-mas masas (las Galaxias etc.), se mueven como unos "corpúsculos" de la substancia (energía cinética).

Puede ser, que después de que el proceso de transformación de la energía potencial alcance a un límite, comenzaría una transformación inversa de la energía cinética en la potencial, y esta última se aumentaría y se haría más densa a medida de la transformación de las masas. Después este proceso puede repetirse expresando la esencia de pulsación del Unvierso. Todos los fenómenos y procesos son coordinados muy regularmente y exactamente y los procesos determinados en diferentes situaciones realizan sus "derechos y obligaciones". Puede ser que en esto es concluido el sentido cosmológico del Universo.

La última página de esta obra, en diferencia de las precedentes, no tiene carácter de una tesis y representa de sí una conclusión o un postulado hipotéticos que en el futuro podrían ser útiles.

TABLA I

Modificación latitudinal de la explosión global del volcanismo de la Tierra (684-1976) según los deslizantes dos veces intervalos de 10 grados y tres zonas (las semiesferas de norte y sur están coincidadas).

Latitudes	Coficiente de explosión, p.c.
80-90°	5,2
70-80	16,4
60-70	24,3
50-60	62,8
40-50	65,8
30-40	74,2
20-30	84,1
10-20	84,7
0-10	93,2

TABLA 2

Balances de la energía mecánica de la Tierra en su movimiento en la Galaxia.

Tiempo des- de el.periga- laxio min. años (+ ora-)	Velocidad del movimiento de la Tierra, Kmiseg.	Masa relativista de la 'Berra, 10 ^{2D} g	Parte constante de la energía cinética (potencial) de la Tierra 10 ⁴⁰ ergios	Energía poten- cial viariable correspondiente a la modificación de la masa relati- vista 10 ⁴⁰ ergios
0	250	20,77	127,97	0,00
7,3	249	20,60		1,53
12,0	247	20,30		4,23
18,2	244	19,76	"	9,08
23,0	241	19,30		13,21

27,3	238	18,80	17,7
31,3	235	18,40	21,3
35,1	232	17,90	25,7
38,9	230	17,55	28,9
42,7	227	17,10	32,9
46,6	224	16,66	36,9
50,7	221	16,24	40,7
55,1	218	15,7	45,0
59,7	215	15,40	48,2
65,4	213	15,04	51,5
72,5	210	14,63	55,1
80,5	207	14,24	57,8
87,9	207	14,24	58,7

DIBUJOS Y EXPLICACIONES

"Sobre las fuerzas móviles principales del desarrollo geológico de la Tierra".

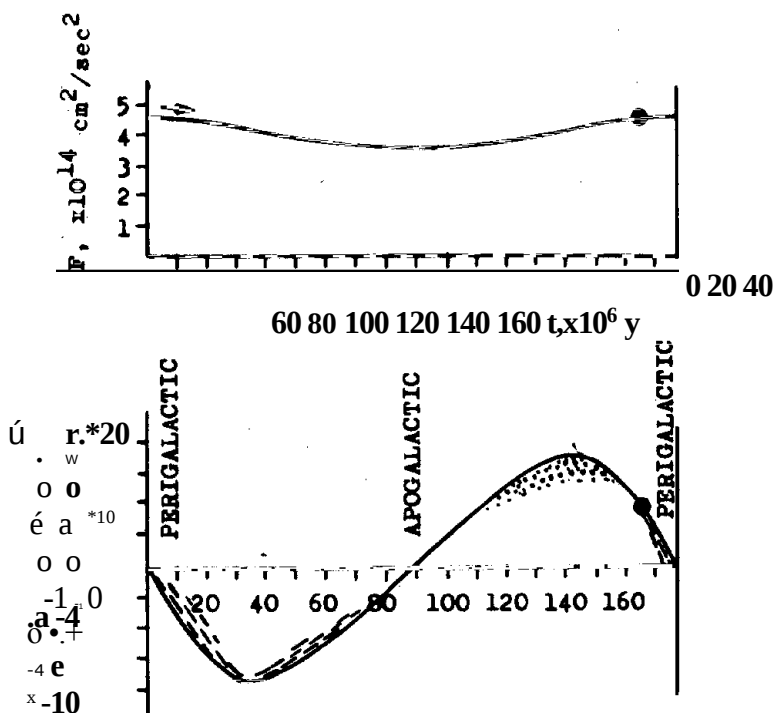
Dib. 1. La modificación del potencial de gravitación de la Galaxia a la unidad de masa por el trayecto del movimiento de la Tierra (sistema solar) durante el año cósmico anomalístico (176 min años), según G.P. Tamrazyan, (1967).

Horizontal - tiempo (min años) de una plena rotación del sistema solar en la Galaxia; vertical: arriba -potencial de gravitación de la Galaxia en la unidad de tiempo (gradiente del potencial de gravitación) a lo largo de la órbita del sistema solar.

Círculo -posición contemporanea del sistema solar (la Tierra).

I- épocas geocráticas (el tiempo de alta elevación de los continentes y su predominación a la relación del mar); 2- épocas hidrocráticas (el tiempo de las bajadas considerables y las transgresiones uniplanetarias).

Dib. 2. Gradiente del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita del sistema solar (A); velocidad del movimiento del sistema solar en la Galaxia durante una rotación plena en esta última (B); modificación de la masa (C) y el radio (D) de la Tierra en el sentido del movimiento gracias al -efecto relativista, aceleración del movimiento del sistema solar en la Galaxia (E).

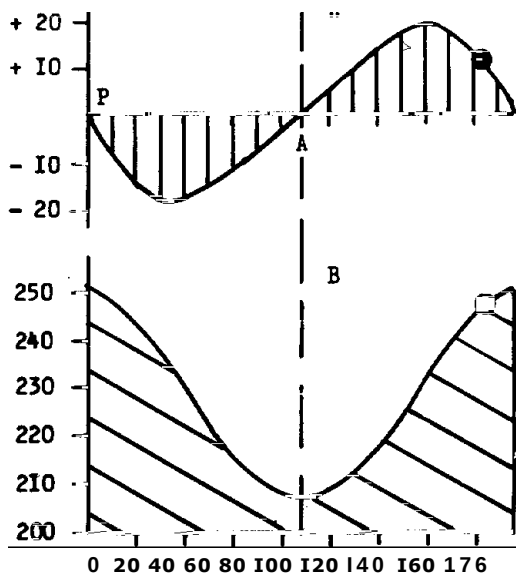


1 ESI 2

Dib. 1

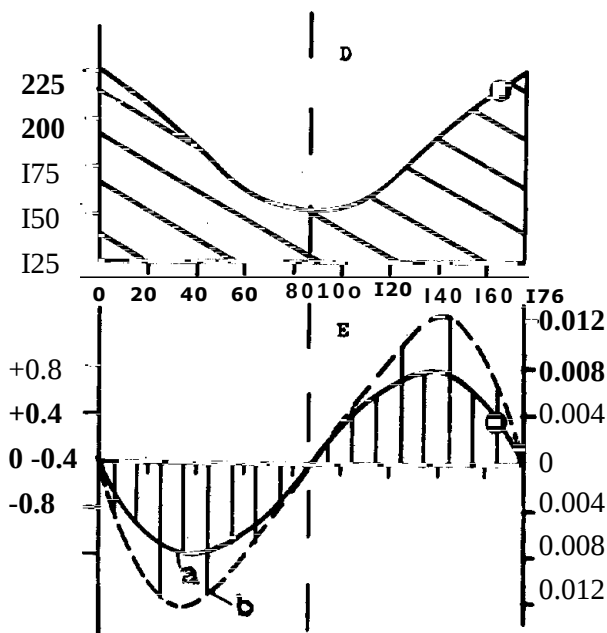
Horizontal - tiempo (durante la rotación anomalística en la Galaxia);
vertical- A - modificación del potencial de gravitación de la Galaxia en la unidad de tiempo (gradiente del potencial de gravitación) a lo largo de la órbita del sistema solar ($Q \times 10^{14} \text{ cm}^2/\text{seg}^2$ en 1 millón años) B-velocidad del movimiento del sistema solar (km/seg).

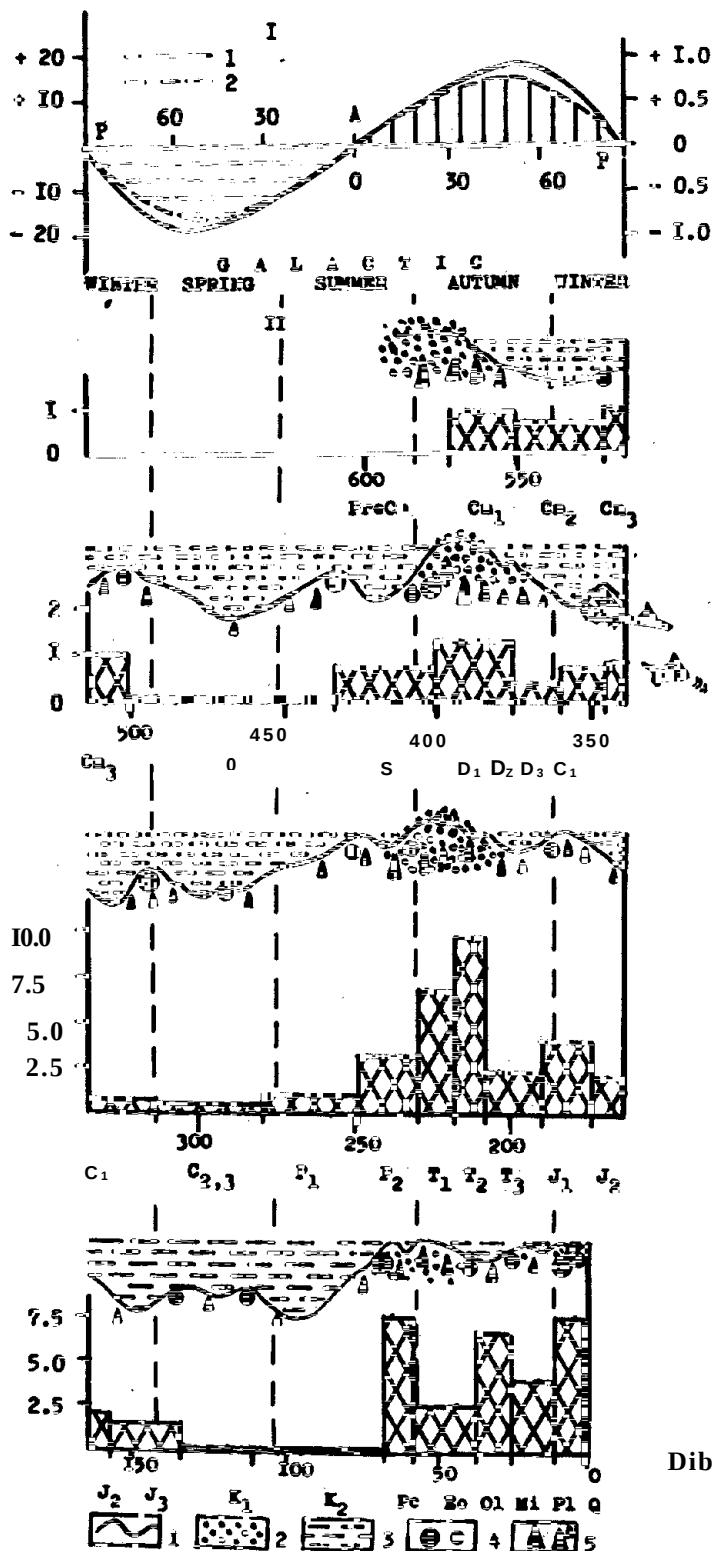
C - incremento de la masa de la Tierra a causa del efecto relativista (10^{20} g). D - disminución del radio de la Tierra en el sentido de su movimiento a causa del efecto relativista (cm); E - aceleración en el movimiento del sistema solar (la Tierra) en la Galaxia: a -aceleración (kmiseg en un millón años, la escala izquierda); b - aceleración angular (grado en un millón años, la escala derecha), A - apogalaxio; P -perigalaxio; círculo derecho-posición contemporánea del sistema solar (la Tierra) en la órbita galáctica.



20 I8
16 I4
12

L\Ij^C





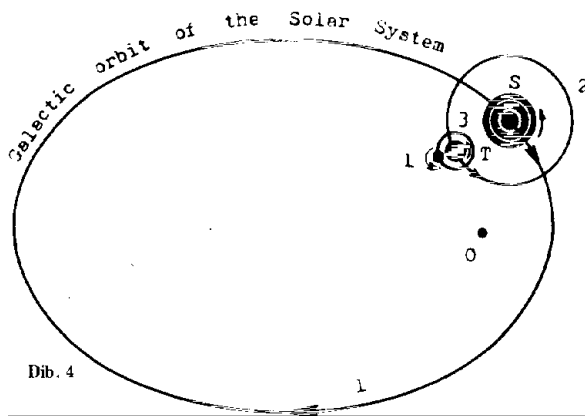
Dib. 3

Dib. 3. Velocidad del movimiento del sistema solar (la Tierra) en la Galaxia, su modificación, incremento del potencial de gravitación de la Galaxia y las principales etapas del desarrollo geológico (geotectónico) de la Tierra).

I-Incremento del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita del sistema solar (1) $10^{11} \text{ cm}^2/\text{seg}^2$ en 1 mln años (escala izquierda) y la aceleración en el movimiento de la Tierra en su órbita galáctica. (2), kmlseg en 1 mln años (escala derecha); A - apogalaxio; P - perigalaxio. II-Principal fondo geológico y geotectónico del desarrollo de la Tierra. **Horizontal** - diferencia entre las superficies de derrubio y las de acumulación en la unidad de tiempo ($\text{km}^2/\text{año}$), escala izquierda; en general esta diferencia sigue la curva de modificación de la aceleración del movimiento de la Tierra en la Galaxia.

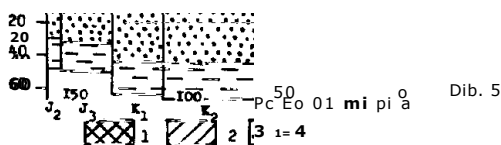
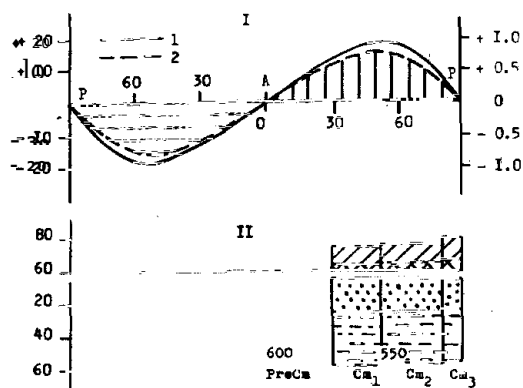
1 - esquema del movimiento de la corteza terrestre en el fanerozoico; 2 - épocas geocráticas; 3 - épocas hidrocráticas; 4 - fases tectónicas (1 - de Salaires; 2 - de Vermont; 3 - de Tacones; 4 - de Ardenas; 5 - de Erie; 6 - de Bretaña; 7 - de Sudetes; 8 - de Asturias; 9 - de Zaaes; 10 - de Pfalz; 11 - de Cimeria antigua; 12 - de Cimeria nueva (de Nevada); 13 - de Austria; 14 - de Laramies; 15 - de Pirineos; 16 - de Save; 17 - de Atica; 18 - de Valaquia); 5 - volcanismo de la Tierra (elevación de la magma hacia la superficie terrestre).

Dib. 4. Movimiento inverso del sistema solar en la Galaxia (1), movimiento directo de la Tierra alrededor del Sol (2), rotación directa de la Tierra alrededor de su eje (3). 0 - centro de la Galaxia; S - Sol; T - Tierra. El sentido del movimiento está indicado por las agujas.



Dib. 5. Movimiento de la Tierra en la Galaxia, el incremento del potencial de gravitación de la Galaxia y la comparación con éstos, de la superficie de las regiones de derrubio y zonas de acumulación en el phanerozoico (la Tierra en general).

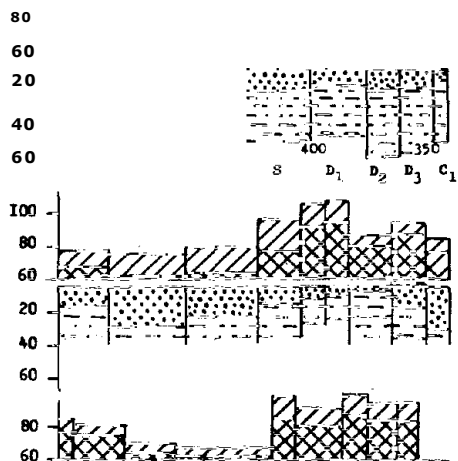
I - incremento del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita del sistema solar en la Galaxia (1), $10^{11} \text{cm}^2/\text{seg}^2$ en 1 min años (escala izquierda) y la aceleración del movimiento de la Tierra en su órbita galáctica (2), km/seg en 1 min años (escala derecha).

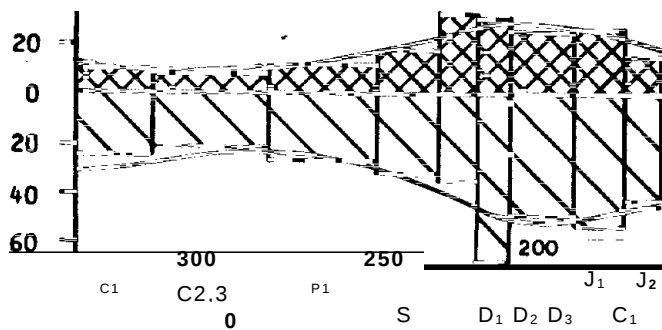
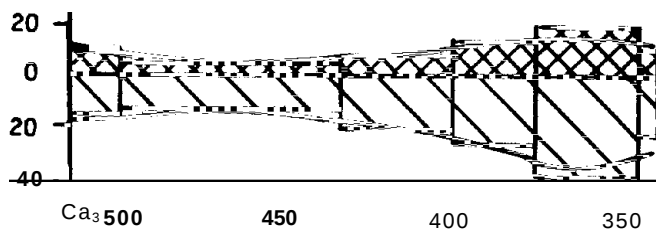
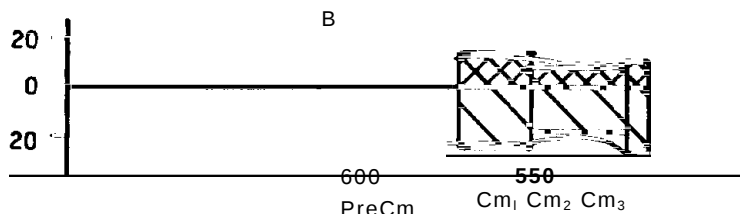
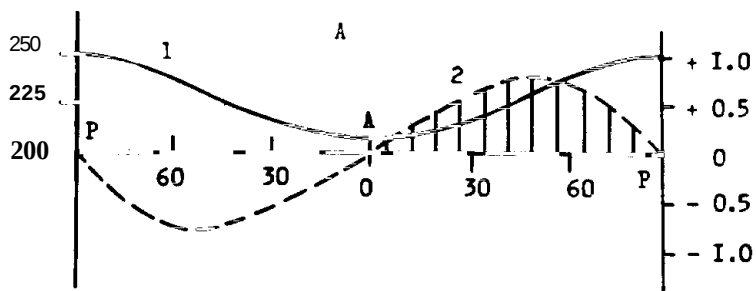


/~ / I // / / o W »

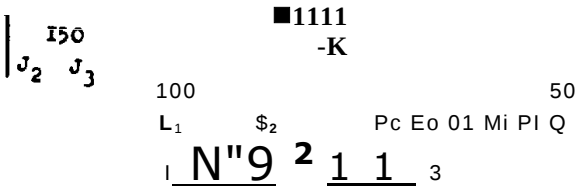
1 r 5 o 0 _
 C ~ 3 - 0
 300 - ~ 1 250 200
 0 1 L 0 2 , 3 P 1 P 2
 T 1 T 2 * 3

5 1 1
J 1 J 2





IEW_{mI§}Eqql



Djb. 6

10 0

20

40

60

A - apogalaxio) P - perigalaxio. II - superficie de derrubio y acumulación. **Horizontal** - tiempo (m1n años y las épocas geológicas), **Vertical** - superficies en suma de derrubio y acumulación, 10^6km^2 , según A. B. Ronov (1976); zonas de derrubio - plataformas (1) y geosinclinal - orogénicas (2); zonas de acumulación (sedimentación) - plataformas (3), y geosinclinal - orogénicas (4).

Dib. 6. Movimiento de la Tierra en la Galaxia, incremento del potencial de gravitación de la Galaxia y la comparación con éstos de la contrastabilidad de la global tectogénesis de la Tierra en el fanerozoico.

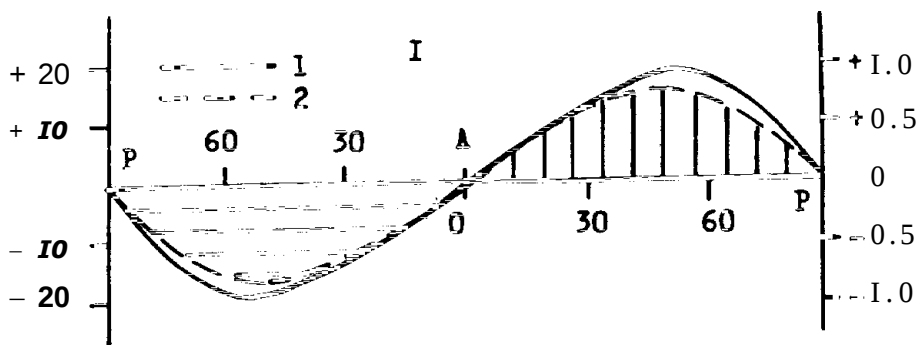
I - Incremento del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita del sistema solar en la Galaxia (1), $10^{11} \text{ cm}^2 \text{s}^{-2}$ en 1 m1n años (escala izquierda) y la aceleración en el movimiento de la Tierra en su órbita galáctica (2), km/seg en 1 m1n años (escala derecha). P - perigalaxio; A - apogalaxio. II - contrastabilidad de la tectogénesis global. Horizontal - tiempo (m1n años y las épocas geológicas), **vertical** - contrastabilidad de la tectogénesis global de la Tierra, representada por la modificación de las superficies de derrubio y acumulación en los límites de los continentes que reflejan la intensidad de los uniplanetarios movimientos diferenciales de contrastabilidad en cualquiera época, $10^6 \text{km}^2/\text{min años}$. La diferencia entre las superficies de derrubio y acumulación en la unidad de tiempo: 1- de los continentes, 2 - de las plataformas (superficies de derrubio) y de las zonas geosinclinales (superficies de acumulación).

Dib. 7. Movimiento de la Tierra en la Galaxia, su velocidad y aceleración, velocidad media del hundimiento de las zonas de acumulación en el fanerozoico.

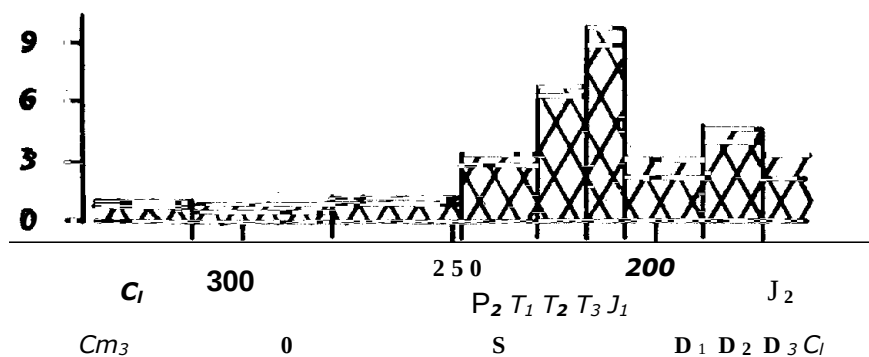
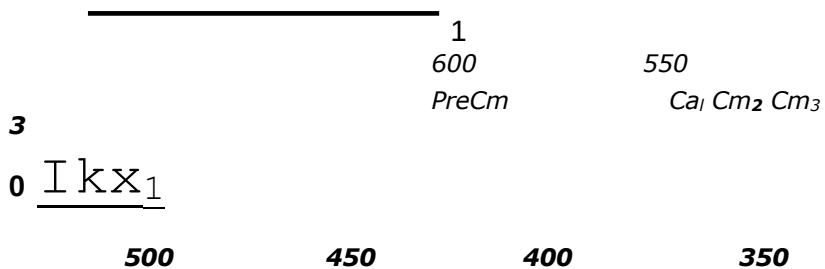
A - velocidad (1) y aceleración (2) del movimiento del sistema solar (la Tierra) en la Galaxia, km/seg, km/seg en 1 m1n años. B - velocidad media del hundimiento; de las plataformas (1), - arriba; de las zonas geosinclinales (2) - abajo; m/min años. Las curvas son las medias dobles deslizantes por las tres épocas vecinas.

Dib. 8. Grado de profundidad de la actividad volcánica de la Tierra según las latitudes en dependencia del efecto relativista en el movimiento de la Tierra en la Galaxia (684-1976).

Horizontal - coeficiente de explosión (la relación del volumen de las masas no consolidadas a todo el volumen del material erupido - las ma-



II



$\lambda_{v_1} W_{12}^2$

Dib. 7

150 $J_2 J_3$

κ_1 **100**

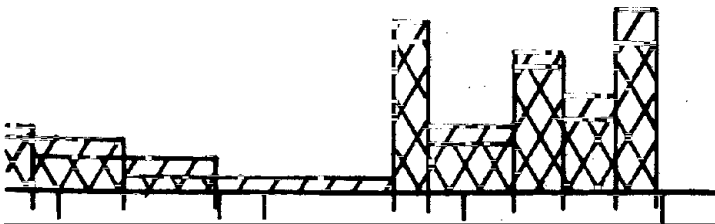
\$2

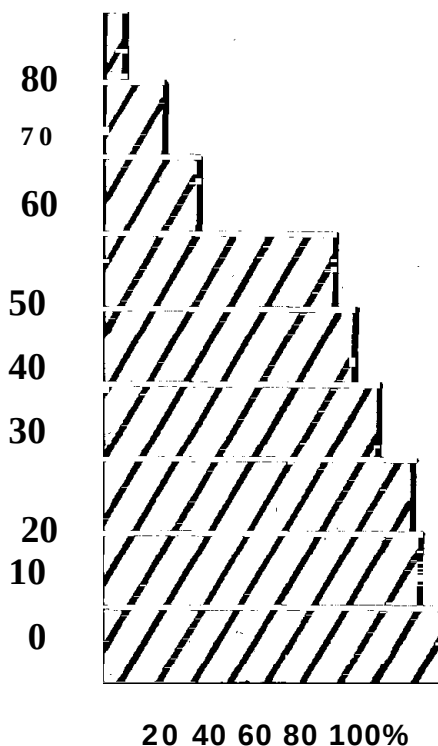
50
Pc Eo 01 Mi Pl Q

0

9 6

3 0



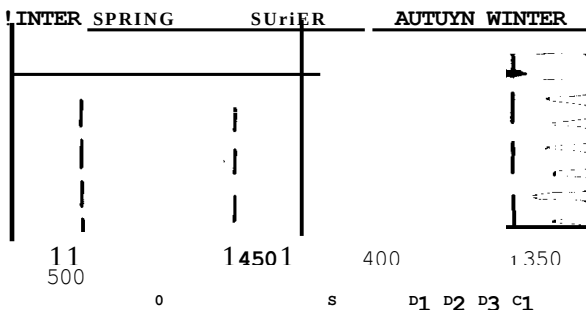
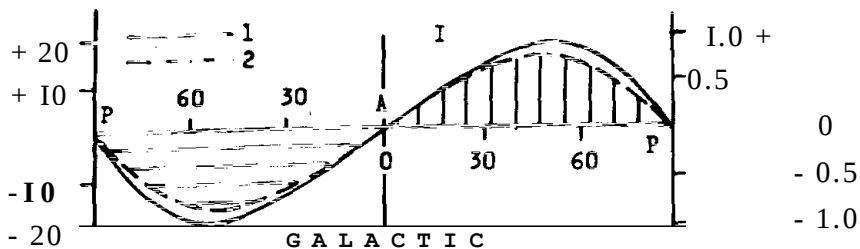


Dib. 8

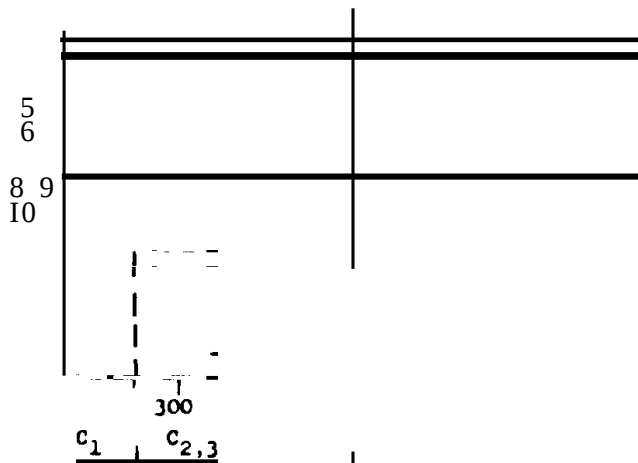
sas no consolidadas y lava) en p.c.; **vertical** - latitudes (en grados). Las semiesferas de norte y sur están coincidadas. Para asegurar la exactitud, los coeficientes de explosión son calculados como mediados según los intervalos de latitud dos veces deslizantes, de tres zonas (de 10 grados).

Dib. 9. Movimiento de la Tierra en la Galaxia, modificación de su velocidad, modificación del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita galáctica de la Tierra y las particularidades del desarrollo del mundo vegetativo en el fanerozoico.

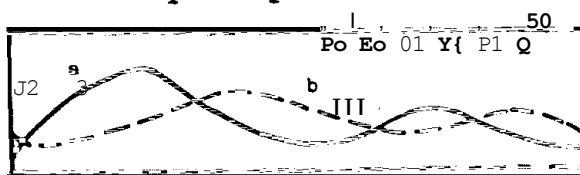
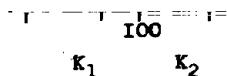
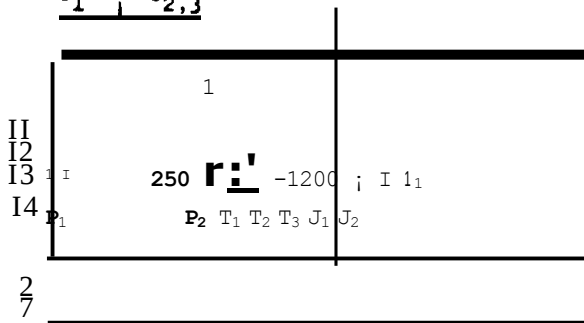
I - potencial de gravitación de la Galaxia (1) a lo largo de la órbita de la Tierra en la Galaxia ($10^{11} \text{ cm}^2/\text{seg}^2$ en 1 min años), aceleración en el movimiento de la Tierra (2) a lo largo de la órbita galáctica (1mn/seg en 1 min años). II - distribución del mundo vegetativo: esporofitos (1-8), de semilla sin pericarpio (9-14), pericarpios (15). Arriba están indica-



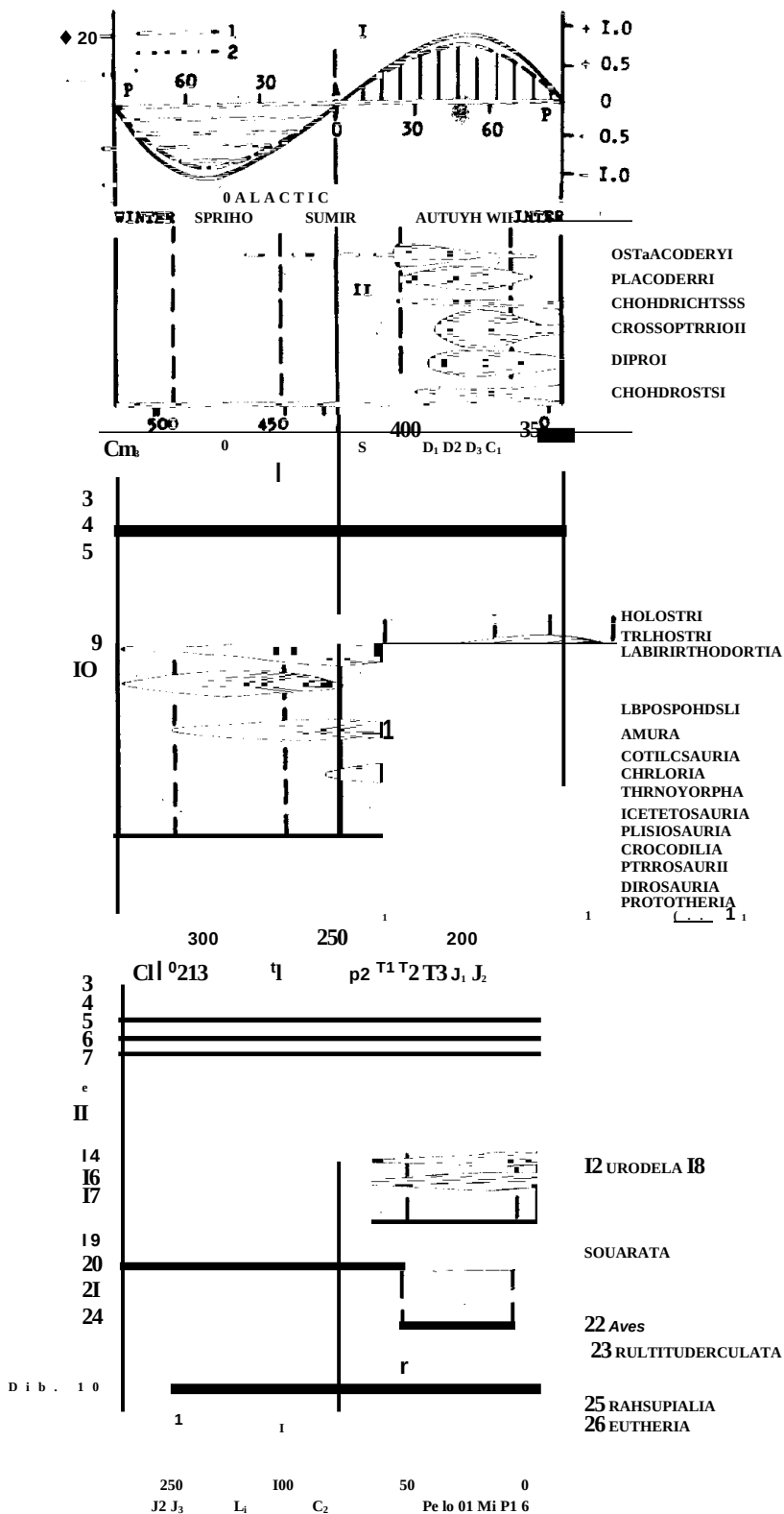
- I BACTERIA
- 2 ALGA!
- 3 PSILOPSIDA
- 4 LEPIDODENDRACEAE
- 5 SIGILLARIA
- 6 CALAMITACEAE B
- FILICINAE
- 9 PTORIDOPHYTA
- 10 CORDAITALES

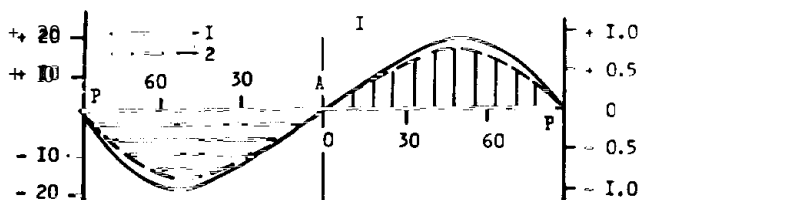


- II CYCADALES 7
- I2 BENNETTITALES
- I3 GINKGOPHYTA
- I4 CONIFERA
- EQUISETALES



- I5 ANGIOSPERYAE





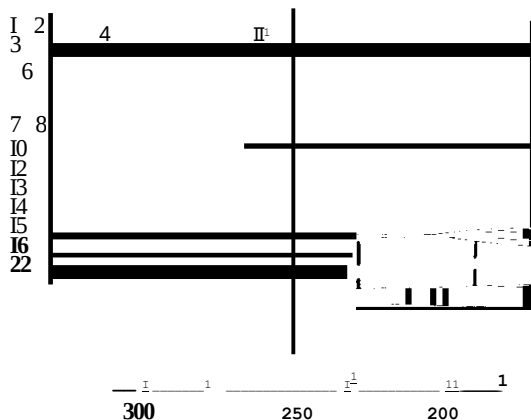
PINTER SPRING SUIQIER AUTUYN WINTER

TETRACCRALLA
CSTRACDA
PTERYGOTA
PROPARIA
HYPOPARIA

OPISTOOPARIA
ECHINODEHYATA
TEREBRATULIDA

ORTHACEA
PRODUCTACEA
ATHYPACEA
SPIRII'ERACEA
HOSR05PIRACEA
CYCLOSTOSATE
TREPOSTOMATE
C RYPTOSTOMATA
YICHELINOCEROIDA
ENDOCEROIDA
ACTINOCEROIDA
ASCOCEROIDA
AAWONOIDEA

5° 00 450 I 400 I 350
Cs₃ 0 S D_L D₂ D₃ Cr.



23 BELEONOIDA
24 TEUTHOIDA

23
8 14
17
22
23
24

I I7 CHEILOSTCSATA

Dib. 11

c1 c2,J p1 p2 T1 T2 T3 J1 J2

' 1	1	I	.	I	'	1	,	1
150		100		50				0
J ₂	J ₃	[1		*2	Pc	Eo	cl	:Fi Pi Q

das las temporadas del año galáctico: invierno, primavera, verano, otoño (la duración total de un año galáctico de cuatro temporadas es igual a 176 m1n años). III - proceso anual del desarrollo del fitoplanton (a) u el zooplanton (b) sobre la Tierra contemporánea (el año ;equivale a 365 días, el día del solsticio de invierno es el 22 de diciembre).

Horizontal - tiempo (m1n años y épocas geológicas); **vertical** - **1** - modificación de la magnitud del potencial de gravitación (escala izquierda) y la aceleración en el movimiento de la Tierra en la órbita galáctica (escala derecha).

P - perigalaxio; A - apogalaxio (las líneas verticales indican suposición en todos los diagramas de los dib. 9-11).

A la derecha están las denominaciones de los típicos representantes del mundo vegetativo, su presencia o la aparición repetida en los siguientes años galácticos están indicadas de la misma cifra (a la izquierda) que indica su primera aparición (a la derecha).

Dib. 10. Movimiento de la Tierra en la Galaxia, modificación de la velocidad del movimiento, modificación del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita galáctica de la Tierra y las particularidades del desarrollo de los animales vertebrados en el fanerozoico.

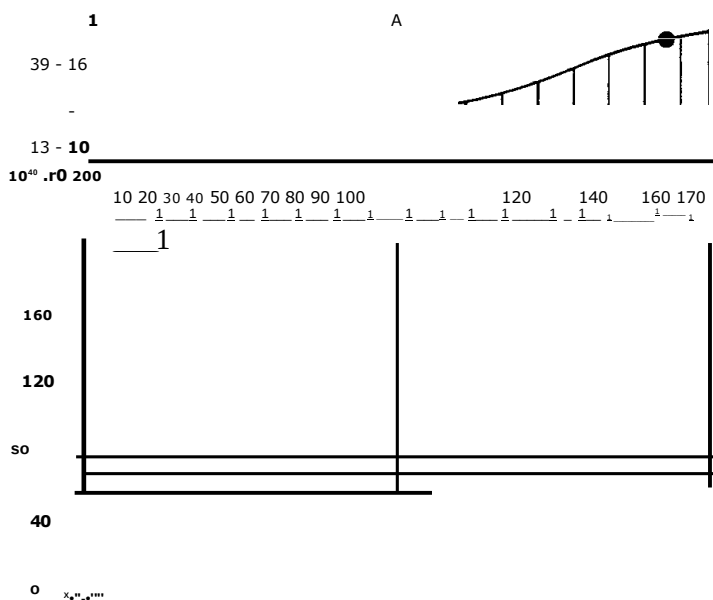
I - potencial de gravitación de la Galaxia (1) a lo largo de la órbita de la Tierra en la Galaxia (10^{11} cm²/seg² en 1 m1n años), aceleración en el movimiento de la Tierra (2) a lo largo de la órbita galáctica (km/seg en 1 m1n años); II - distribución de los vertebrados: sin huesos (1), peces (2-8) anfibios (9-12); reptiles (13-21) pájaros (22). mamíferos (23-26). Arriba están indicadas las temporadas del año galáctico: invierno, primavera, verano, otoño (la duración total del año galáctico es igual a 176 m1n años). Lo demás mire en el Dib. 9.

Dib. 11. Movimiento de la Tierra en la Galaxia, modificación de la velocidad de su movimiento, modificación del potencial de gravitación de la Galaxia a lo largo de la órbita galáctica de la Tierra y la distribución de los invertebrados en el fanerozoico.

I - potencial de gravitación de la Galaxia (1) a lo largo de la órbita de la Tierra en la Galaxia (10^{11} cm²/seg² en 1 m1n años), aceleración en el movimiento de la Tierra (2) a lo largo de la órbita galáctica (km/seg en 1 m1n años). B - distribución de unos invertebrados: de tripa de cavi-

dad (1), artrópodos (2-6), equinodermos (7), braquiopodos (8-13), mohosos (14-17), moluscos (18-24). Arriba están indicadas las temporadas del año galáctico. Lo demás mire en el Dib. 9.

Dib. 12. Balance energético de la Tierra en su movimiento en la Galaxia. **Horizontal** - tiempo (mln años): escala abajo-cálculo desde el apogalaxio; escala arriba - cálculo desde el perigalaxio; abajo - energía mecánica, en 10^{40} ergios, arriba - masa relativista en 10^{20} g. Energía cinética de la Tierra; 2 - parte constante; 3 - parte variable; Energía potencial de la Tierra: 4 - parte constante; 5 - parte variable. 6 - posición contemporánea de la Tierra. P - perigalaxio; A - apogalaxio. 1 - masa relativista de la Tierra (arriba).



40

raf

A

00 60 40 20 0 20 40 60 80

Dib. 12 ® 1 ® 0 3 ® 4 ~ 5 Q 6

Abstract.

The major geological processes have been and are associated with and dependent on the Earth's motion in the Galaxy, with the most significant role being played by relativity, inertia and other galactic effects. The development of the Earth's crust and its upper underlying parts of the mantle and seemingly that of the entire world obey the main physical laws, i.e. the constancy of moment of momentum, etc. The Earth-Moon double system had to adjust its motion in the Galaxy in such a way as to preserve the constancy of moment of momentum. The essence of the periodic development of the Earth lies in the variety of the said adjustment (transgressions and regressions, formation and development of geosynclinal and folded movable regions, seismotectonic activity, volcanism, variation of the velocity of the Earth's rotation, tidal effects, etc.) and this variety seems to be one of the most significant factors of the geological history of the Earth.

The energy resources of the Earth in the course of its motion in the Galaxy seem to be elementary from the point of view of their genesis. Simply speaking, the redistribution of kinetic and potential energy takes place, with total mechanical energy being preserved. At the perigalacticum where the velocity of motion of the Earth (Solar System) is maximum and the value of kinetic energy is also maximum the Earth's crust goes down (transgressions come). Then; as the Earth moves towards the apogalacticum its velocity reduces and kinetic energy also reduces while potential energy is on the increase. This process is accompanied by the sial uplifts (to remind one of a stone thrown upwards). Later, as the velocity of the Earth's motion in the Galaxy increases (on its way to the perigalacticum) kinetic energy increases while potential energy decreases and the Earth's crust goes down of turns out to be lower (by way of denudation, for example). This reminds one of a stone returning back to the Earth's surface.

The most significant geological factors such as tectogenesis, paleogeographical conditions, extent of deposition in the ancient seas, mean velocities of the sinking of subsidence basins, intensity of tectonic displacements, intensity of volcanism, continental drift, climatic zoning, temporal and spatial peculiarities in the distribution of useful minerals, etc. are closely associated with the Earth's motion in the Galaxy.

The galactic factors of the Earth's development affect not only the processes of inanimate nature but the most significant aspects of

the transformation of the organic world to outline some specific trends which prove to be the inevitable consequences of the association of the organic world with the motion of the Earth in the Galaxy. The foregoing seems to offer good possibilities for the further, more extensive development of paleontology and historical geology.

The basic laws of the Earth's evolution represent a complex of physical laws among which the most significant are the principles of mechanics concerning the constancy of moment of momentum and the redistribution of the variable and constant part of the total mechanical energy of the system.

Almost all the problems touched upon in the present paper have been considered on the basis of a large analytical and actual material embracing the whole of our planet for all the Phanerozoic eon.

B IBLIOGRAFIA

1. Jain V. E (1973) Geotectónica común. Ed. 2^a, Nkiscú.
2. Pare-mago P. P. (1952). Sobre el potencial de gravitación de la Galaxia "Revista astronómica", N 3, p. 245-287.
3. Richter Ch. F (1958). Elementary Seismology. W.H. Freeman and Company, San Francisco.
4. Rittman A. (1960). Vulkane und ihre tätigkeit. Ferdinand Enke Verlag, Stuttgart.
5. Renov A.E. (1976). Volcanism, carbonate accumulation, life. Geokhimia, N 8, 1252-1277.
6. Tamrazyán G.P. (1954). Las revoluciones geológicas y la vida cósmica de la Tierra. "informes de la Academia de Ciencias de la RSS de Azerbaidzhán", N 6, p. 433-438.
7. Tamrazyán G.P. (1957). La hipótesis geotectónica "Noticias de la Academia de Ciencias de la RSS de Azerbaidzhán", N 12, p. 85-115.
8. Tamrazyán G.P. (1959) Sobre el problema de la estructura de la Tierra "Noticias de la Academia de Ciencias de la RSS de Turkmenia" N1, p. 22-35.
9. Tamrazyán G.P. (1964). "La variación cíclica como la reflexión del desarrollo de la Tierra". "Naturaleza", N 1, p. 107-110.
10. Tamrazyán G.P.(1967 a). Unaş principales regularidades tectónicas planetarias y sus uniones casuales. "Geologíayprospección", N 11, p. 3-17.
11. Tamrazyán G.P. (1967 b). Soma sketches on the structure of the Earth, Moon and Mars. International Lunar Society, Vol. 3, N 4, 72-84, and back cover; vol. 3, N 5, 84,101, England.
12. Tamrazyán G.P. (1967 c). The global historical and geological regularities of the Earth's development as a reflection of its cosmic origin (as a sequence of inetraction in the course of Galactic movement of the Solar System): Transaction of Inst. Mining and Metallurgy, Ostrava, Czechoslovakia, 5-24.
13. Tamrazyán G.P. (1967 d). On soma problems of the intrayarly distribution of the world's strongest earthquakes. Indian Geephys. Union Jour., Vol. 4, N 3-4, India, 131-141.
14. Tamrazyán G.P. (1968). Principal regularities in the idtribution of major earthquakes reltaive to solar and lunar lides and other cosmic forces. International Journal ofthe Solar System. Vol. 9, N 3, 574-595, U.S.A.
15. Tamrazyán G.P. (1971 a). The twisting of the Earth as one of the last global features in its development, connected with the distribution of the moment of momentum. Israel Journalof Eearth-Sciencias, vol. 20, N 1, 1-6, Israel.
16. Tamrazyán G.P. (1971 b). The orgin del sistema Tierra-Luna. Caracas, Venezuela. Acad. Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales.

17. *Tamrazyán G.P.* (1971c). The structural evolution of the Moon's surface. American Astronautical Society publication, vol. 25, 365-376, U.S.A.
18. *Tamrazyán G.P.* (1973). Distribución de los volúmenes de los océanos según las zonas de latitud de la Tierra. Bol. Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales, N 98, 73-77, Venezuela.
19. *Tamrazyán G.P.* (1977). Movimiento de la Tierra en la Galaxia y las principales particularidades de la distribución de unos minerales útiles unidas con este. "Noticias de la Academia de Ciencias de la RSS de Armenia, Ciencias sobre la Tierra, N 6, p. 12-17.
20. *Tamrazyán G.P.* (1978 a). Mareas lunares como el regulador de la periodicidad global sismotectónica de la Tierra "Noticias de la Academia de Ciencias de la RSS de Armenia. Ciencias sobre la Tierra, N 1, p. 16-27.
21. *Tamrazyán G.P.* (1978 b). Estudios sobre las tendencias regulares en la distribución de las masas en la Tierra. "Noticias de la Academia de Ciencias de la RSS de Armenia", Ciencias sobre la Tierra, N 3, p. 3-12.
22. *Tamrazyán G.P.* (1978 c). Principales regularidades de espacio y tiempo del desarrollo sismotectónico de la Tierra en el siglo XX. "Noticias de la Academia de la RSS de Armenia, Ciencias sobre la Tierra, N 4, p. 17-31.
23. *Tamrazyán G.P.* (1980). Actividad sismotectónica de la Tierra en las coordenadas de la declinación y el tiempo de la Luna. "Informes de la Academia de Ciencias de la RSS de Armenia, N 2, p. 98-103.
24. *Tamrazyán G.P.* , *Oimatanov S.T.* (1981). Capacidad petrolífera global de la Tierra "Industria de gas", N 4, p. 28-31.
25. *Umbgrove S.H.P.* (1950). *Simphoniofthe Ear**i.

SOBRE LA LEY UNIVERSAL DE LA ACCION MUTUA EN LA NATURALEZ

Por: GurguenP. Tamrazyan ()*

Los cuatro tipos esenciales ya conocidos de la acción mútua en la Naturaleza (gravitacionales, fuertes, electromagnéticas y débiles) representan de sí unas manifestaciones de la ley universal de la acción mutua en la Naturaleza que se expresa como

$$F = - \frac{1}{r^2} \left[(G + a_1 a_2) m_1 m_2 + \frac{1}{c^2} (e_1 e_2 - \frac{1}{r^2} \frac{dJ}{dt}) \right] \quad (1)$$

donde F - es la fuerza de la acción mutua de dos cuerpos materiales (dina, $\text{g} \cdot \text{cm} \cdot \text{seg}^{-2}$); m_1 y m_2 - son masas de los cuerpos de la acción mútua (g); e_1 y e_2 - son dimensiones de las cargas eléctricas de estos cuerpos ($\text{g} \cdot \text{cm}^{3/2} \cdot \text{seg}^{-1}$); r - es distancia entre dos cuerpos (cm); f_1 - densidad de los cuerpos de la acción mutua ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$); A - es densidad de ambiente entre las cargas de acción mútua que acondiciona la permitividad ($\text{g} \cdot \text{cm}^{-3}$); a_1 y a_2 - son aceleraciones instantáneas ($\text{cm} \cdot \text{seg}^{-2}$) de los cuerpos de la acción mútua relativamente al centro condicionalmente inmóvil de sus masas con las cuales coincide el comienzo de las coordenadas (durante el movimiento-convergencia, por ejemplo, según el eje de abscisas, los valores positivos de aceleración se cambian de los negativos cuando uno de los cuerpos pasa a través del origen de las coordenadas, es decir, al momento inicial de la acción mutua, entonces, la gravitación se cambia a repulsión, para los cuernos de masas casi iguales cuando uno de estos alcanza al punto crítico en un instante antes que el otro, tiene lugar el cambio del signo de aceleración (el más del menos), este cambio tiene lugar aproximadamente en la mitad de distancia que existía entre los cuerpos al momento de comienzo de la acción Mútila activa); c - es voiociaaa ae la luz ($= 3 \times 10^{10} \text{ cm} \cdot \text{seg}^{-1}$); G - es constante de la gravitación universal ($= 6,672 \times 10^{-8} \text{ cm}^3 \cdot \text{g}^{-1} \cdot \text{seg}^{-2}$); a - es constante de la estructura fina donde h es constante de Planek igual a $1,055 \times 10^{-27} \text{ g} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{seg}^{-1}$).

(*) Miembro Correspondiente Extranjero de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales.

En la fórmula (1) cada tipo de la acción mútua está representado correspondientemente (F_1, F_2, F_3, F_4) y todos juntos son componentes esenciales de la acción mútua común entre los cuerpos en la Naturaleza (tan en el microuniverso como en el macrouniverso). Por ejemplo, en el microuniverso donde los cuatro tipos de acción mútua están representados por completo, todos estos tipos pueden ser calculados con una exactitud bastante; según la fórmula (1) y sus dimensiones pueden ser comparadas con una elevada seguridad. Se ve de lo siguiente. Según la fórmula (1) aplicada a los nucleones (o a la acción mutua de las partículas elementales) obtenemos:

$$(x e^2 = 7,3 \times 10^{-3} \text{ he})$$

La sucesión de los sumandos en esta fórmula corresponde a los siguientes tipos de la acción mútua en el microuniverso: gravitacional (F_1), fuerte (F_2), electromagnético (F_3), y débil (F_4). Si tomamos por unidad la acción mútua fuerte (nuclear) las dimensiones comparativas de los demás tipos de acción mútua serán expresados bastante claramente:

$$F = F_1 + F_2 + F_3 + F_4 = -0,7 \times 10^{-39} - 1 + 0,8 \times 10^{-3} + 1,1 \times 10^{-15}$$

Entonces, si tomamos por unidad la dimensión de la acción mútua fuerte (F_2), la gravitacional (F_1) será igual a 10^{-39} , la electromagnética (F_3) será acerca de 10^{-3} y la débil (F_4) será acerca de 10^{-15} . Hemos obtenido estos resultados de modo experimental.

Todas las acciones mútuas en la Naturaleza están expresadas muy bien en la fórmula (1) que indica de tal modo la existencia de un campo físico universal heterogéneo en el cual todos los campos particulares coexisten simultáneamente, a pesar de que en distintas condiciones uno de estos sea dominante. En este caso el campo dominante no aumenta y tampoco excluye cualquier otro campo particular cuya esfera de dominio es determinada por las características numéricas del espacio en el que obtienen estos campos máximo desarrollo.

El complejo de jerarquía de los campos físicos particulares forman el campo físico universal heterogéneo, las acciones mútuas en el cual se expresan por la fórmula (1) común.

En el macrouniverso sigue creciendo el papel de unos tipos de las acciones mutuas, y al contrario sigue disminuyendo el papel de los

otros. Sobre todo, crece el papel de las acciones mutuas gravitacionales. Representa cierto interés el papel el tipo fuerte de la acción mutua. Es considerable entonces, que la acción fuerte (F_2) en el macrouniverso se convierte en un factor que participa en la divergencia de las galaxias (es decir, en la ampliación del espacio universal).

Después la explosión gigantesca que dió inicio a la formación de las galaxias, la velocidad de las divergencias de estas últimas seguía disminuyendo a medida de que se ampliaba al mismo tiempo la Metagalaxia; este fenómeno causó la aparición del signo negativo de la aceleración. .

Gracias al aumento de la distancia entre las galaxias (r) se disminuía la dimensión de la acción mutua gravitacional (F_1) y se aumentaba la dimensión de la acción mutua fuerte (F_2) que en las condiciones de una disminución de la densidad de las galaxias durante su amplificación y gracias a las dimensiones negativas de aceleración de su movimiento provocaba la amplificación progresiva de las tendencias repulsivas en el desarrollo de las Metagalaxias (sobre todo, de sus zonas periféricas).

La fórmula (1) determina sobre todo la acción mutua instantánea. Durante un período muy prolongado (millones y millares de años) iban acumulándose latentemente los efectos repulsivos reflejados en el miembro F_2 que de su lado estimulaba la divergencia de las galaxias siguiente y causaron la amplificación de la velocidad de alejamiento de los mas lejanos de estos, aunque dominaban al mismo tiempo los movimientos moderados equivariantes.

Tales son unos rasgos principales de la ley de la acción mutua en la Naturaleza reflejada en la fórmula (1). El análisis detallado muestra que muchos problemas de la física teórica y las ciencias naturales pueden ser resueltos de modo muy interesante al usar las ideas propuestas en este artículo.

HOMENAJE AL DR. FRANCISCO J. DUARTE. CON MOTIVO DEL CENTENARIO DE SU NACIMIENTO

*Discurso pronunciado el 26 de enero de 1983
por el académico Erich Michalup*

Esta tarde estarnos reunidos para homenajear al eminente investigador, científico y matemático Francisco José Duarte Isava, miembro fundador y dos veces presidente de esta Academia.

Conocí al Dr. Duarte desde mi llegada a Venezuela antes de la segunda guerra mundial. En el año 1950 se celebró en Boston, E.U.A., el primer Congreso Internacional de Matemáticos para el cual la representación venezolana fue integrada por el Dr. Duarte y el suscrito. Para este Congreso estuvimos acompañados por nuestras esposas e hijos. En el Congreso ha habido más de 2.000 participantes y ese número grande causó diversos inconvenientes, sobre todo en las horas de las comidas. Particularmente la señora Duarte nos ayudó enorme-mente con nuestros pequeños hijos, originándose debido a esto, una amistad íntima. Habiendo sido un muy buen amigo de Francisco José, aparte de colega científico de la misma especialidad me siento suma-mente honrado de poder dar una idea sobre la vida y la investigación laboriosa de tan ilustre científico venezolano.

El Dr. Francisco J. Duarte nació en Maracaibo el 6 de enero de 1883. Sus padres, el General Francisco Antonio Duarte y Delfina Isava se casaron el 7 de abril de 1876. De este matrimonio nacieron 10 hijos. Las cuatro hermanas mayores nacieron en San Felipe, Francisco José en Maracaibo y los otros cinco en Puerto Cabello. El General Francisco Antonio Duarte tuvo un carácter muy fuerte y se dedicó por entero a la enseñanza de sus hijos, en vez de inscribirles en una es-cuela. El fue indudablemente un hombre muy culto y de vastos conocimientos. Sus tres hijas mayores se sometieron a un examen en el Colegio Hispano-Porteño de Puerto Cabello y el 15 de agosto de 1899 recibieron los diplomas de bachiller y agrimensor. Ellas fueron las prime-

ras mujeres egresadas de la Universidad Central de Venezuela. Cuando Francisco José tuvo aproximadamente 3 años se radicó la familia en Puerto Cabello. Francisco José recibió de su padre y de algunos profesores privados una instrucción tan buena, que le permitió presentarse a la Universidad de Valencia y el 6 de febrero de 1900 optó para el título de bachiller en filosofía y agrimensura. La prensa de Valencia mencionó ese hecho y se consideró el examen más brillante que se hubiera dado en esa Universidad. En los años siguientes se dedicó al estudio de las matemáticas y de astronomía y con una beca de Bs. 100 mensuales del Gobierno de Carabobo entró en el año 1903 en la Universidad Central de Venezuela para estudiar Ingeniería y terminó el estudio en el año 1908, recibiendo el título de ingeniero civil y de doctor. Se ausentó para un año, más o menos, a La Habana donde vivía un hermano de él y cuando él regresó a Caracas le nombraron primeramente profesor de Geometría y después Profesor de Cálculo Infinitesimal en la Universidad Central de Venezuela. En 1911 trabajaba como ingeniero Auxiliar con los doctores Santiago Aguerrevere y Ciro Vásquez y después como director de la Oficina Central del Mapa Físico y Político de Venezuela.

En el año 1912 fue jefe de la comisión de límites con el Brasil para demarcar la recta que va de Cocuy en Río Negro a Maturaca. En el año 1918 marchó como consejero técnico de la legación de Venezuela en Berna y como ingeniero cartógrafo de la Plenipotenciaria especial ante el arbitrio suizo en el asunto límites con Colombia. La permanencia en Europa aprovechaba Duarte para conectarse con los matemáticos de aquella época y asistió en la Sorbonne como oyente a un curso de Análisis Matemático de Goursat. Con expertos suizos viajaba para demarcar las fronteras con Colombia. Regresó a Suiza como Cónsul en Ginebra, donde se casó en 1934 con Jeanne Gaillard Macheret. De este matrimonio nació el hijo Carlos Federico, investigador de Arte Colonial Venezolano, siendo también un renombrado restaurador de cuadros, no únicamente en Venezuela, sino en los continentes América y Europa. Entre los años 1925 y 1935 trabajaba el Dr. Duarte con el vizconde R. Montes de Balore de la Universidad de París y con el profesor Dimitry Mirimanoff de la Universidad de Ginebra.

Después de la muerte del General Juan Vicente Gómez el Gobierno le llamó para ocupar el cargo de director del Observatorio Cajigal.

También volvió a la Universidad Central de Venezuela para encargarse de la cátedra Análisis Matemático, Álgebra Superior y de Mecánica Racional. Cuando dos años más tarde el Ministro de Educación

expresó en la memoria correspondiente el pésimo estado de la U.C.V., atribuyendo la culpa sobre todo a los profesores con frases denigrantes para ellos, presentó Duarte su renuncia y no volvió a tener más ingerencia en la U.C.V. Más tarde, sin embargo, en los años 1954 a 1956 fue profesor de Álgebra Superior en la Universidad Santa María. Opinaba que en Venezuela no se ha cultivado propiamente las matemáticas como ciencia pura. En el año 1941 se encargó de la dirección de la frontera en el Ministerio de Relaciones Exteriores a petición expresa del Dr. Caracciolo Parra Pérez y desempeñaba ese cargo hasta 1968, cuando se le dio la jubilación. El recibió varias condecoraciones, entre ellas:

Titular de la Medalla de Honor de la Instrucción Pública, 1945;
Comendador de la Orden de la Cruz del Sur del Brasil, 1947;
Comendador de la Orden del Libertador, 1950;
Premio Cajigal del Concejo Municipal del Distrito Federal, 1956;
Premio Anual del Colegio de Ingenieros de Venezuela, 1958; Cruz de las Fuerzas Armadas en 1ª Clase, 1960;
Placa de Honor del Colegio de Ingenieros de Venezuela, 1964;
Doctor Honoris Causa de la Facultad de Ciencias de la UCV, 1965;
Gran Cordón de la Orden del Libertador, 1965;
Orden al Mérito de la República Italiana en el grado de Comendador, 1965;
Orden de Andrés Bello en primera clase, 1965;
La Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales devela su busto en mármol, entre otros de académicos ya fallecidos, 1969;
Doctor Honoris Causa de la Universidad de Oriente, 1969.

Hace casi 50 años, que llegó ami mano, por primera vez, un trabajo del Dr. Duarte publicado en París sobre los logaritmos de n factorial con 33 decimales y algunos años después su obra sobre los logaritmos con 36 decimales de los números primos hasta 10007 que publicó en 1933 en París y que contiene algunas valiosas tablas adicionales. En este libro explica con mucha precisión las fórmulas utilizadas y los procedimientos escogidos. Hay que admirar ese trabajo, particularmente si uno se da cuenta que en aquella época no existieron todavía máquinas electrónicas. Han pasado muchas décadas desde que él se dedicó a esa clase de investigaciones porque sabemos que sus primeros cálculos de este tipo los efectuó en 1897, hace más de 80 años, cuando él tuvo apenas 14 años.

No solamente los valores publicados son de gran valor para poder determinar con mucha precisión, sino también las notas bibliográficas

y nos enseñan que Duarte ha investigado a fondo la literatura relacionada. El hace recordar a Neper y Búrgi, los inventores del concepto de logaritmo y menciona que ninguno de los dos publicó o calculó los logaritmos naturales eje base "e" sino que el matemático francés Laeroix dio el nombre de Neper a los logaritmos naturales, para honrar al inventor del concepto. La primera tabla de logaritmo natural la publicó Speidel en 1624 en Londres.

Más tarde publicó Duarte los logaritmos de las factoriales primarias desde 2 hasta 10007.

Es el campo preferido de Duarte la teoría de Números, que llamó Gauss la reina de las matemáticas; pero también en Álgebra, Cálculo Infinitesimal, etc., y Astronomía ha contribuido con valiosos aportes.

Mencionaremos solamente algunas de su contribuciones en la Teoría de los Números, por ejemplo, en una nota sobre el Teorema de Goldbach, el cual ha sido enunciado por primera vez en 1742 en una carta de Euler a Goldbach, como lo apuntó Duarte; él consideraba un caso particular que resolvió indicando que todavía está por encontrar una solución completa.

Duarte publicó un interesante estudio dando una solución general de las ecuaciones diofánticas del segundo grado con " $2n$ " incógnitas y extendió el método desarrollado a ecuaciones del tercer y cuarto grado y a ecuaciones multigradas.

Entre los estudios en el campo de Álgebra se destaca una simplificación de un teorema de Kummer respecto de las ecuaciones cúbicas que admiten una sola raíz racional y más tarde publicó un nuevo desarrollo de la fórmula de interpolación de Everett demostrando que es consecuencia directa de la fórmula de interpolación de Gauss, la cual, a su vez, es corolario de la fórmula de interpolación de Newton.

Exactamente hace 45 años en el año 1938, él editó un libro con más de 600 páginas, titulado "Lecciones de Análisis Infinitesimal". Esta obra contiene más que lo generalmente tratado en los cursos de Análisis Infinitesimal o Análisis Matemático durante los primeros tres o cuatro años; diferenciación e integración de una o más variables, teoría de funciones de variables complejas, series trigonométricas, ecuaciones diferenciales generales y parciales, integrales y funciones elípticas y ecuaciones integrales. Es de lamentar que esa obra no es el libro de texto recomendado por las universidades. Si uno ha leído

completamente ese tomo, entenderá por qué la "Monografía sobre los números π y e " que salió en 1949, tiene un contenido tan rico con 171 citas y un nivel tal elevado. Cuando leí esta obra magnífica tuve no solamente gran placer sino realmente admiración. Para evitar un malentendido el libro no contiene solamente los resultados publicados en los 171 obras citadas, sino muchas contribuciones nuevas de Duarte.

Todos los trabajos mencionados indican que Duarte conoce a fondo la literatura matemática y cada lector supondrá que él dispuso de una biblioteca de valor incalculable. Encontramos ratificado la veracidad de esta hipótesis al recibir su libro "Biblioteca Euclides, Arquímedes y Newton" de 163 páginas que contiene una información completa de los títulos de los libros de su propia biblioteca que se refiere a estos tres sabios.

Sabemos que Duarte se dedicó en sus horas libres también a la astronomía y conocemos su excelente obra "Teoría analítica de los eclipses de sol y de las ocultaciones de estrellas por la luna", en la cual expone en forma muy clara y fácilmente comprensible el método de **Bessel**. Hay cierta relación entre la teoría de Números y su trabajo "El Calendario Perpetuo", publicado en 1909 en Los Anales de la Universidad Central de Venezuela y "Calendario perpetuo 1940" publicada del Observatorio Cajigal. El Calendario Perpetuo publicado por Duarte es el método más simple, que conozco, para determinar el día de la semana que fue cierta fecha.

Se ha ocupado mucho Duarte de las obras de Euclides y resultó de su investigación en 1945 su valiosa obra "Sobre las Geometrías no Euclidianas" explicando las teorías Lobastschewsky y Polya y comenta varios ensayos infructuosos de la demostración del 5° postulado de Euclides. El libro más antiguo sobre Euclides en la biblioteca de Duarte es de 1482 y sobre Arquímedes, del año 1543.

No se limitó el interés de Duarte a las matemáticas solamente sino le interesaba mucho la vida de algunos geómetras célebres y conocernos varias biografías publicadas por él, por ejemplo, sobre el astrónomo Le Verrier que "vio el nuevo astro en la punta de su pluma" como escribe su colega Gall a la Academia después de informar Le Verrier que "el planeta{NEPTUNO) cuya posición calculó" existe realmente. En otra biografía nos da una idea bastante completa sobre la vida de Gauss, llamada también "Príncipe mathematicorum". Después publicó una biografía de Hermite, más tarde de Evaristo Galois y últimamente de Niels Henrik Abel.

No siempre le dejaron la tranquilidad para investigar, ha habido seudomatemáticos que le quitaron mucho tiempo por su insistencia de molestar. personalmente o por escrito. Hace muchos años, al principio de la segunda guerra mundial, publicó un señor un folleto y él estuvo convencido de haber podido resolver los tres célebres problemas, la cuadratura del círculo, la duplicación del cubo y la trisección del ángulo y durante un larga período continuaba molestando tanto al Dr. Duarte como posteriormente al que suscribe. Es comprensible que una persona que no frecuentaba ninguna escuela después de la Primaria no puede entender las demostraciones conocidas de que estos problemas no tienen solución utilizando solamente regla y compás. Personas mejor preparadas. se ocupan de otros problemas y uno ha creído haber encontrado una solución del llamado "Gran Teorema de Fermat" y no era posible al Dr. Duarte, ni al suscrito, de convencerle de los errores en la demostración. En otra oportunidad uno utilizaba una revista colombiana para defender a un compatriota que se equivocó en sus escritos sobre el 5° postulado de Euclides y que originó cierta correspondencia y, por consiguiente, una pérdida de tiempo. Como colmo podemos citar que uno entregó a Duarte la publicación de su descubrimiento que él llamó "Teoría y Sistema de Indices" sin saber que él no hizo otra cosa que dar una explicación de la prueba por nueve.

Después de la segunda, guerra mundial, como lo mencioné antes, se celebró en 1950 el Primer Congreso Internacional de Matemáticas de la postguerra en Boston (Cambridge University) y allá se convocó para una-reunión especial a todos los matemáticos de habla española con la intención de establecer una: Asociación de Matemáticos Latino-americanos. El presidente de esa reunión era el conocido matemático Norbert Wiener, el autor del primer libro sobre cibernética. A pesar de los acuerdos tomados por los que asistieron a esa reunión, no empezó a funcionar la asociación. Todos se dieron cuenta que tales asociaciones serían de mucha importancia para el desarrollo -de las matemáticas, pero tuvieron que limitarse al principio, a asociaciones nacionales y más tarde a asociaciones que comprenden grupos de países, como el grupo de los países bolivarianos. Además por la falta de recursos económicos, requeridos por los matemáticos latinoamericanos, ellos buscaron y encontraron la ayuda económica de sus gobiernos y así se creó la base para poder convocar al Primer Congreso Bolivariano de Matemáticas en 1966 en Colombia, el Segundo Congreso Bolivariano de Matemáticas en Quito en 1968 y el Tercer-Congreso en Caracas en el año 1970. Los puntos más importantes en todos estos tres Congresos representan las contribuciones de los. participantes en las mesas redondas. En el Congreso de Caracas ha habido discusiones

fructíferas acerca de los métodos y procedimientos en la enseñanza de la matemática en la primaria, secundaria y superior.

Espero que habrán valiosas contribuciones acerca de la unificación de los textos para la primaria y para la secundaria, sea para el mismo país, sea para los países bolivarianos. La utilidad de tal unificación es evidente, como lo mencionó Duarte durante el Congreso. También convendría discutir los procedimientos modernos, la enseñanza audiovisual, no solamente para los primeros grupos, sino particularmente para los estudios superiores en la Universidad, etc. Una información respecto de los aparatos utilizados y particularmente de la experiencia obtenida, será de gran valor para todos los países. Sabemos que la enseñanza de las matemáticas y los resultados obtenidos originaron en muchos, si no en todos los países, reuniones entre los profesores, para discutir modificaciones y mejoras en el programa de las es-cuelas primarias y secundarias. Respecto de la enseñanza de las matemáticas en las escuelas superiores, debe mencionarse que hacen mucha falta textos en castellano, porque todos los estudiantes tienen que utilizar libros escritos en otros idiomas. En determinadas ramas de las matemáticas existen algunos textos en castellano; pero hay ramas de las matemáticas que carecen casi completamente de textos, por ejemplo, Teoría de Números, Cálculo Numérico y Teoría de Funciones, mientras que en estas ramas se editan constantemente libros en otros idiomas. Esta falta de libros de texto, explica, también el fenómeno que estas ramas no se enseñan con tanto cuidado en los países de habla española.

Dedicó Francisco José muchas horas también a las matemáticas recreativas y propuso en algunas revistas de Estados Unidos y de Europa problemas por resolver; pero también resolvió propuestos por otros. Tratamos en años pasados establecer una sociedad de matemáticos. El Dr. Olivares preparó los estatutos; pero no se ha podido terminar el trabajo. Actualmente hay un pequeño grupo trabajando para unir a los interesados.

Podría hablar todavía mucho tiempo sobre los detalles de investigación de Francisco José. Particularmente fascinante para mí fue su obra "Monografía sobre los números π y e " por lo cual quisiera dar un resumen sobre el contenido de esa obra, a cuya elaboración dedicó Duarte más de medio siglo.

A principios de este siglo, en el año 1902, sugirió Haton de la Goupilliere escribir un libro como monografía del número π . Nos di-

mas cuenta estudiando el libro que algunos años antes de haberse expresado el interés en un trabajo de esa índole, se ha dedicado Duarte a tales problemas, porque ya en el año 1897 calculó el valor de e , la base del logaritmo natural con 102 decimales exactas y en los años. 1901-1902 el valor de π con 20 decimales exactas. Se trata en el caso concreto de la publicación de un trabajo al cual su autor ha dedicado "52" años, una persistencia que cada uno tiene que admirarla. Durante ese largo período le era posible estudiar no solamente el número de unos 170 trabajos, de otros autores sino le fue posible contribuir con algunas investigaciones propias que han ampliado nuestros conocimientos acerca de ese problema y que por parte se publican en esta obra por primera vez. La primera contribución de Duarte a ese problema la publicó la célebre Academia de Ciencias de París en el año 1908, después aparecieron otros en Francia, Suiza, España, etc.

El libro consta de unas 250 páginas y está dividido en 27 capítulos. Después de la introducción dedica un capítulo largo e interesante a "Los Cuadradores" que no saben en realidad en qué consiste el problema de la cuadratura del círculo. Sabemos que ambos números son inconmensurables y las demostraciones más importantes, por ejemplo, las de Arnold y Eves, Fourier, Hermite, Hilbert, Hurwitz, Lambert, Legendre, Landau, Lindemann, etc., encontramos en los úl-

timos capítulos. Es imposible construir solamente con regla y compás un cuadrado de la misma área que un círculo dado. Las lunulas de Hipócrates cubren exactamente el área del triángulo correspondiente y ese descubrimiento griego unido a otros semejantes, originó la idea, que la cuadratura del círculo es posible. Todavía hoy en día existen personas que aseguran haber encontrado la solución exacta del problema. Superfluo añadir que se puede tratar únicamente de gente sin ninguna clase de conocimientos en las matemáticas. Nos informa Duarte de un cuadrador que protestó por escrito ante el Congreso Internacional de Matemáticos de Zurich en 1932, por haberse rechazado su solución del problema. Muy diferente es buscar o encontrar un método o una expresión que proporcione una aproximación, como por ejemplo, el método del célebre griego Arquímedes. Esa clase de trabajos es más importante porque los autores no pretenden haber encontrado la solución que, como sabemos, no existe, sino declaran que se trata de aproximaciones y como podemos añadir algunas veces *geniales*. Basándose en el método de Arquímedes calcinaron el valor de π varios matemáticos, por ejemplo, Ludolph van Ceulen con 35 decimales, quien expresó el deseo que este valor de π fuera grabado sobre la piedra que cubriría sus restos.

Encontramos en los capítulos 5 a 9 una descripción crítica de una serie grande de diferentes construcciones gráficas y Duarte nos enseña las relaciones entre estas aproximaciones y formas analíticas. También menciona Duarté diversas fórmulas aproximadas y algunos resultados de sus propios trabajos expresando el valor de π por fracciones continuas. El décimo capítulo trata de las relaciones entre π y otras constantes en una forma admirablemente completa, donde encontramos otra vez contribuciones propias de Duarte publicadas anteriormente en su obra "LECCIONES DE ANALISIS INFINITESIMAL" en 1943. Muy importante para el cálculo práctico es el siguiente capítulo sobre series convergentes. Entre las 18 fórmulas para determinar la cuarta parte del valor de π encontramos la conocida fórmula de Machin, dos fórmulas de Gauss, dos fórmulas de Euler y no menos de cuatro fórmulas nuevas de Duarte, otra contribución meritoria de él. Empleaba Duarte hace casi 50 años la fórmula de Machin para calcular 200 decimales exactas de π , resultado publicado por la Academia de Ciencias de París en 1908. Los resultados obtenidos por él los hallamos detalladamente en el texto. En el capítulo siguiente explica Duarte también el motivo, porque se han calculado tantas decimales de π . La práctica se contenta con dos y la astronomía no pudiera utilizar sino las primeras 30 decimales aproximadamente. Lo interesante es conocer la distribución de las cifras, porque estudiando sólo las primeras 200 decimales, debe encontrarse cada cifra aproximadamente 20 veces; en realidad encontramos la cifra 7 solamente 12 veces y por otro lado, la cifra 8, 25 veces. La anomalía notada en las cifras 7 desaparece como lo vemos en la página 245, si se toman en cuenta más decimales. El gran interés es conocer más decimales del valor del π . Podemos apreciar por el texto de cartas que se han publicado en revistas científicas, por ejemplo, la carta del conocido matemático europeo vizconde de Montessus de Ballore publicada en la revista matemática SPHINX en el año 1935 en la cual expresa el deseo que el valor de π sea calculado con 1.000 decimales, como lo propuso también el italiano Zanetti y pregunta y recomienda si Duarte aceptaría hacerlo. Una carta de ese contenido publicada en una revista mundialmente conocida indica suficientemente el gran prestigio de que goza Duarte entre los matemáticos del mundo. Para completar los métodos aplicados en la determinación de π menciona Duarte también la verificación experimental del suizo Wolf quien publicó el resultado exactamente hace más de un siglo. Sabemos que el problema de Buffon o el problema de la aguja se resuelve por una expresión analítica que permite determinar aproximadamente el valor de π contando el número de veces en que una aguja encuentre una de las rectas paralelas y equidistantes trazadas sobre un plano horizontal al lanzarla al

azar. Ese problema lo conocía Wolf de un libro de Lalannes, publicado en 1943, y encontró con 5.000 experimentos el valor aproximado de 3,1596. Naturalmente empleaban la idea de Wolf otros matemáticos y lo sorprendente es que las aproximaciones halladas difieran tan poco del valor de π .

Frecuentemente se oye la crítica completamente, infundada, que las matemáticas, llamadas por Gaus la reina de las Ciencias, sea una ciencia seca, propiedad que se atribuye también a los matemáticos. El contenido de las tres partes del capítulo 13 es una prueba de la inexactitud o mejor dicho de la falsedad de tal opinión. En las páginas 145-147 y 247 podremos leer algunos versos en francés, alemán y español en los cuales los números de letras de cada palabra son las cifras consecutivas de la expresión decimal de π o e . Estos versos corresponden a las 30, 31 y 127 primeras cifras de π y a las cuarenta y nueve primeras decimales de e . La segunda parte contiene una demostración bastante divertida que π es inconmensurable, y la tercera parte menciona algunas paradojas para probar, por ejemplo, que el valor de π sea igual a $2/6$ a $8/3$. Para llegar a esas paradojas se requiere indudablemente infinitamente más sustancia cerebral que la mayoría de los cuadrados posee.

Dedica Duarte el capítulo 16 a la base del logaritmo natural, llamado por el matemático francés Lacroix logaritmo neperiano para immortalizar el nombre de uno de los inventores del concepto de logaritmo, como sabemos de otra obra de Duarte (*Nouvelles tables logarithmiques* á 36 décimales, París 1933, página XXVI). En ese capítulo menciona algunas series infinitas que representan el número e ; particularmente interesante son las series que son múltiplos de e y las cuales publicó Duarte por primera vez en el año 1935 en la revista matemática hispano-americana en Madrid. Es lo remarcable, que los factores de e son los de la suma de los números de Sterling de segunda especie, tomados siempre con el signo positivo y qué por ese trabajo Duarte nos proporcionó otro método para calcular esos números célebres. El capítulo continuará con expresiones de e en fracciones continuas, relaciones entre e y las funciones circulares, la constante de Euler y algunos integrales y formulas que expresan relaciones entre π y e . Otra contribución original de Duarte fue el cálculo de las primeras 102 decimales exactas de e , un trabajo ejecutado por él en el año 1897. La última parte de ese capítulo y los capítulos siguientes se refieren a la inconmensurabilidad, irracionalidad y trascendencia de π y de e o de potencias de ellos. Los últimos trabajos respecto de valor de π y e publicados están mencionados en el capítulo 26. Ambos números

se han calculado con 808 decimales y tanto el valor de π como el de e llenan casi completamente las páginas 244 y 246.

Impreso en Servicio Gráfico Editorial - Teif. 41.3622

