Contribución al estudio de las mareas en las costas venezolanas

POR EL DOCTOR MANUEL CIPRIANO PEREZ
Individuo de Número de la Academia

(*Continuación*)

CAPITULO VIII

Del famoso retardo de las 36 horas

Poco ó nada se sabe acerca de la causa de este retardo; la presunción más plausible es que él se debe al rozamiento de las aguas en toda la masa de la onda de marea, en la tendencia de ésta a seguir el movimiento que le ha impreso la Luna. Lo cierto es la existencia del fenómeno, y las dudas que puedan suscitarse no versan sino sobre su magnitud. Abel Souchon, en su Traité d'Astronomie Pratique, admitiendo que este retardo es de uno y medio días, como es la opinión general, dice y repite «ó más exactamente 1,50724», como si este número emanara de alguna teoría, que no existe, pues la experiencia se ha encargado de echar por tierra todas las que se ha intentado formular. Para calcular este retardo con esa exactitud de segundos de tiempo, sería necesario conocer a fondo las causas del fenómeno, y que éstas fueran accesibles al cálculo, de lo que aún estamos lejos.

Este gran retardo (que en adelante llamaremos G) ha sido revelado por el hecho de que la más alta pleamar, que debe ser la de zizigia, no se produce al tiempo de ésta sino de uno a dos días después. Bastaría para determinarlo restar el establecimiento del puerto de la distancia en tiempo entre la zizigia y la máxima pleamar, ya que el término «corrección» es nulo en el momento de la zizigia. Esto supone que la zizigia se verifica sobre el meridiano del puerto, caso que sería excepcional: de ordinario se efectuará a diferentes distancias a uno y otro lado del meridiano, por lo cual habrá que aplicar una corrección a la hora de la marea, siguiendo la regla dada en el § XIII, Cap. VI, esto es: sumarle ó restarle 1½ minutos para cada hora que la zizigia se adelante ó se atrase al paso lunar (6). Pero si se trata de promediar un gran número de observaciones, se puede prescindir de estas correcciones, porque estos pequeños aumentos y disminuciones se compensan ó destruyen. De modo que en todo puerto es fácil calcular a qué hora llegaría la pleamar más alta si la zizigia se realizara bajo el meridiano del lugar.

Bernouilli no emplea este método, porque cree lograr mayor exactitud interesando en el cálculo no sólo la marea zizigia sino también la de cuadratura.

Veamos en qué consiste el método de Bernouilli.

Sábese que la hora de cualquier marea depende de G, porque, para calcular el término «corrección», es necesario ir a buscar los elementos de los astros G horas antes. Si, no conociendo el valor de G, suponemos a ésta un valor erróneo, la marea no llegará a la hora calculada; pero ensayando con varios valores de G, llegaremos a conocer el verdadero cuando logremos la coincidencia de la hora calculada con la observada.

Partiendo de este principio, el autor dispone su cálculo de la manera siguiente: toma por término de comparación la diferencia entre las horas de las mareas de zizigia y de cuadratura en Brest (puerto de mareas regulares) según numerosas observaciones; luego calcula una y otra hora suponiendo primero a G = dos días, y después G = 39 horas; toma la diferencia calculada y la compara con la observada; y no logra la coincidencia sino dando a G el valor de uno y medio días, por lo cual admite este retardo como exacto.

Para completa satisfacción, veamos la exposición de su método con sus propias palabras:

---

(6) Cuando se trata de la marea de cuadratura, es necesario sumar ó restar a la hora de la marea tres y medio minutos por cada hora que la cuadratura adelanta ó atrasa sobre el paso de la Luna por el meridiano.

(Memoria, Cap. VII, § V). «Se ha determinado por un número infinito de observaciones, que, en las zizigias, la hora media de la pleamar en Brest es a las $3^h\,28^m$, y en las cuadraturas, a las $8^h\,40^m$; y que la diferencia no es sino de $5^h\,12^m$ desde las zizigias hasta las cuadraturas. Esta diferencia ha sido observada completamente la misma en Dunkerque y otros puertos. Esta es pues una observación digna de considerarse muy atentamente como general y bien averiguada; sinembargo, es cierto que, sin las causas secundarias que ya hemos indicado, la diferencia entre las horas del puerto para las zizigias y para las cuadraturas deberían ser aproximadamente 6 horas lunares, esto es: cerca de $6^h\,12^m$. Véase cómo yo determino exactamente este intervalo».

«La hora media de la pleamar en las zizigias es, en la teoría pura, precisamente al mediodía, pues es necesario suponer que las zizigias caen precisamente sobre la hora del mediodía. Si las zizigias sobrevienen más tarde, la pleamar llegará más pronto y recíprocamente, y las aceleraciones compensan perfectamente los retardos en un gran número de observaciones. La hora media de la pleamar, al tiempo de las cuadraturas, debe igualmente suponerse la que se efectúa cuando la cuadratura se realiza precisamente al mediodía, a fin de que las diferencias se compensen las unas a las otras. Sea pues (en nuestra figura 8) el Sol en el zenit b, y la Luna en a, a 90 grados del zenit, ó en el horizonte; esto sentado, se ve que si la alta marea se supone llegar precisamente en el momento del paso de la Luna por el meridiano, ella deberá efectuarse 6 horas lunares después del mediodía, porque el punto b debe recorrer, por el movimiento diario de la Tierra, el arco horario b a α (suponiendo que el paso del Sol por el meridiano, que ha sido a la hora del mediodía en b, corresponde al punto α); pero, para hablar con más precisión, encontrándose la Luna y el meridiano en α, la pleamar corresponderá al punto z', y el arco αz' será igual a los dos tercios del pequeño arco αa (§ XIII, Cap. VI); es pues el arco baz' el que determina la hora media de la pleamar durante las cuadraturas: el arco ba es de 90 grados;

el pequeño arco αa es aproximadamente de 3 grados, y el arco α z' de unos dos grados, y por consiguiente el arco baz', de 95 grados, es el que da un tiempo de $6^h\,20^m$, que debería ser *in abstracto* la hora media de la pleamar en las cuadraturas, mientras que la de las zizigias es al mediodía».

«¿De dónde viene pues, se me preguntará, que, según las observaciones, no se encuentre sino $5^h\,12^m$ en lugar de $6^h\,20^m$? Yo respondo que es esta misma anticipación de las zizigias y de las cuadraturas respecto de las más grandes y de las más pequeñas mareas, de que hemos hablado en el párrafo precedente, que constituye la causa. Tan cierto es que esta es la verdadera razón, que la cantidad de esta anticipación corresponde perfectamente bien al intervalo de las horas medias de las pleamares para las zizigias y las cuadraturas».

«Nosotros podemos determinar aún más exactamente la dicha anticipación, sobre la cual las opiniones divergen bastante todavía, suponiéndola unos de un día, otros de dos, mientras que se ha determinado bien exactamente y de común acuerdo el otro punto».

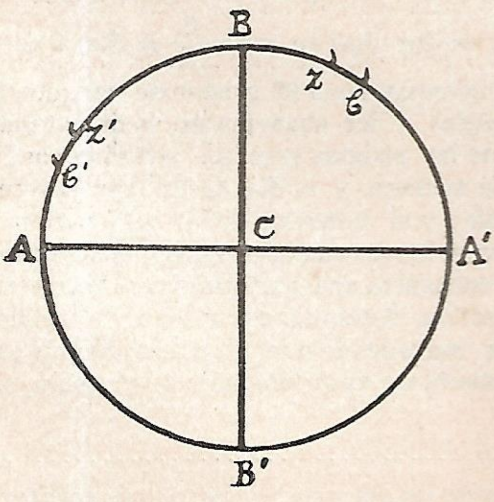

Fig. 19.

«Tomemos primero el término de dos días como el más generalmente adoptado, considerando que las mareas se regulan según los luminares, tal como ellos han estado dos días antes; imaginemos que las zizigias se verifican en B (en nuestra figura 19) y las cuadraturas en B y A ; el efecto de los luminares será, en virtud de nuestra suposición, en el tiempo de las zizigias, como si el Sol estuviera en B y la Luna en β, tomando el arco $B\beta$ de próximamente $25\frac{1}{4}$ grados; y el mismo efecto en las cuadraturas será como si el Sol estando en B, la Luna se encontrase en β' dando al arco $B\beta'$ próximamente $64\frac{3}{4}$ grados; en las zizigias la pleamar corresponde al punto z, y en las cuadraturas al punto z'. Es pues zBz' el arco horario entre la hora media de la pleamar de las zizigias y la de las cuadraturas (sustituyendo siempre horas lunares en lugar de horas ordinarias, a causa del movimiento de la Luna). Ahora, la Tabla puesta al fin del Capítulo precedente (1ª Tabla de Bernouilli) hace ver, por medio de interpolaciones, que, estando la Luna antes de las zizigias a $25\frac{1}{4}$ grados de Sol, la hora de la pleamar es a las $10^h\,46^m$ de la mañana; y que estando la Luna después de las zizigias a $64\frac{3}{4}$ grados del Sol, la pleamar se produce a las $3^h\,35^m$ de la tarde: el intervalo es pues de $4^h\,49^m$ de tiempo lunar, ó de 5 horas de tiempo ordinario. Este resultado corresponde ya bastante bien a la observación, que da $5^h\,12^m$».

«Pero si en lugar de dos días se toma $\frac{8}{5}$ de día, ó cerca de 39 horas, que casi corresponde a 20 grados de distancia de la Luna desde las zizigias y las cuadraturas, la hora media de la pleamar el día de las zizigias será, en virtud de la Tabla, a las $11^h\,02^m$ de la mañana, y el día de las cuadraturas, a las $3^h\,57\frac{1}{2}^m$ de la tarde; y el intervalo de la una a la otra será de $4^h\,57\frac{1}{2}^m$ de tiempo lunar, que hacen poco más ó menos $5^h\,08^m$. Y en fin, se encuentra una conformidad exacta entre los dos puntos en cuestión, dando un día y medio al retardo de las mareas, esto es, suponiendo que el estado de las mareas es tal como él debería ser naturalmente uno y medio días antes».

....

«así, este término de un día y medio es el más conforme con las observaciones; y, consultando las Tablas que están en las Memorias de la Academia del año de 1710, páginas 330 y 332, y tomando la diferencia media, se encuentra muy aproximadamente el mismo valor».

a) Por nuestra parte, no creemos que el retardo G pueda ser menor que uno y medio días lunares, por la razón siguiente: el simple fenómeno de la pleamar, abstracción hecha de todos los retardos, no puede ser producido sino por un paso lunar. Cuando de la hora A de una pleamar dada, que necesariamente corresponde a un paso meridiano actual de la Luna, restamos 36 horas medias para ir a buscar la posición de los astros que produjo la marea dada, no caemos en otro paso lunar, sino en una hora que corresponde a una posición H de los astros fuera del meridiano. No puede ser esta posición H la productora de la marea dada, porque no pueden los astros producir mayor efecto fuera del meridiano que estando en él. La pleamar dada tiene que haberse producido por algún paso lunar que no puede ser otro sino el más cercano a H: para hallar este paso será necesario restar de la hora del paso meridiano actual de la Luna, que suponemos coincidiendo con la marea dada, uno y medio días lunares de la época; por consiguiente, éste será el verdadero valor del gran retardo G. Ello no presenta ningún inconveniente para el cálculo, porque basta tomarlo de la efemérides; ó bien, como aproximación, tomar uno y medio días lunares medios, ó sean 36 horas y 76 minutos de tiempo solar medio.

Cabe aquí una advertencia: en lo que precede hemos supuesto que la Luna por sí sola produce la marea, cuando en realidad es la acción luni-solar, ó sea el astro que llamamos R; sinembargo, esto no altera el razonamiento de arriba, porque en las zizigias, el astro R coincide con el Sol y con la Luna, a lo menos en ascensión recta; y, en la cuadratura, la marea es producida por la sola Luna, porque la acción del Sol real se destruye con la del Sol ficticio. Aún en otra marea cualquiera podría prescindirse de la consideración del astro R, porque, en cualquier punto de la lunación, uno y medio días lunares de la época sólo difieren del lapso correspondiente a los pasos meridianos de R en cantidad tan pequeña que no merecería la pena de ser considerada en esta investigación.

Si estas razones son bien fundadas, resulta que el retardo G no es constante, sino que tiene que seguir las variaciones del día lunar. El valor mínimo de $1\frac{1}{2}$ días lunares es de $37^{h}\,03^{m}$; el máximo, de $37^{h}\,37^{m}$; pero su valor medio es de $37^{h}\,16^{m}$.

De todos modos, nuestro retardo G resulta variable, y su promedio mayor que el de Bernouilli en 76 minutos. ¿Porqué estas diferencias? Veamos las causas según nuestras apreciaciones:

1ª) Porqué en el estudio de Bernouilli no aparecen las variaciones? Porque, cuando se promedia un gran número de observaciones, las variaciones accesorias que, en unas y otras figuran con signos contrarios, desaparecen en el promedio, tal y como si aquellas variaciones no existieran.

2ª) Porqué Bernouilli encuentra para el retardo 36 horas y nosotros $37\frac{1}{4}$? Porque en el método seguido por él, se trata de precisar un número grande, como es el retardo G, por variaciones tan pequeñas como son las que pueden ocurrir en la ecuación del tiempo y la paralaje de la Luna durante $1\frac{1}{2}$ días, lo que ciertamente no es una garantía de exactitud: de modo que el intervalo entre las horas de la pleamar zizigia y la de cuadratura, elegido por él como término de comparación, apenas varía un minuto si se cambia el retardo de 36 horas por el de $37\frac{1}{4}$. Veámoslo en el mismo tanteo del autor:

Ya en las proximidades del número que se busca, podemos admitir la proporcionalidad y decir: si una rebaja de 3 horas para llevar el retardo de 39 a 36 horas ha producido 4 minutos de aumento en el intervalo de comparación, una rebaja de $1\frac{3}{4}$ para llevar el retardo de 39 horas a $37\frac{1}{4}$, producirá un aumento de $2\frac{1}{3}$ minutos; faltarían solamente $1\frac{2}{3}$ minutos para completar el intervalo, lo que es ya una cantidad bien pequeña, pero aún agregaremos:

3ª) Los números empleados por Bernouilli no son los que hoy podrían admitirse como exactos. Las mareas que el autor considera en su estudio distan un día una de otra: se infiere que las de zizigias promediadas por él son las de conjunción, por ser las que inspiran más confianza. Para estas mareas, habrá que tomar, como valor de $\frac{\delta}{6}$, 2,22 en lugar de 2,5 y $\phi = 19$ en lugar de $\phi = 20$, con lo que las fórmulas (2) de nuestra Primera Parte, Cap. I, vendrán a ser:

$$\text{tg.}\ \psi = \frac{2{,}22 + \cos.2\,(\phi - 19)}{\text{sen.}2(\phi - 19)}\ ; \quad \alpha = 45^\circ - \tfrac{1}{2}\psi$$

Para $\phi = 0$, resulta $\alpha = -23^m\ 08^s$ como avance de la pleamar de conjunción sobre el paso lunar.

De la zizigia a la cuadratura, el valor de $\frac{\delta}{6}$ se cambia de 2,22 en 2,17; y haciendo $\phi = 90^\circ$, las fórmulas precedentes dan, para retardo de esta marea $\alpha = 48$ minutos.

Para tener el intervalo estudiado por Bernouilli, bastará restar este avance y este retardo de la distancia entre el Sol y la Luna al tiempo de la pleamar de cuadratura. Falta saber cual es esta distancia.

Para determinarla Bernouilli (atendiendo a que las horas de las mareas promediadas son las que en efecto se verificarían si las zizigias y cuadraturas se realizaran a la hora del mediodía) parte de la cuadratura cuando el Sol está en B y la Luna en A. Nosotros, sin alterar en nada su demostración, creemos que ésta gana en claridad si partimos de la cuadratura que se efectúa estando el Sol en B y la Luna en A'. La marea se encuentra entre estos dos puntos; pero ella no puede ser llamada *marea de la cuadratura* sino después que se la observe en B; lo cual no puede suceder sino en el trascurso del semi-día que sigue a la hora de la cuadratura, esto es: mientras la Luna recorre el arco A'BA. Durante este lapso, el Sol ha tenido tiempo de recorrer el arco BAB' y además cerca de unos 6 grados. Estos 6° de adelanto en la marcha del Sol (que Bernouilli estima en algo como 5°) son precisamente los $23^m\ 08^s$ que arriba hemos calculado como avance de la marea en la conjunción. Ahora la Luna se halla en A y el Sol cerca de 6° después de B'; la distancia que se quería determinar entre los astros es pues cerca de 96°, ó exactamente, $6^h\,23^m\,8^s$. Si de esta distancia se restan el avance de $23^m\,08^s$ y el retardo de 48^m que hemos calculado, quedan justamente las 5 horas y 12 minutos que ha dado la observación del fenómeno.

Los números 2,22 y 2,17 son tan exactos como es posible; y el número 19 (en $\phi - 19$) fué calculado suponiendo el retardo $G = 37^h\,16^m$; así, éste resulta confirmado aún dentro del método de Bernouilli.

Todo esto, no obstante, es mera teoría, porque las mareas de cuadraturas, aún en el cálculo, y más en la observación, son imprecisas; y no por las perturbaciones, sino porque una pequeña variación en una ó más de las diversas circunstancias naturales que en ellas se complican, puede hacer variar la hora de la llegada en algunos minutos; por lo que no parece acertado, en estas investigaciones, mezclarlas con las mareas de zizigia, que son tan regulares. Finalmente, creemos que la razón que hemos dado arriba en el párrafo a) es la que realmente justifica el número de $37^h\,16^m$ como valor medio del retardo (7).

Por lo demás, ese aumento de 76^m que indicamos sobre el retardo de 36 horas generalmente adoptado, no es cosa que pueda producir dificultad ó alteración en ningún cálculo práctico, ya sea que se trate de determinar el establecimiento del puerto ó la hora de la marea ó la altura de ésta, pues las diferencias que resultan no tienen importancia. Y si, en algunos de los cálculos anteriores, hemos adoptado $1\frac{1}{2}$ días lunares en lugar de $1\frac{1}{2}$ días solares, es porque, para pasar del tránsito lunar del día al de $1\frac{1}{2}$ días antes, lo que es más exacto, basta la simple inspección de la efemérides.

ERRORES SUSTANCIALES

Boletín Número 1

Pág.	*Línea*	*Dice:*	*Léase:*
40	15	resultado	resultados
40	8 de abajo	formando	forman
44	13 " "	son	es
44	11 " "	$18^h 30^m,8$	$18^h 30^m,0$
48	17 " "	redondo)'. para	redondo, (para
57	19 y 20	medio $i = \frac{1}{r}$	medio, $i = \frac{1}{r}$

Boletín Número 2

Pág.	*Línea*	*Dice:*	*Léase:*
97	2	landocuson	cuando son
103	13	$= -7$	$= -7,7$
110	8 de abajo	$12^h,2$	$16^h,2$
126	10	sometidos s verificación	sometidos a verificación

Boletín Número 3

Pág.	*Línea*	*Dice:*	*Léase:*
189	10 y 13 de abajo	C_g	Gg
190	4 de abajo	$\frac{\beta}{b}$	$\frac{\beta}{r}$
198	4 " "	$\frac{\sqrt{\delta + \beta}}{2\,\delta}$	$\sqrt{\frac{\delta + \beta}{\delta}}$

Boletín Número 4

Pág.	*Línea*	*Dice:*	*Léase:*
264	7	elíptica	eclíptica
268	6	$+ b \cos \epsilon$	$+ b \cos \epsilon t$
268	4 de abajo	$L = \&$	(21) .... $L = \&$
291	17 y 16 de abajo	elíptica	eclíptica
301	14	$\phi = 30^h 20^m$	$\phi = 3^h 20^m$
304	13 de abajo	$(nt + \omega - \psi - \lambda)$	$(nt + \omega - \psi' - \lambda)$