

REPUBLICA DE VENEZUELA

6

**BOLETIN**

**DE LA**

**ACADEMIA DE CIENCIAS FISICAS  
MATEMATICAS Y NATURALES**

**AÑO XXXIV - TOMO XXXIV - N° 101**

**PRIMERO Y SEGUNDO TRIMESTRES**

**AÑO 1974**

## COMISION EDITORA DEL BOLETIN

Dr. Miguel Parra León

Dr. Marcel Granier D.

Dr. Francisco Kerdel Vegas

## CONTENIDO

	Pág.
EDITORIAL .....	3
ACTO DE INCORPORACION A LA ACADEMIA DEL DR. CHEN NING YANG: Palabras de apertura pronunciadas por el Dr. Miguel Parra León	9
PRINCIPIOS DE SIMETRIA EN LA FISICA, por el Profesor Chen Ning Yang .....	15
Palabras de clausura pronunciadas por el Dr. Humberto Fernández Morán V. .....	29
TRASPLANTACION DEL CANCER DEL HOMBRE AL ACURE, por R. González Rincones .....	33
VEINTIDOS AÑOS DE IRRADIANCIA SOLAR SOBRE CARA- CAS, por el Ing. Melchor Centeno V. .....	39
CONFERENCIA MAGISTRAL PRONUNCIADA CON MOTIVO DE LA APERTURA DE CURSOS EN LA UNIVERSIDAD ME- TROPOLITANA. — “CULTURA, MUNDO Y HOMBRE”, por Juan Liscano .....	57
ELEMENTOS MORFOLOGICOS PRINCIPALES DEL OCEANO Y DIFERENCIA ESENCIAL DE LA BATIMETRIA GLOBAL DE LAS SEMIESFERAS DEL NORTE Y DEL SUR DE LA TIERRA, por Gurgen P. Tamrazyan .....	77
APLICACION DE LAS INTEGRALES DE LAPLACE PARA SO- LUCIONAR ECUACIONES INTEGRALES, por R. U. Verma	87
APPLICATION OF LAPLACE TRANSFORMS IN THE SOLU- TION OF INTEGRAL EQUATIONS, by R. U. Verma .....	97
UN RESULTADO EN COLORACION, por Arnoldo J. Maal .....	107
NOTA SOBRE LA INTEGRACION DE LA FUNCION DE LOM- MEL, por R. S. Dahiya .....	117
A NOTE ON INTEGRATION OF LOMMEL'S FUNCTION, by R. S. Dahiya .....	121
LIBROS DONADOS A LA ACADEMIA POR LA FAMILIA DEL DR. FRANCISCO J. DUARTE .....	125
LOS EDITORES NO ASUMEN RESPONSABILIDAD POR LAS IDEAS EXPUESTAS POR LOS AUTORES	

## EDITORIAL

### RECURSOS ENERGETICOS

Para Venezuela el estudio de las posibilidades energéticas del mundo constituye un tema de primordial importancia nacional. La economía del país está estrechamente vinculada a la explotación petrolera, fuente de los recursos científicos, tecnológicos y financieros que requiere para su total transformación.

Se discute en todos los continentes la necesidad perentoria de obtener la energía capaz de colmar las necesidades crecientes que una explosión demográfica incontrolada o incontrolable requiere. Y se hace notar que la hasta hoy obtenida a través de los combustibles fósiles no renovables está agotando las reservas que aún subsisten. Mr. King Hubbert, del U. S. Geological Survey, calcula que la producción mundial de petróleo alcanzará su máximo en la década de 1990, para luego declinar rápidamente.

Pero el argumento madre esgrimido por numerosos especialistas en ecología se basa en el concepto de que cualquier aumento en la explotación de los recursos energéticos acrecentará la contaminación de las aguas y de la atmósfera, ya hoy por hoy alarmante.

Planteado así el problema se puede llegar de inmediato a dos conclusiones. Una, la energía proveniente de combustibles fósiles no renovables debe ser reemplazada por otra que provenga de una fuente que garantice copiosos suministros durante un largo período de tiempo. Dos, es indispensable que los nuevos sistemas de producción no resulten lesivos para la salud de las gentes, ni para el medio ambiente en general.

A fin de satisfacer a cabalidad tales premisas se presenta como solución inmediata la purificación de los combustibles fósiles y la construcción gradual de reactores autogeneradores, en tanto se habilitan fuentes de energía menos peligrosas, como la fusión nuclear, la energía solar, el viento y la geotérmica.

La importancia de la energía solar se ha destacado desde que la Unesco celebró en París, en julio de 1973, un Congreso bajo el lema "El Sol al Servicio de la Humanidad". El Congreso recomendó a la Unesco conceder becas a los científicos especializados en esta rama, servir como centro de información y patrocinar seminarios y talleres internacionales al respecto.

Pero no sólo hay la posibilidad de obtener energía barata a través de esas fuentes. Nuevas soluciones se presentan. Para no abundar en ellas citaré someramente el caso de la microbiología, aplicada en este tipo de estudios. Las grandes existencias de carbohidratos y celulosa de que se dispone en el trópico, podrían constituir nuevas fuentes de energía a través de procesos de fermentación, para producir combustible abundante y de bajo precio. Luego, se piensa que diversos microorganismos pueden integrar sistemas naturales para la conversión de la energía solar en otras formas de energía, aspecto éste de notorio interés para la agricultura, tecnologías intermedias y hasta para el transporte. Se calcula que para cultivar una hectárea de trigo se requiere la energía equivalente a 750 litros de gasolina, en la forma de fertilizantes de nitrógeno, combustible para recoger las cosechas y mover los equipos agrícolas, etc. Y aún, en los países tropicales, se considera que muchos complejos problemas de contaminación orgánica o ingeniería sanitaria, en ciudades de rápido crecimiento, podrían generar energía útil, a través de los procesos utilizados en la conversión de basuras en metano.

En esto, como en los demás problemas de magnitud más o menos variable, si las soluciones son varias, la controversia se presenta de bullo.

A la cabeza de quienes sostienen la conveniencia de construir más y más plantas nucleares para producir energía, figura el Dr. Glenn T. Seaborg, premio Nóbel de Química y ex Presidente de la Comisión de Energía Atómica de los Estados Unidos. Asegura el profesor Seaborg que la energía de origen nuclear es menos peligrosa y a su vez destruye menos recursos naturales que otras fuentes de actual uso.

Los argumentos que esgrime el Dr. Seaborg son múltiples. Niega validez al concepto "toda energía contamina", de que se valen numerosos ecólogos para afirmar rotundamente que una sociedad que incrementa en forma continua el consumo de energía es autodestructiva. Tilda de ridícula la tesis de que para frenar la explosión demográfica debe frenarse el crecimiento de la producción de energía. Y asevera, que si se utiliza ésta en forma adecuada, da origen a nuevos materiales que sustituyen a los de origen natural que la producen y que una planificación previsiva en el uso de nuevas tecnologías permitirá llevar a cabo la transición con muy escasos efectos negativos sobre el medio. Y concluye, que el perfeccionamiento de los procesos permitirá devolver a la naturaleza, en forma aceptable, los desechos que se originen mediante la regeneración y reiterada utilización de esos mismos desechos.

"Nos encontramos —dice— en los albores de lo que podría denominarse la Revolución del Reaprovechamiento, que puede ser, a mi juicio, el paso más importante dado por el hombre desde el advenimiento de la Era de Vapor... Simplemente, el hecho de que se requiera energía para cambiar

*la materia de forma o de lugar, obedece a una mera ley de física.. No justifico o niego los males causados por el empleo abusivo y torpe de la energía... Lo que deseo subrayar es que nos hallamos absortos en el pasado y no podemos o no queremos ver que existen métodos nuevos, menos destructivos y más ingeniosos de producir y utilizar grandes volúmenes de energía, entre ellos la energía nuclear".*

*En Venezuela, como fuerte productora de petróleo, se han extendido una serie de conocimientos que ponen en evidencia los problemas inherentes a este tipo de explotaciones. Casi todos sabemos que el gasto de energía que impone la actual civilización crece violentamente y que durante los últimos 30 años se ha consumido mayor cantidad que en todos los milenios anteriores. Esto lleva al agotamiento más o menos rápido de los yacimientos existentes. Pero no es esto sólo. Cuando se quema petróleo se destruyen elementos básicos como los combustibles y los lubricantes, a más de otros tantos indispensables para múltiples industrias. Y lo que es peor, se dogmatiza el concepto que afirma como inevitable el constante incremento de la contaminación atmosférica.*

*Muchos suponen que bastaría con reemplazar los vehículos privados y de servicio colectivo, que hoy consumen gasolina, por otros impulsados eléctricamente. Pero para ello habría que producir centenares de miles de millones de kilowatos-hora de electricidad adicional. Si se usaran combustibles fósiles para producirla, lo único que se lograría es cambiar una forma de contaminación por otra. La aplicación del carbón, como la del petróleo, tiene como secuela la contaminación del ambiente y la destrucción de suelos ocasionada por la minería a cielo abierto. Lo que lleva a la multiplicación de las plantas nucleares. Pero las plantas nucleares tienen una vida de 30 años, transcurridos los cuales son abandonadas. De ahí en adelante continúan enviando a la biosfera su carga letal de isótopos.*

*En la actualidad están en funcionamiento numerosas centrales movidas por uranio y se construyen muchas más. Pero el uranio está muy lejos de abastecer las necesidades de energía. Ya hoy escasea y todo parece indicar que dentro de 20 ó 30 años se presentará una crisis de abastecimiento, que coincidirá con una demanda triple de electricidad.*

*Es bien conocido que los reactores nucleares utilizan para generar electricidad el calor que se produce al desintegrarse el átomo. Pero en pocas sustancias se produce la fisión inmediata del núcleo. Entre ellas el uranio-235, que constituye el 0,7% del uranio natural. Las existencias de otros materiales recuperables comercialmente son muy limitadas. Los actuales reactores nucleares generan en el proceso de conversión pequeñas cantidades de plutonio, unos 60 átomos de plutonio por cada 100 átomos de uranio consumido. Lo que*

*llevó a los físicos a pensar en la necesidad de nuevos reactores nucleares que artificialmente reproduzcan el combustible que ellos mismos queman. En otras palabras, que conviertan, por ejemplo, el uranio-238 y el elemento torio, en plutonio. Se estableció así el concepto de que es impostergable construir reactores autogeneradores que puedan realimentarse y alimentar a nuevos reactores adicionales.*

*En la solución de este problema reaparece la controversia.*

*Muchos opinan, entre ellos la CEA, que se debe dar prioridad al reactor autogenerador, que quemará plutonio en lugar de uranio. Para los Estados Unidos dicha Comisión ha programado construir un mínimo de 500 reactores autogeneradores antes del año 2000. Este reactor tiene la propiedad de producir en el proceso de conversión más combustible nuclear del que consume, con menor contaminación ambiental, según ella. El saldo de plutonio se puede utilizar como combustible fisionable en los autogeneradores, lo que duplicaría la existencia de plutonio al cabo de 10 años. Como las necesidades de energía en el país sólo tienen un aumento del 5% anual, el problema queda resuelto si tal porcentaje se mantiene.*

*Este programa ha sido fuertemente criticado por eminentes físicos, según ellos, a causa de los peligros latentes en la nueva tecnología. Hannes Alfvén, premio Nóbel, considera que el desarrollo de programas de este tipo podría producir "el envenenamiento total del planeta". Muchos otros opinan en forma similar. Y aún entre los partidarios del autogenerador privan numerosas reservas, basadas en el hecho de que este reactor produce grandes cantidades de plutonio, sustancia sumamente tóxica y de larga persistencia, porque su radioactividad (media vida radioactiva) alcanza los 24.000 años, lo que significa que cualquier contaminación del medio ambiente puede considerarse indefinida.*

*De donde, la trascendencia del uso del plutonio, que el profesor Seaborg calificó como "la economía futura del plutonio", así como los argumentos que se esgrimen en su contra a causa de los peligros que podrían derivarse del incremento violento de su empleo y reservas, no obligan a desechar las enormes posibilidades contenidas en el uso pacífico del átomo, pero sí obligan a un estudio previo y exhaustivo que garantice a la humanidad el cumplimiento de los objetivos que persigue, sin poner en berlina el desarrollo armonioso de la vida en el proceso evolutivo en que se ve envuelta.*

*Si se hace un resumen sintético del problema mundial de la energía, se puede llegar a las siguientes conclusiones: 1) Para el año 2000 los hidrocarburos (carbón y petróleo) dejarán de quemarse por su contenido de energía y se usarán como materia prima en las plantas de petroquímica.*

2) Las centrales movidas por uranio serán incapaces de abastecer las necesidades de energía antes del año 2000 y serán reemplazadas por las que usen plutonio, valiéndose de reactores autogeneradores, que podrían durante siglos colmar las necesidades crecientes de energía. 3) Sin embargo, el desiderátum en la solución del problema lo constituye la fusión nuclear de isótopos pesados de hidrógeno, que genera una temperatura de 100 millones de grados centígrados. Basándose en el proceso termonuclear que acciona el Sol, "los científicos han estado explorando técnicas magnéticas de gran poder para comprimir, calentar y contener los plasmas super-calientes de deuterio y tritio, por un tiempo lo suficientemente largo como para fundir el núcleo atómico y liberar más energía de la que se requiere para mantener el proceso". Ultimamente se han empleado los rayos laser para encender los reactores de fusión termonuclear. Se calcula que para 1980 estará lista una unidad experimental de fusión y para el año 2000 unidades de tipo comercial. Lo que permitirá obtener energía barata y no tóxica, de una fuente de duración prácticamente indefinida, porque se procesaría agua del mar.

Ya la Comunidad Europea de Energía Atómica lleva a cabo una investigación conjunta sobre energía nuclear. En los centros de investigación de Ispra (Italia), Geel (Bélgica), Peteen (Holanda) y Karlsruhe (Alemania Occidental) se desarrollan programas que asegura en ellos continuidad sin interferencias. El Centro de Euraton en Karlsruhe prepara combustibles para la próxima construcción de reactores nucleares (los reactores reproductores) y, por tanto, adelanta una serie de investigaciones del transplutonio y el transuranio.

El director de "The Atomic Research Establishment" de la Gran Bretaña, doctor Walter Marshall, es hoy un convencido de la bondad de los sistemas que obtengan energía nuclear de la fusión. Su opinión al respecto está sintetizada en el siguiente párrafo: "Hace algunos años nos preguntábamos si sería posible controlar la fusión en un reactor. Pero los progresos logrados en los cinco últimos años han sido tan rápidos que ahora puedo afirmar que un reactor de fusión será construido y que en el próximo siglo esta clase de reactores generarán energía eléctrica en todo el mundo".

Venezuela como productor de petróleo en gran escala, debe prepararse con antelación ante el inevitable cambio que hoy persigue su industria madre y con los ingentes recursos financieros actuales sentar las bases para incorporarse a las naciones industrializadas en el campo de la producción de energía, de acuerdo con los nuevos sistemas tecnológicos que la ciencia imponga. Sin fuentes de energía seguras, estables y baratas ningún país logra asegurar un porvenir cómodo con las exigencias de un mejoramiento creciente.

M.P.L.



**ACTO DE INCORPORACION A LA ACADEMIA  
DEL Dr. CHEN NING YANG**

**PALABRAS DE APERTURA PRONUNCIADAS POR EL  
Dr. MIGUEL PARRA LEON**

Señoras y Señores:

El día de hoy se considerará como un día fausto en los anales de nuestra Academia, porque en él hemos tenido la oportunidad de rendir un homenaje a uno de los más ilustres físicos de nuestro siglo: el Dr. Chen Ning Yang.

Pertenece el Dr. Yang a la pléyade de investigadores que con esfuerzo persistente han logrado penetrar en el mundo de lo infinitamente pequeño, hasta marcar huellas permanentes en el camino de los descubrimientos. Sus trabajos, de proyecciones incalculables, sirven hoy de base a muchas de las teorías que ufanan a quienes vienen estructurando, con tesón admirable, la nueva ciencia del hombre.

Nacido en Hofei (China) en 1922, se licenció en ciencias en la Universidad Nacional en 1942. En busca de más amplios horizontes se trasladó a los Estados Unidos donde obtuvo un Ph.D. en la Universidad de Chicago en 1948. Ese mismo año fue nombrado Instructor de dicha Universidad y en 1949 Miembro del Instituto de Estudios Avanzados de la Universidad de Princeton.

En 1956 llevó a cabo, en unión del Dr. Tsing Dao Lee, experimentos trascendentales que les permitieron comprobar que "en las interacciones débiles no se mantiene la simetría entre derecha e izquierda". Al año siguiente les fue otorgado a los dos el Premio Nóbel de Física. En el mismo año recibió el Premio Conmemorativo Albert Einstein.

El Dr. Yang es Miembro de la National Academy of Sciences y de la Sociedad Norte Americana de Física, de la Academia de Artes y Ciencias y es Honorario de la Academia de Ciencias del Brasil. En la actualidad ocupa la Cátedra Einstein en la Universidad Estatal de New York y dirige el Instituto de Física Teórica de ésta.

Señores:

He creído oportuno presentar de bulto algunas de las deducciones que a lo largo de los últimos años se han derivado del descubrimiento de los

doctores Yang y Lee, motivo del Premio Nóbel conque fueron favorecidos. Desde cualquier punto de vista que se mire la investigación que realizaron sobre las leyes de simetría, se desprenden de ella numerosos descubrimientos de gran importancia sobre las partículas elementales.

Hasta finales de 1956 no se discutía el principio de “isotropía del espacio”, lo que expresa que nadie pensaba que en un espacio libre de *campos de fuerza* existieran direcciones privilegiadas macroscópicamente.

Por lógica y en virtud del teorema de conservación se concluía que en un haz de electrones la mitad de ellos gira hacia la derecha y la otra mitad hacia la izquierda. Por tanto, el electrón dextrorum pasa a ser la imagen especular de otro sinistrorum.

Por analogía con el concepto de Dirac de que toda partícula ha de tener su antipartícula, la ley de reflexión espacial establece que si una partícula existe debe también existir la que se obtiene por reflexión especular, por ello, al cumplirse cualquier reacción, la que corresponde a su imagen especular debe ser físicamente posible. Y si la simetría de rotación en el espacio-tiempo conduce a la conservación del espín, la simetría de reflexión espacial también lleva a la conservación de la paridad.

El expresado principio de conservación, filosóficamente aceptable desde cualquier punto de vista, lo había consagrado la física clásica y aún la atómica y nuclear sin restricciones de ninguna especie. A su vez la investigación experimental le daba el visto bueno.

Hasta esa época el principio de simetría por reflexión espacial no admitía diferencias fundamentales entre derecha e izquierda, es decir, que para un observador los resultados de un experimento eran idénticos si los observaba directamente o por reflexión en un espejo plano. Así, la simetría de reflexión en el espacio era la misma que la simetría derecha-izquierda.

No existía entonces ninguna razón que llevara a presuponer excepciones en la aplicación del principio, hasta que Yang y Lee, por consideraciones teóricas, estudiaron su no universalidad. Tal cosa imponía la existencia de una asimetría derecha-izquierda, que hasta ese momento nadie había considerado.

Estaba hasta tal punto arraigada la validez del principio en cualquier caso de interacciones microfísicas, que cuando el ilustre sabio Pablo Dirac tuvo conocimiento de los experimentos que llevaban a cabo Yang y Lee, escribió a su colega Weisskopf, en enero de 1957, lo que sigue: “No creo que el Creador diera preponderancia a la izquierda en interacciones débiles y estoy dispuesto a apostar en grande a que los experimentos darán resultados simétricos”.



Se equivocó Dirac y los experimentos comprobaron, sin lugar a dudas, que “en las interacciones débiles no se mantiene la simetría entre derecha e izquierda”, que es como decir, que las leyes naturales cambian si nos situamos en un mundo simétrico al nuestro. Queda así probado que existen neutrinos polarizados a la derecha, mientras que no los hay a la izquierda, o sea, que cuando un neutrino pasa frente a un espejo no se verá nada reflejado. Así, una partícula cualquiera y su imagen en un espejo pueden regirse por leyes diferentes, porque la paridad no es invariable en todos los casos.

Los subsiguientes experimentos ratificaron la asimetría derecha-izquierda en las interacciones débiles. La Sra. Wu, de la Universidad de Columbia, sometió el radiocobalto a un intenso frío y observó que no emitía de manera simétrica electrones en todas direcciones. Los electrones se dirigían preferentemente al polo norte de un poderoso electroimán que movilizaba los núcleos. Otros experimentos fueron practicados con resultados análogos por Garwin, Lederman, Weinrich y otros.

Resulta baladí, después de 17 años, hacer resaltar la trascendencia del fundamental principio de la no conservación de la paridad en las interacciones débiles de microfísica. Los hechos posteriores la han puesto de manifiesto. En el Simposio celebrado en la Royal Society de Londres el 5 de diciembre de 1957, cuyo resumen fue publicado en la revista *Nature*, se pueden encontrar múltiples discusiones y deducciones que abrieron un amplio camino a los estudios subsiguientes.

Muchas otras han preocupado a eminentes científicos. Entre ellas: “Las cosas suceden en la naturaleza como si existiera una jerarquía de principios de simetría, en la cual unos le son más gratos que otros”. “La diferencia física absoluta entre un triedro a derecha y otro a izquierda, que se deduce de los experimentos realizados, para muchos físicos teóricos es contraria a la esencia de la relatividad, porque las ecuaciones de la física no dependen de la situación del observador y, por tanto, no deberían depender de si es diestro o zurdo, sino como si siempre se mantuviera ambidextro”. “Las consecuencias de una no invariancia son distintas para las transformaciones continuas (por ejemplo, rotaciones y traslaciones) y las discontinuas (por ejemplo, la inversión del tiempo). Con las primeras, la no invariancia acarrea la existencia de un sistema de referencia *privilegiado*, con ecuaciones en su forma más sencilla. Con las segundas, la diferenciación no establece ningún privilegio y las ecuaciones sólo difieren en los signos”.

Ante el espectro de la asimetría el notable físico ruso Lev Davidovitch Landau dedujo por cálculo el famoso principio de la *simetría absoluta*. En la realidad parece que la materia está torcida hacia la derecha y la antimateria hacia la izquierda. Y si se atiende al concepto de Dirac de que “a

toda partícula elemental le corresponde, o debe existir para ella, una antipartícula con carga de signo contrario, pero con la misma masa y “espin” y se observa que en el universo, tal como lo conocemos, es incomparablemente mayor el número de protones que contiene que el de sus simétricos los antiprotones, no puede dejarse de mirar hacia el universo de la antimateria de Klein para romper la simetría.

Señores:

Por todos estos motivos y otros muchos que sería prolífico enumerar, la Academia ha tenido a bien incluir al Dr. Yang entre sus Miembros Correspondientes Extranjeros y espera con entusiasmo la colaboración que pueda prestarle a través de los cambios que impone una política científica acorde con el desarrollo progresivo, pero acelerado, que requiere la transformación de Venezuela.

Con esta distinción hemos también querido contribuir a resaltar entre nosotros los méritos insignes de quien ha dedicado la mejor parte de su vida a incrementar los conocimientos del hombre en la trayectoria que recorre en pos de la inmutabilidad.

Sinceramente felicito al Dr. Yang por la distinción de que es hoy objeto y a los Individuos de Número de la Academia por el acierto de la designación. Yo me considero honrado al firmar el Diploma que lo acredita como tal académico.

He dicho.



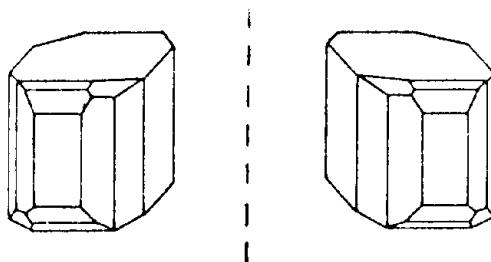
## PRINCIPIOS DE SIMETRIA EN LA FISICA

Conferencia leída por el Profesor  
**Chen Ning Yang**

Sr. Presidente de la Academia,  
Srs. Académicos,  
Señoras y Señores:

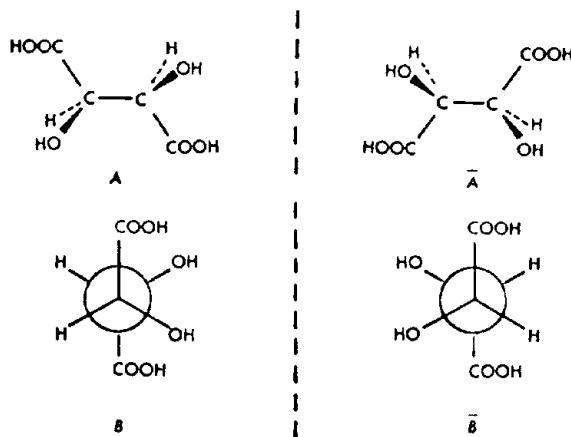
Hace aproximadamente 120 años, cuando apenas iniciaba su carrera científica, Pasteur hizo un descubrimiento que resultó profundamente estimulador tanto para él como para los químicos de su época. El descubrimiento iba luego a conducir al concepto de que existía un nuevo tipo de isomerismo en la química, e iba a abrirle el paso a una rama nueva de la ciencia, a la estereoquímica.

Pasteur descubrió que una sal racémica ópticamente inactiva, poseía dos tipos de cristales, los cuales, al cristalizarse en solución acuosa a temperaturas bajas, eran imágenes reflejadas invertidas (especulares), iguales pero no superponibles. (Ver la figura N° 1). Con infinito cuidado Pasteur logró separar las dos formas diferentes de cristal bajo el microscopio, para luego descubrir que una de las mismas era precisamente un compuesto orgánico conocido y ópticamente activo de ácido tartárico, y que el otro era un compuesto anteriormente desconocido de actividad óptica opuesta. Pasados unos 70 años, el Profesor Jaeger, de Química, de la Universidad de Groe-



1—Dos formas cristalinas de tartrato de sodio y amonio. Las dos formas son como imágenes especulares, sin que sea posible superponerlas. De Kurt Mislow, "Introduction to Stereochemistry", p. 53, W. A. Benjamín, Inc., 1965.

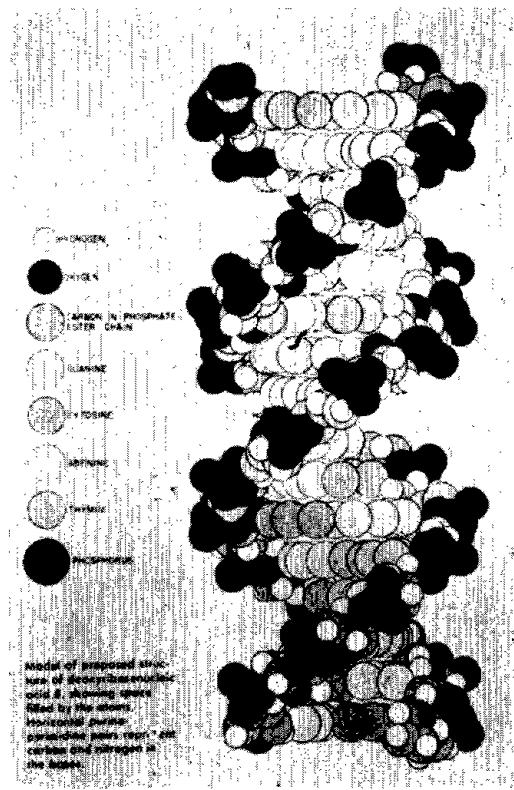
ningén de los Países Bajos, dijo en su conferencia intitulada Principios de la Simetría: "muy rara vez se da un descubrimiento científico cuyas consecuencias sean de tan largo alcance como éste". El mismo Pasteur se sintió tan profundamente impresionado que posteriormente volvió repetidas veces sobre el problema de la separación de sustancias ópticamente inactivas en componentes ópticamente activos. Tan es así que, aproximadamente a los 10 años de su descubrimiento inicial, encontró que cierto tipo de moho vegetal también lograba efectuar la separación del ácido racémico. Reflexionó luego sobre el hecho de que ni los agentes químicos ordinarios ni el calor lograban la separación, y que los dos métodos de separación que él conocía involucraban el uso de agentes vivientes, en un caso el moho, y en el otro caso el propio Pasteur. Llegó a convencerse de que la capacidad de efectuar esa separación era "prerrogativa de la vida". Este enfoque condujo a discusiones acaloradas, en especial después de la célebre conferencia de Japp en 1898 encabezada "La Estereoquímica y el Vitalismo" la cual fue publicada en "Nature" como discurso del presidente de la sección de química de la Asociación Británica. Argumentaba a favor de una nueva versión del vitalismo en el origen de la vida. Dijo, "hemos llegado así a la conclusión de que la producción de compuestos asimétricos simples o su aislamiento es, como lo sosténía Pasteur, prerrogativa de la vida. Sólo el organismo viviente con



2—La estructura molecular de dos clases de ácido tartárico. Los enlaces C-C de A+A se encuentran en el plano de la hoja de papel. Enlaces en forma de cuña se proyectan del papel hacia arriba; los enlaces punteados se proyectan hacia abajo, dentro del papel. B es una vista de A a lo largo del enlace C—C. B es una vista de B a lo largo del enlace C—C. A y A-bar son imágenes reflejadas una de otra y es imposible superponerlas. De Kurt Misoso, "Introduction to Stereochemistry", p. 28. W. A. Benjamín Inc., 1965.

sus tejidos asimétricos, o los productos asimétricos del organismo viviente, o la inteligencia viviente con su concepto de la asimetría, pueden producir ese resultado. Sólo la asimetría puede engendrar la asimetría”.

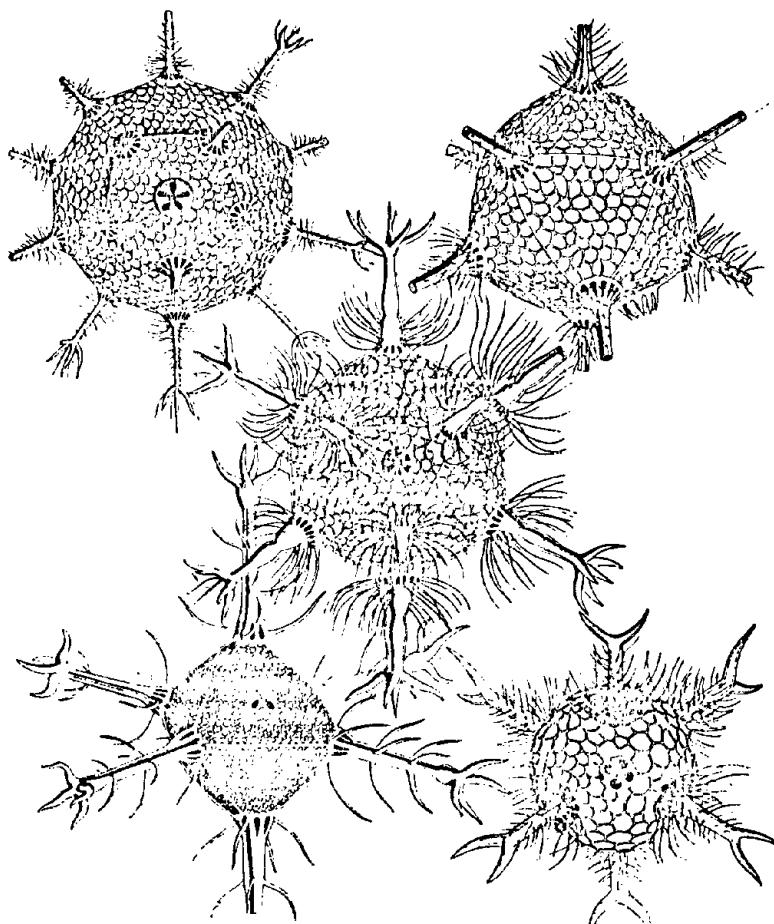
Dejando a un lado la cuestión del vitalismo, actualmente sabemos, por supuesto, que las dos formas cristalinas del ácido tartárico son manifestaciones de sus distintas distribuciones atómicas. Las dos formas moleculares elementales son imágenes especulares. (Ver la figura N° 2). También



3—La molécula de DNA. De D.I.D. Hamilton. "Scope" 5 N° 2,5 (1957).

sabemos que la mayoría de las moléculas orgánicas más complicadas no equivalen al reflejo de sus imágenes. El predominio de una forma del reflejo de la imagen sobre la otra, tal como se observa en la estructura de la molécula de DNA, es la base de la capacidad del material orgánico para crear actividad óptica. (Ver figura 3).

La fascinación que mostraban Pasteur y sus contemporáneos por la cuestión de la simetría de las moléculas no es extraña, ya que en los fenómenos naturales, y en varios campos de la actividad humana, la simetría siempre ha desempeñado un papel importante. En la figura N° 4 tenemos



4—Esqueletos de radiolarios. De monograffá de Haeckel, Ernst y Challenger, "Report on the Scientific Results of the Voyages of H. M. S. Challenger", Vol. 18, Pl. 117, H.M.S.O., 1887.

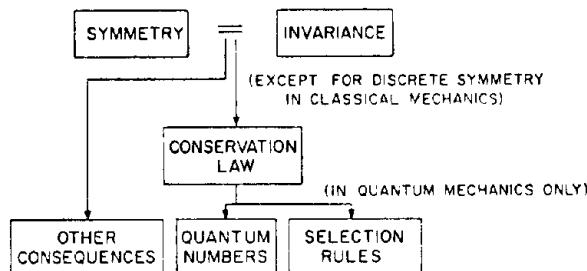
unas ilustraciones bellísimas de criaturas marinas con simetrías octaédricas, icosaédricas y dodecaédricas casi perfectas. En las actividades humanas: la música, la literatura, la matemática y el arte, con mucha frecuencia la simetría forma el elemento básico del atractivo estético. Existe una inmensa pieza China de bronce (fig. N° 5) la cual se remonta unos 3.300 años. Los historiadores de arte aún no han descubierto el motivo que indujo al artista a adoptar esas formas tan misteriosas, feroces y simétricas.



5—Vasijas ceremoniales de bronce del tipo “fang-i”. Patina lisa gris-verde. Dinastía Chung, China. Dimensiones del vaso 19,1 x 10,7 x 7,7 cms. De la colección del Freer Gallery of Art, Accesión N° 54, 13.

El concepto de la simetría se incorporó con naturalidad en la física desde los inicios de esa ciencia, y al plantearse el tema de la estructura del cristal, las consideraciones sobre la simetría adquirieron nueva relevancia. Sin embargo, fue sólo con la introducción de la mecánica de los cuanta que los principios de la simetría se incorporaron al lenguaje de la física. El uso de los números cuanta y las reglas de selección e intensidad (figura N° 6) convirtieron a las consideraciones sobre la simetría en el punto de partida de gran parte de la física atómica, nuclear, molecular y de partículas elementales. Podría uno preguntarse por qué motivo han sido tan diferentes los papeles desempeñados por la simetría en la física clásica y en la física de los cuanta sin que resultara nada difícil hallar la respuesta. El principio de la superposición en la mecánica de los cuanta permite la aplicación de consideraciones simétricas a todas las formas del movimiento (tanto a las órbitas elípticas como a las circulares), y permite formular las consideraciones simétricas en función de representaciones de la teoría de agrupación, el cual es un concepto matemático de gran profundidad y belleza.

La enorme efectividad de las consideraciones simétricas en la mecánica de los cuanta, naturalmente condujo a una proliferación de escritos sobre el tema, especialmente desde hace unos pocos años para acá. El cuadro I



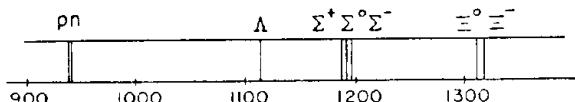
6—Consecuencias de los principios de simetría. La simetría de las leyes físicas se expresa asimismo como invariancia de las leyes bajo operaciones de simetría. “Otras consecuencias” incluye, por ejemplo, las restricciones de las estructuras cristalinas debido a la simetría.

#### C U A D R O 1

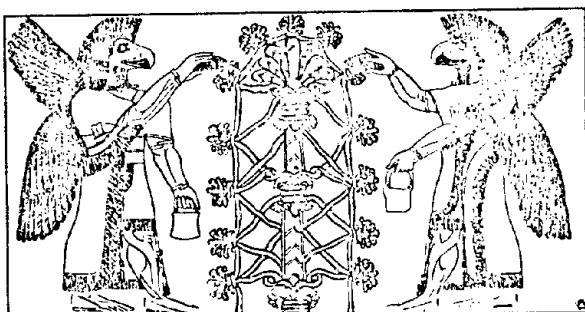
Las simetrías en la física de partículas elementales. Las simetrías geométricas se originan en conceptos relacionados a la descripción tiempo-espacio del mundo físico.

- 
- |                           |                        |
|---------------------------|------------------------|
| 1. Geometría              | Lorenz, TP             |
| 2. Algebraica             | C                      |
| 3. Otra, exacta           | Q, Calibre, N, „Lepton |
| 4. Otra, aproximada       | I, Sp <sub>μ</sub>     |
| 5. Cruzada                |                        |
| 6. Sp <sub>μ</sub> , etc. |                        |

ilustra seis distintos tipos de consideraciones simétricas sobre las cuales están actualmente escribiendo quienes tratan de la física de partículas elementales. Entraremos en el tema de las dos primeras en algún detalle. En cuanto a las demás tan sólo mencionaré que uno de los conceptos más útiles de la simetría de la física de partículas elementales es la invariancia del giro isotópico, designada en el cuadro por una I. Aunque la existencia de dicha simetría queda impresionantemente demostrada al echársele un vistazo a las masas de partículas elementales (figura N° 7), actualmente sólo tenemos conocimiento descriptivo del origen de dicha simetría. Lo que quisiera recalcar aquí puede ilustrarse con un ejemplo ficticio: Supongamos que en el año 1920 se hubiese descubierto el positrón como partícula de la misma masa del electrón, pero con carga opuesta. No se requiere de un alto grado de imaginación para creer que a alguien iba a ocurrírsele la idea de la simetría de la conjugación de la carga, afirmándose que para cada partícula existe una partícula de carga conjugada de masa idéntica y de carga opuesta. Semejante principio recibiría con el tiempo apoyo experimental irrefutable, al descubrirse los antiprotones y los mesones de carga opuesta, y llegaría a considerarse como ley fundamental de la naturaleza. Sin embargo, resultaría de carácter fenomenológico y descriptivo al comparársele con el actual conocimiento que tenemos de la simetría de la carga conjugada. Lo anterior es de origen algebraico y lo predijo teóricamente Dirac en su teoría del hueco.



7—Corte del espectro de la masa de partículas elementales. La agrupación de varias partículas de cargas consecutivas es típico en todo el espectro. Es una demostración de la simetría llamada “simetría del giro isotópico”.



8—Formas simétricas con pequeñas desviaciones de la simetría exacta. De M. H. Swindler, “Ancient Painting”, p. 45, Yale University Press, 1929.

En la simetría del giro isotópico aún no se ha logrado ese profundo conocimiento.

Antes de entrar en detalle sobre las simetrías algebraicas y geométricas designadas C. P. y T, mencionaré un hecho que Hermann Weyl especialmente recalca, y es el que con mucha frecuencia en el arte no nos adherimos a simetría estricta. Tan es así que un equilibrio general creado por formas simétricas con la presencia de perturbaciones menores que crean la asimetría, pueden crear un efecto sumamente artístico. La figura 8 es una ilustración tomada del arte Sumérico que muestra la forma en que opera este principio. Pareciera que al crear el mundo físico, Dios hubiese establecido también cierta simetría, respetada en general, pero no totalmente. El recuento de cómo se fueron desarrollando estas imperfecciones de la simetría ha causado gran revuelo en la física de partículas elementales durante los últimos 10 años. Ha resultado que las simetrías de C. P. y T, se obedecen en interacciones dominantes (en interacciones fuertes y electromagnéticas) mientras que se observan imperfecciones en dichas simetrías en las "interacciones débiles". El patrón preciso de interacciones divididas en cuatro categorías cuyas fuerzas varían inmensamente, como se puede observar en el Cuadro 2, es de por sí un misterio. Los físicos han aprendido a aceptar el patrón sin realmente entenderlo. Quizás el origen mismo de la interacción débil tenga alguna relación con la infracción de la simetría que se observa, pero no lo sabemos.

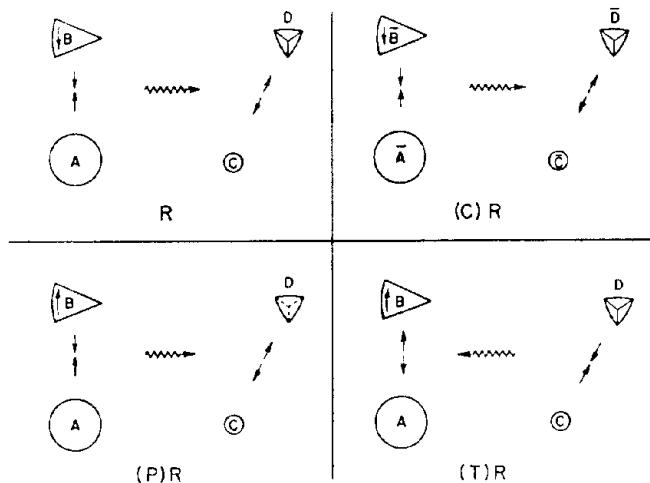
Para describir las simetrías de C. P. y T consideraremos una reacción de R así como está ilustrada en la figura 9. Podemos imaginarnos el conjugado de la carga reflejado, y las reacciones invertidas en el tiempo denotadas por (C)R, (P)R y (T)R, como correspondiendo a dicha reacción. Estas reacciones imaginadas pueden o no ser procesos físicos. Si lo son, es decir, si

#### C U A D R O 2

Las cuatro clases de fuerza. La columna a la derecha indica la potencia de las fuerzas. Las fuerzas gravitacionales de las partículas elementales son muy débiles y hasta ahora no se han observado experimentalmente. Sin embargo, las fuerzas gravitacionales son acumulativas y resultan muy importantes entre grandes cuerpos. Las fuerzas electromagnéticas son responsables de la mayor parte de los fenómenos químicos, eléctricos y magnéticos. Durante los últimos veinte años se ha estado estudiando intensivamente el tema de las fuerzas nucleares y débiles. Todavía no se les conoce tan bien como a los otros dos tipos de fuerza.

---

1. Fuerzas nucleares	1
2. Fuerzas electromagnéticas	$10^{-2}$
3. Fuerzas débiles (interacciones de desintegración)	$10^{-13}$
4. Fuerzas gravitacionales	$10^{-38}$



9—Las operaciones de C, P y T. La reacción R describe  $A+B \rightarrow C+D$  en donde A y C son esferas, B un cono giratorio, y D es un tetraedrón. La reacción del conjugado de la carga (C) R tiene la misma cinemática que R, pero con todas las partículas reemplazadas por anti-partículas (P)R es la reacción R reflejada en el plano del dibujo. Nótese el giro invertido de B y el tetraedrón reflejado D. (T)R es la reacción de R invertida en el tiempo, y describe  $C+D \rightarrow A+B$ . Nótese la dirección del giro de B.

(C)R ocurre con la misma probabilidad que R, se dice que las leyes que gobiernan el proceso R son invariables bajo conjugación de la carga.

Un teorema sumamente importante quedó probado en la década de 1950: Bajo condiciones muy generales el conjugado (CRT) de R, ilustrado en la figura 10, ocurre con igual probabilidad \* que R, aunque las invariancias C, P y T se infrinjan individualmente. Podemos expresarlo simbólicamente así:

$$(CPT)R \cong R$$

Por este teorema observamos que la invariancia CP supone la invariancia T, ya que la invariancia CP supone:

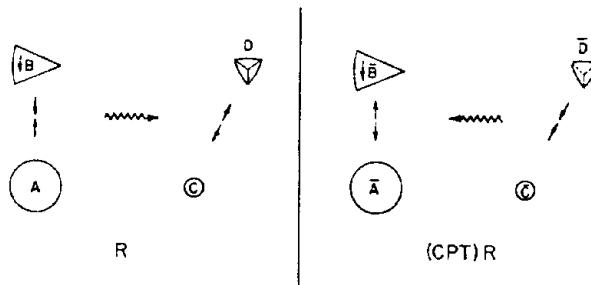
$$(CPT)R \cong (T)R$$

Por consiguiente:

$$R \cong (T)R$$

\* Hablando figurativamente. Hay una afirmación precisa sobre la cual no entraremos aquí.

Hasta 1957 se creyó que la invariancia C, P y T era aplicable a todo fenómeno físico. En ese año ocurrió una gran commoción, porque la primera evidencia concreta, aportada por los experimentos de Wu, Ambler, Hayward y Hudson, daba que la invariancia P era aplicable sólo en interacciones fuertes



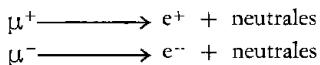
10—El Teorema CPT. La reacción (CPT)R se obtiene aplicándole las operaciones T, P y C sucesivamente a R. (Cada una de dichas operaciones está definida en el Cuadro 2). El teorema CPT plantea que bajo condiciones muy generales las velocidades de R y de (CPT)R son figurativamente iguales. Véase el texto.

y electromagnéticas, y se infringe en las interacciones débiles. Los detalles del experimento forzosamente resultan complicados, pero en esencia es sencillo y puede entenderse en un lenguaje corriente como queda demostrado en la figura 11. Lo que demostró el experimento fue una infracción no-ambigua de la simetría derecha-izquierda en la desintegración B del cobalto.

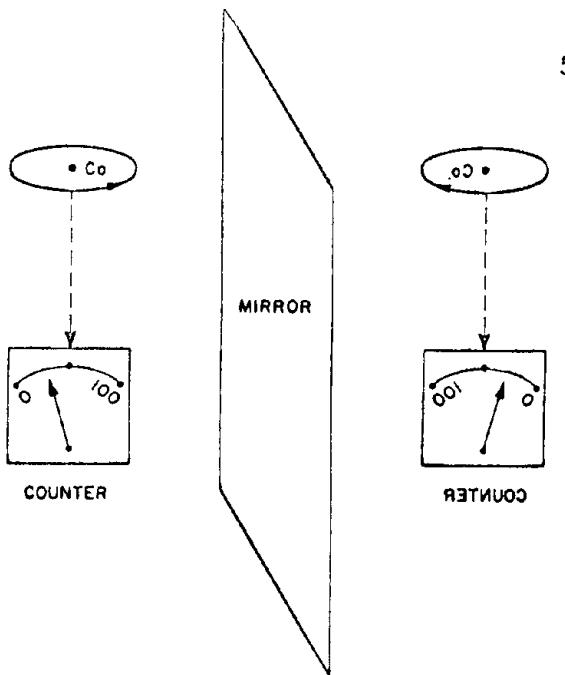
A través de argumentos teóricos el mismo experimento demostró la infracción de la invariancia C en la desintegración. Sin embargo, actualmente podemos referirnos a una prueba más directa de la infracción de la invariancia C con el experimento ilustrado en el cuadro 3.

### C U A D R O 3

Experimento que muestra directamente la infracción de la invariancia de la conjugación de la carga (C). Cuando se desintegra  $\mu$ , la  $e^+$  gira alrededor de la dirección de su movimiento como un tornillo de derecha. Si fuera aplicable la invariancia C, la operación C sobre la desintegración de  $\mu$  a un giro a la derecha e (Figura 9), en contradicción con los hallazgos experimentales.

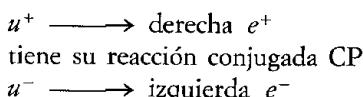


$e^+$  = de derecha  
 $e^-$  = de izquierda



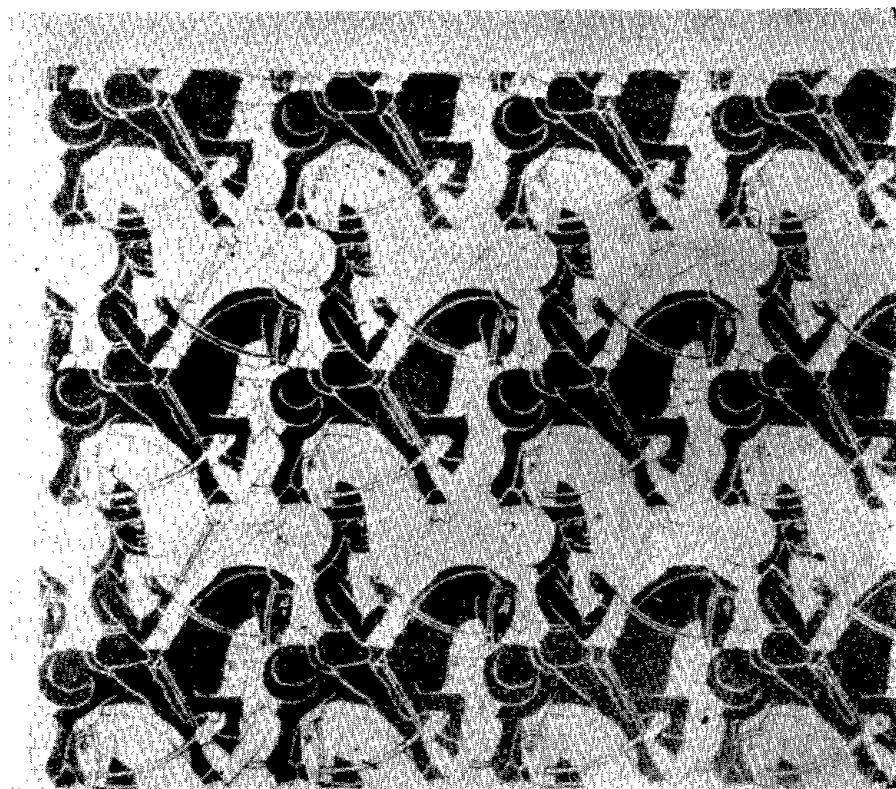
11—Diagrama esquemático del experimento que muestra directamente la infracción de la invariancia de la reflexión (P). El experimento de Wu, Ambler, Hayward, Hoppes y Hudson, se refería a la velocidad B de desintegración CO, polarizada por un lazo (loop) portador de corriente como lo indica el diagrama. La disposición de la imagen reflejada y representada aquí a la derecha, daba otra velocidad de conteaje. Diagrama esquemático de C. N. Yang, "Science" 127, 565.

¿Por qué se observa una casi simetría pero no total simetría derecha-izquierda? Nadie conoce la respuesta a esta interrogante, pero durante varios años a partir de 1957 se creyó que podría rescatarse la simetría derecha-izquierda cambiando la *definición* del proceso de la imagen especular. Al combinarlo con el proceso del reflejo, podría resultar que fuera preciso pasar de partículas a anti-partículas. En otras palabras se podrían definir el proceso del "reflejo verdadero" como CP en lugar de P simplemente. Se tuvo la esperanza de que las leyes físicas resultaran invariantes ante esta operación, y dicha hipótesis concordaba con los datos experimentales no muy confiables de los cuales se disponía entonces. (Por ejemplo, el experimento del Cuadro 3 no muestra infracciones de la variancia CP, ya que la reacción



y no tienen velocidades iguales). Bajo esta hipótesis, las leyes físicas son invariantes bajo CP, y a través del teorema CPT también lo son bajo la inversión en el tiempo, como ya se afirmó. De esta manera se pierde alguna simetría, pero se obedece la simetría derecha-izquierda en un sentido alterado.

El sentido alterado del reflejo está ilustrado en el excelente dibujo del artista holandés M. C. Escher, reproducido en la figura 12.



12—Dibujo de M. C. Escher que ilustra la invariancia C. P. El dibujo difiere de su imagen especular ya que en el dibujo los caballeros muestran el brazo izquierdo, mientras que en la imagen specular muestran el brazo derecho. La imagen CP del dibujo se obtiene de la imagen reflejada habitual, cambiándose los colores blanco y negro. En la imagen CP los caballeros blancos muestran el brazo izquierdo como en el dibujo original. (Para los fines de esta discusión ignoramos los efectos del borde, i.e., suponemos que el dibujo es infinitamente grande). De C.M Yang, “Partículas Elementales”, “Una Breve Historia de Algunos Descubrimientos de la Física Atómica” Princeton Press, 1962

Sin embargo, dicha hipótesis quedó destruida en el verano de 1964, cuando un experimento de Christenson, Cronin, Fitch y Turlay produjo evidencia concluyente de que la invariancia CP tampoco es válida para las interacciones débiles. Los detalles del experimento son bastante complicados, y la inferencia de que se infringe la invariancia CP no queda perfectamente clara. Sin embargo, es concebible una prueba *directa* de la infracción de la invariancia de CP como se ve en la figura 13. El experimento resulta muy difícil debido a que deben producirse gran número de partículas  $K+K$ . Pero a juzgar por los grandes progresos logrados en la física experimental en la post-guerra, es lógico suponer que logrará efectuarse el experimento.

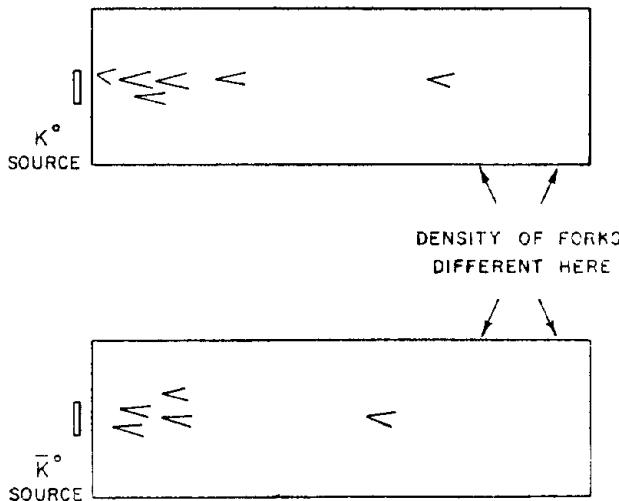
Con la infracción de la invariancia CP, y sobre la base del teorema CPT, es creencia general que también se infringe la invariancia T. Sin embargo, sería deseable obtener prueba *explícita* de la infracción de la invariancia T en las interacciones débiles. Es posible idear experimentos con ese fin, pero desafortunadamente no parece que ninguno resulte factible por ahora.

Si se infringiese la invariancia de la inversión en el tiempo, ¿sería necesario re-evaluar los conceptos tradicionales de la física estadística, particularmente el concepto de entropía? Afortunadamente que esta interrogante resulta fácil de responder. La entropía se encuentra dentro del campo de la física de la estadística del equilibrio, dentro del cual no desempeña papel alguno la invariancia de la inversión en el tiempo. Por consiguiente, aunque la infracción de la invariancia de la inversión en el tiempo permita establecer una diferencia entre interacciones débiles de las partículas elementales en el pasado y el futuro, esa diferencia no está relacionada a nuestra percepción habitual del presente y futuro. Lo anterior es sólo el resultado de fenómenos estadísticos de aumento de entropía.

Al revisar lo que hemos aprendido sobre la simetría mostrada por partículas elementales en sus interacciones fuertes, y la asimetría de sus interacciones débiles, sentimos la tentación de preguntar si un patrón integrado se encontrará a la vista. De acuerdo con la hermosa perfección lógica y las profundas consecuencias experimentales de los éxitos logrados por las consideraciones de la simetría en la física, podemos concluir que, cuando surja dicho patrón, transmutará toda la empresa. Si todavía no se han concebido estos patrones, no es porque los físicos no lo hayan intentado, sino porque la naturaleza no nos los ha revelado.

Sr. Presidente de la Academia:

La anterior exposición relativa a los “Principios de Simetría en Física” contiene una serie de considerandos que en la actualidad tienen plena vigencia y que han contribuido a la transformación que hoy se opera en el campo



13—Experimento posible para demostrar directamente la infracción de la invariancia CP. La desintegración de  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  emitidas de sus fuentes a la misma velocidad observan por separado.  $K^0$  y  $\bar{K}^0$  son imágenes CP una de otra. Si lo que se entiende actualmente del experimento de Christenson, Cronin, Fitch y Tuly está en lo correcto, las probabilidades de las desintegraciones cambiarían marcadamente a cierta distancia en su recorrido corriente abajo. La observación de dicha diferencia constituiría evidencia directa de la infracción de la invariancia CP.

científico. Ella constituye un aporte que en un momento dado podría ilustrar el criterio de los físicos venezolanos que adelantan estudios de esta índole.

Expreso una vez más a todos los ilustres Numerarios de la Academia y en especial a Ud. Sr. Presidente, mis más expresivas gracias por el honor que me han hecho al agregarme a la lista de sus Correspondientes Extranjeros y me prometo colaborar en el futuro en los proyectos que desarrolle la Academia en pro del progreso de la ciencia, en todas aquellas materias que han sido objeto de mis continuos esfuerzos y desvelos. Siempre he tenido presente que el hombre que no lucha por superarse fracasa en los objetivos que persigue.

He dicho

#### REFERENCIAS

1. F. R. Japp, "Nature" 58, 452 (1898) e Ibid. 59, 101.
2. H. Weyl, "Symmetry", Princeton University Press, 1952.
3. C. S. Wu, E. Ambler, R. W. Hayward, D. D. Hoppes y R. P. Hudson. "Phys. 105, 1.413 (1957).
4. C. N. Yang, "Elementary Particles", "A Short History of Some Discoveries in Atomic Physics". Princeton University Press, 1962.
5. J. H. Christenson, J. W. Cronin, V. L. Fitch y R. Tuly, "Phys. Rev. Letters" 13, 138 (1964).

## **PALABRAS DE CLAUSURA PRONUNCIADAS POR EL Dr. HUMBERTO FERNANDEZ MORAN V.**

Sr. Presidente de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales, Señores académicos, distinguidos representantes de las autoridades civiles, señoras y señores:

El Presidente de nuestra academia y mis colegas generosamente me han conferido el privilegio de pronunciar algunas palabras sobre la vida y obra de nuestro distinguido huésped, Dr. Chen Ning Yang, quien ocupa la Cátedra Einstein de Física en la Universidad Estatal de Nueva York y dirige el Instituto de Física Teórica de dicha Universidad.

Reconocido mundialmente como uno de los físicos más prominentes y originales de nuestra época, el Dr. Yang ha contribuido en forma decisiva al desarrollo de nuevos y fructíferos conceptos de la física moderna. En 1957, se le otorgó al Dr. Yang y a su compatriota y condiscípulo en China, Tsung Dao Lee, el Premio Nóbel en Física por sus investigaciones a fondo sobre las leyes de la simetría, las llamadas leyes de paridad, que han redundado en descubrimientos de gran importancia en relación con las partículas subatómicas: "las partículas elementales del átomo". Esta teoría tan original y atrevida fue confirmada experimentalmente por la científica física de origen chino: Dra. Wu, de la Universidad de Columbia, aboliendo así uno de los principios más aceptados de la física: la "Ley de Paridad", al enunciar Yang y Lee que la paridad no se conservaba en las partículas atómicas, y que los núcleos desintegrándose de los átomos radiactivos mostraban una marcada tendencia de girar denominado "*espin*" en sentido hacia la izquierda o hacia la derecha, no solamente destronaron una ley fundamental que se creía prácticamente inviolable, sino que también ensancharon considerablemente el alcance de la física teórica, característico de las especulaciones que se derivaron de este descubrimiento inesperado, es aquella que considera la posibilidad, por cierto muy especulativa, de existir otro universo igual al nuestro, pero virtualmente al revés del nuestro, con un sistema solar correspondiente al nuestro, por ejemplo, pero cuyos componentes giran todos en dirección opuesta. Los doctores Yang y Lee colaboraron íntimamente sobre

estos célebres estudios entre 1953 al 1957, y se cuentan entre los hombres más jóvenes laureados con el Premio Nóbel.

El Dr. Chen Ning Yang es hijo del eminente matemático chino, Menghua Loh, y nació en Hofei Anhwei, en la China del Norte, en 1922. Inspirándose en las antiguas tradiciones culturales y filosóficas de la China, el Dr. Yang se destacó a temprana edad en estudios matemáticos estimulado por su padre. Aunque creció y recibió su educación fundamental en la China, el Dr. Yang se trasladó después de la segunda guerra mundial a los Estados Unidos donde estudió en la Universidad de Chicago bajo la inspirada dirección del inmortal Enrico Fermi, considerado como el último de los verdaderos gigantes que dominaba con igual maestría la física teórica y la metodología experimental. Yo personalmente he tenido el placer y el honor de conocer al Dr. Yang y participar en conferencias internacionales celebradas en el "Alma Mater" de la Universidad de Chicago. Para dar una idea del estilo singularmente original y característico del Dr. Yang, citaré un memorable incidente cuando visité a mi distinguido amigo y colega, el célebre físico, Goubsmit, director del Brookhaven National Laboratory en 1957. En aquella ocasión me mostró un pliego repleto de símbolos y figuras imaginativas que representaban algo así como el "doddle pad" que le servía de especie de tablero de ajedrez en extraordinarios diálogos creativos dictados por el subconsciente de Lee y Yang a medida que se aproximaban al punto clave de intuición creadora que culminaba en su famosa fórmula, que marca una nueva etapa de la física teórica moderna al demoler el concepto de la conservación de las leyes de paridad. Es este documento cuya copia guardamos en la biblioteca "Enrico Fermi" de Chicago como testimonio del extraño y sublime proceso de la creación que emerge a veces en las formas más caprichosas del subconsciente en un simbolismo nuevo e investido de vida propia.

El Dr. Yang ha sobresalido en numerosos trabajos de primera calidad sobre mecánica estadística, teoría de los cuanta, superconductividad y muchos otros temas fundamentales. Su célebre libro "Partículas Elementales" es una exposición maestra de este campo abstracto y difícil, presentado con admirable lucidez. El Dr. Yang es miembro de las más importantes corporaciones académicas y ha recibido numerosos honores. Para todos nosotros constituyó un verdadero honor el poder escuchar de labios del propio Dr. Yang los extraordinarios conceptos sobre la "Simetría y Estructura de los bloques que integran la materia".

Ratifico y quiero expresarle mi agradecimiento al Dr. Miguel Parra León, Presidente de esta Academia de Ciencias, así como al Sr. Edward Joyce, Agregado Cultural de la Embajada Americana y a todos aquellos que me han proporcionado esta memorable experiencia.

Al terminar quisiera citar de la conferencia dictada por el eminente físico León N. Cooper al recibir el Premio Nóbel en 1972, quien refiriéndose a lo que dice Henri Poincaré en su libro “La Science et L'hypothèse”, dijo: “Uno puede construir de los mismos bloques de la materia una humilde casa o el castillo más espléndido. Lo mismo puede decirse en relación con una teoría construida de elementos ordinarios”. “Mas cuando entramos y contemplamos las relaciones en los dominios de las ideas, nos extasiamos ante el espectáculo de columnas de inusitada altura y arcos de intrépido alcance, que abarcan desde las estructuras subatómicas y las constantes de estructura fina del electrón a través de todo la gama de extraordinarios fenómenos físicos que ocurren a las temperaturas más bajas y llegan hasta predecir el interior de las estrellas, conceptos tan extraños y atrevidos como las propiedades de los operadores que gobiernan la reversión del tiempo y muchos otros fenómenos de increíble complejidad y maravillosa belleza”. Uno de los físicos más grandes de todos los tiempos, Paul Dirac, ha comentado “El investigador creador es solamente humano y si bien tiene grandes esperanzas también alberga grandes temores”. Y predice luego que nos aproximamos a una nueva era que será desencadenada por algunas nuevas y drásticas ideas acompañadas a su vez por un período de grandes adelantos y de grandes esperanzas y grandes temores. Aquí tenéis un ejemplo de un espíritu selecto, quien posee esas dotes y nos hará partícipe de una experiencia inolvidable al hablar-nos sobre ese mundo que él concibió al igual que Einstein “jugando con sus pensamientos entre cuatro paredes”.

He dicho.



## “TRASPLANTACION DEL CANCER DEL HOMBRE AL ACURE”

Por R. GONZALEZ RINCONES

Trabajo leído en la Academia el  
13-12-1944 y que permanecía  
inédito.

Greene y Lundt han logrado trasportar el cáncer al animal de laboratorio introduciendo al fragmento, en el medio más transparente y vacío de células que existe, el más pobre en elementos retículo-endooteliales de todos los humores del cuerpo, el humor acuoso de la Cámara anterior del ojo.

Sus primeros experimentos positivos fueron hechos con diferentes cánceres; dos *fibro sarcomas*, un *adeno carcinoma*, un *condromyxosarcoma*, un *melanoma maligno*, un *carcinoma epidermoide*, un *adeno-cantoma*, *carcinomas indiferenciados* y un *cordoma*.

En cambio, los tumores benignos no prosperan, sin duda porque el tejido trasplantado lleva consigo el freno *antikinético*, que llamamos “*sux*”, sustancia desconocida, pero evidente, en sus efectos, que mantiene reprimida la fuerza expansiva de los *cromosomas*.

Sería interesante observar si la *hetero-trasplanteación*, verificada en la Cámara anterior inradiada cinco a nueve días antes con Rayos X, da resultado positivo. Es muy probable que el medio permeabilizado a la sustancia *anti-kinética*, por la radiación no sea propicio al desarrollo de las células malignas. Por lo menos así acontece cuando se irradia previamente una zona de piel y se implanta en ella, cinco a nueve días después, un fragmento de cáncer trasplantable normalmente a la rata.

Si el hetero-trasplante prende en la Cámara irradiada, sería porque es impermeable al *sux*, como acontece con la barrera epitelial del epéndimo a ciertos medicamentos. Entonces se podría inyectar en el humor acuoso extracto de órgano irradiado, que se opondría al hetero-trasplante.

El procedimiento que hemos usado para obtener el extracto de retículo endotelio irradiado es el mismo que se usa para la preparación de las hormonas. Antes de mezclarlo con el humor acuoso habría que igualar cuidado-

samente su punto *iso-eléctrico*, usando el procedimiento que se aplica actualmente a la conservación de la insulina; con esta precaución se evita la irritación por Ph diferente.

Gracias a los interesantes experimentos de Greene y Lundt, posee hoy la cancerología un nuevo campo de estudio de los tumores malignos de la especie humana. El cáncer del hombre, aclimatado al animal de laboratorio, se prestará a muchas investigaciones que no eran posibles hasta hoy, y al desimpregnarse de la sustancia inhibidora en el humor acuoso, pueden desarrollarse en otras regiones del animal, cuya *sustancia anti-kinética* no afecta el desarrollo ulterior del tumor humano, por carecer de la especificidad antagonista su *retículo-endotelio*.

La trasplantabilidad de los tumores malignos del hombre lograda por Greene y Lundt en los animales inferiores, será un medio de diagnóstico de primer orden, que contribuirá a la diferenciación y a la clasificación de los cánceres, pues su estructura se define completamente, al parecer, detenidas por las *inhibinas*, las células no cancerosas; sólo siguen viviendo las que han perdido su carga equivalente, sin impregnación protectora. Sólo sobreviven los elementos fibroblásticos en el trasplante.

También sería interesante averiguar la suerte que corren los tumores malignos inyectados en *coágulos de colágeno*, que es un medio comparable al humor acuoso, desprovisto de *anti-kinética* (sux).

Inspirándonos en las célebres investigaciones de Nageotte y Guyon, hemos logrado la producción de osteo-condromas en la oreja del conejo, depositando al colágeno contra el cartílago.

Hoy conocemos un ácido *hyalurónico*, y la *hyaluronidase*, su fórmula y los experimentos de Duran Reynals. Bases experimentables de primer orden. La explicación del resultado positivo de la *hetero-trasplantación*, podría ser la siguiente:

Toda célula lleva consigo su potencialidad evolutiva. El dinamismo de su desarrollo tiene sin embargo un límite, que garantiza su utilidad recíproca en el organismo normal.

Cuando falta la *sustancia inhibidora*, que se opone al excesivo desarrollo celular, se forma en el lugar de la deficiencia local un neoplasma. Si la *sustancia inhibidora*, falta en todo el organismo se efectúa la generalización o las metástasis.

Esta *sustancia inhibitoria*, parece de origen retículo endotelial y su producción le dará a la terapéutica una poderosa arma para combatir el cáncer. La existencia de sustancias inhibidoras fue sospechada en 1931, por Leob y

Collip, quienes observaron que cuando se administran repetidas dosis de *extracto pituitario, anterior tirotrópico* a un animal, se desarrollaba un estado refractario a esta sustancia.

El suero de los animales así preparados inyectados a otro animal los hacía indiferentes a la acción *tirotrópica*.

Después se han obtenido sustancias inhibidoras contra las hormonas de la corteza *suprarenal*, el timo, y las *gonadotropinas*, Collip cree que toda hormona tiene su contraria: la *anti-hormona*.

De ello depende la salud endocrínica. Si las *anti-hormonas*, predominan, se declara un estado *hipo-funcional*, la cantidad de la *anti-hormona*, circulante permitirá graduar algún día el grado de la *hipo-función*, de una manera indirecta.

Para corregir esos estados habrá que usar la dosis de hormona proporcional a la *anti-hormona*, circulante que anda sin ser neutralizada. Pero resulta que entonces el organismo responde fabricando más *anti-hormona*, y a la larga se exagera la *hipo-función*, que se trataba de remediar. Esto explica por qué los tratamientos prolongados con hormona terminan por ser ineficaces. El clínico debe pues observar cuidadosamente la reacción curativa e interrumpirá el tratamiento cuando juzgue, que ha logrado el efecto y no dejar que indefinidamente el paciente siga usando la hormona. El exceso de hormona puede también agotar a la larga la producción de la *anti-hormona*. El desequilibrio resultante caracteriza la caquexia. Gracias a los interesantes estudios de Greene y Lundt posee hoy la ciencia un fecundo campo de estudio. Es el mismo cáncer humano aclimatado al laboratorio, el que se ofrece a la investigación, sin necesidad de ir a buscarlo en las camas de los servicios *nosocomiales*.

La célula, esquiva hasta ese momento, cuando penetró, en la Cámara anterior del ojo del manso roedor, se despojó de su localización predilecta, por los tejidos de la especie humana.

La trasplantabilidad de los tumores malignos del hombre a otras especies será un medio de diagnóstico más para precisar su carácter, como cualquiera otra prueba de cultivo de laboratorio.

Para definir y clasificar los cánceres se logrará mejor su estructura fuera del campo donde se hallan en conflicto con los *inhibinas*, que tratan de ejercer su acción equivalente. Cuando el fragmento que se introduce en la Cámara anterior del ojo pertenece a un tumor benigno, no se desarrolla.

Nuestra teoría explica este hecho, pues las células benignas están impregnadas de su carga hormonal equivalente.

Solamente las *células cancerosas sin inhibinas, sin sux o sin sustancias anti-karioquenética*, se desarrollan en el humor acuoso, donde tampoco existe *sux*.

Para afectar la carrera patógena de una célula "*maligna*" quizá sea suficiente neutralizarle algo que sin faltarle para su vida, le sea indispensable, para su "*malignidad*", así como las lisozimas de los tejidos animales hidrolizan los mucopolisacáridos, pueden existir las enzimas destructoras de "*monstruosidades*" karioquinéticas o de mitosis excesivas.

En el humor acuoso no existen sin duda las sustancias antagonistas, pues es como un lago transparente surcado por fugaces leucocitos.

Ni la *hipófisis* ni la *tiroides*, resultan indispensables para la formación de *anti-hormonas*. Tampoco se cree hoy necesaria la existencia de la *suprarenal*, como lo habían supuesto Scovron y Spence.

La *anti-hormona sexual* de la mujer tampoco surge del ovario, pues los animales *pinealectomizados*, se *desanti-hormonizan* aunque se traten por mucho tiempo con extracto *gomado-trópico*.

Gordon, A. S. Lovenstein, Chariper, sostienen que las *anti-hormonas* provienen del sistema *retículo-endotelial*. No conocíamos los estudios de estos autores (que aparecieron en 1937, 1939 y 1940, Anat. ec. 70-(Supl) Prodc. Soc. Exper. Biol: 36.484, 1937), cuando el Dr. Pedro González Rincones y yo, emitimos la hipótesis de la existencia de una sustancia que debe emanar del *retículo endotelio*, la cual tiene por función contener el desarrollo celular dentro de sus límites normales y presentamos a la Academia de Medicina de Caracas un trabajo que intitulamos "Nueva Doctrina de la Cancerización". 27-6-40.

Nuestro trabajo ha merecido la atención de algunos investigadores; entre ellos citaré el Dr. William Seaman Bainbridge, autor de una de las monografías más completa que se conoce sobre el cáncer. Bainbridge resume nuestra doctrina diciendo: "En Venezuela, los doctores González Rincones "creen que así como hay hormona que estimula el desarrollo celular hay otra hormona que lo contrarresta". Dicho autor considera original este concepto y en una publicación titulada "*The Cancer Problem-Progress in its solution Medical Record*", mayo de 1942: dice a propósito de nuestro ensayo: "We will watch their further studies with great interest". Bainbridge plantea en síntesis nuestra doctrina en una fórmula esquemática que despojada de las amables frases que la presentan, queda reducida a estas palabras: "González Rincones are proceeding on the theory that body growth depends upon a hormone; that there is another hormone which, at certain time, retards growth, and that when this latter does not function properly, growth becomes riotous and allows for cancer development" .

Hace dos años sólo teníamos para fundamentar una nueva teoría, el fracaso de las anteriores para explicar satisfactoriamente todos los hechos clínicos y experimentales y la convicción de que nuestro concepto responde a todas las posibles interrogaciones mejor que las ya conocidas. El nuevo hecho, de gran trascendencia, la *inoculabilidad del cáncer humano al acure*, logrado mediante la introducción del fragmento maligno en la Cámara anterior del ojo, se explica también por la carencia de la hormona *anti-kinética*, que no llega hasta el humor acuoso. Lo que no se había logrado cultivar en los más ricos medios de cultivo en los más abundantes alimentos, prospera en el pobre humor acuoso porque allí no llega la *hormona*, que contrarresta el desarrollo.

El *acuoso* se compone de 99,6921, partes de *agua*, 0,0201 de *proteínas*, 0,028 de *úrea*, 0,0983 de *Glúcido reductores*, 0,2787 de *sodio* y 0,4371 de *calcio*. Parece formado por un proceso de *diálisis* según la ley de equilibrio de las membranas de Donnan.

Su concentración de calcio es equivalente al calcio difusible del suero. Quizás el *epitelio ciliar*, tiene cualidades selectivas que no posee el epitelio capilar o la membrana glomerular del riñón.

Se comprende perfectamente esta pobreza en alimento del *humor acuoso*, su función es dejar pasar la luz por medio tan transparente como el agua del mar y cualquier elemento figurado sería un estorbo. Las células cancerosas no encuentran en el humor acuoso nada que les estorbe su potencialidad evolutiva. Hasta el humor acuoso no llegan las sustancias inhibidoras del retículo endotelio. Este hecho experimental viene en apoyo de nuestra teoría o mejor dicho, puede también ser explicado por ella.

Creo innecesario repetir las bases anatómicas, fisiológicas, clínicas y experimentales que nos sirvieron para formularla; me contentaré con recomendar a los interesados en discutirla o aprovecharla, nuestra comunicación que apareció en la Gaceta Médica de Caracas Nº 7-1940 y la Revista de la Policlínica, de julio del mismo año 40.

Para extraer el Sux, que será el resultado práctico de la teoría, hay que irradiar los órganos que por experiencia sabemos que son más sensibles como el testículo del animal jiben o el bazo; después del quinto día y no más tarde que el noveno día después de la irradiación se extirpan los órganos irradiados, se muelen y se pasan por concentraciones progresivas de alcohol, evaporando el extracto en el vacío. La irradiación exalta el poder protector del retículo endotelio para producir la sustancia limitante del desarrollo, así como los ultravioletas estimulan la acción de la piel para el complicado proceso de la formación de ergosterol. Las transformaciones químicas desencadenadas tienen

similitud con las reacciones hormonales y tienen un ciclo de aparición que debe ser tenido en cuenta.

Así como no todo el mundo reacciona de la misma manera a la insolación, es harto sabido que no todos los irradiados reaccionan del mismo modo, debiendo quizá, buscarse esto en una predisposición hereditaria o congénita.

Para la obtención del sux habrá que seleccionar los animales cuidadosamente, pues el mecanismo retículo endotelial protector contra el cáncer, debe obedecer a las leyes de Mendel, como todo factor dominante. Maud Slye ha demostrado que un animal canceroso unido a otro también canceroso da productos en totalidad cancerosos. Si un animal canceroso se cruza con uno dominante se obtienen híbridos. Si el canceroso se cruza con un híbrido da la mitad de canceroso y la mitad de híbrido. Si dos híbridos se unen, darán un cuarto de cancerosos, dos híbridos y un dominante no canceroso. Si un híbrido se une con un dominante, dará la mitad de híbridos y la otra mitad de dominantes. Si dos dominantes se unen entre sí toda la progenie estará protegida contra el cáncer porque su retículo endotelio salvará su progenie del cáncer en las generaciones sucesivas.

Para proteger a la humanidad contra el cáncer hay que tener presente este principio eugenético. Descartar por cruces bien escogidos a los híbridos y a los que no tengan mecanismo protector. Para averiguarlo se puede proceder de la manera siguiente:

Se toma por medio de la punción esternal médula ósea o pulpa esplénica y se inyecta en la cámara anterior del ojo del acure. Las células provenientes de sujetos de retículo endotelio normal no se desarrollarán y sufrirán la suerte que tienen los elementos de los tumores benignos en los hetero trasplantes de Greene y Lundt. En cambio, si la médula ósea o la pulpa esplénica proviene de un individuo canceroso o inminencia de serlo, las células se desarrollarán como las de un tumor maligno, porque en ellas no existe impregnación de la sustancia protectora, que tampoco encuentran en el humor acuoso. Debe evitarse el cruce de los que den una hetero-trasplantación positiva.

A falta de esta prueba, podría medirse el grado de defensa retículo endotelial con el método de Adler y Reinmann o prueba del rojo Congo, la de la tetraclorofenolftaleína o prueba de Rosenthal, la del hierro coloidal o prueba de Leites y Raibow, la de Saxl y Donath.

También podría irradiarse un centímetro cuadrado de piel del antebrazo con una dosis eritema. Las personas insensibles a esta dosis carecen de la facultad de segregar el sux y deben eludir procrear en una pareja negativa, pues la progenie está expuesta a la degeneración cancerosa.

## VEINTIDOS AÑOS DE IRRADIANCIA SOLAR SOBRE CARACAS

Por el Ing. MELCHOR CENTENO V.

En el número 6, año de 1960, del Boletín de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Central de Venezuela se publicaron algunos valores experimentales de la irradiancia solar directa y difusa sobre superficie horizontal en tres sitios del Valle de Caracas. Esos valores corresponden a los cuatro años desde 1953 hasta 1956 inclusive.

En este artículo se extiende la gama de valores experimentales de la irradiancia solar para cubrir un lapso total de *veintidós años*, desde enero de 1953 hasta diciembre de 1974, ambos inclusive. Creemos que esta es una muestra representativa de la irradiancia solar en esta región de Venezuela. Esta muestra puede servir de base para estudios del microclima de la región y de cualquier aplicación técnica de la energía solar en Caracas, como aerocondicionamiento y calentamiento de agua.

Los datos de irradiancia que se publican en este artículo corresponden a cinco estaciones, cuyas coordenadas y altitudes sobre el nivel del mar son las siguientes:

Ciudad Universitaria	66°53'06" W	—	10°29'42" N	—	879,6	m.s.m.
Los Chorros .....	66°49'46" W	—	10°30'14" N	—	920	m.s.m.
La Carlota .....	66°50'20" W	—	10°29'16" N	—	835	m.s.m.
Jardín Botánico .....	66°53' W	—	10°30' N	—	862	m.s.m.
Los Chorros .....	66°49'55" W	—	10°30'06" N	—	908,3	m.s.m.

Los lapsos de mediciones para cada una de estas cinco estaciones, en el orden tabulado, fueron los siguientes: 1-I-53 a 4-IX-54 en Ciudad Universitaria de Caracas; 5-IX-54 a 31-XII-55 en la primera estación de Los Chorros; 1-I-56 a 28-II-57 en la Estación Meteorológica del Aeropuerto de La Carlota; 1-III-57 a 31-XII-58 en el Jardín Botánico de la Ciudad Universitaria; y del 1-I-59 al 31-XII-74 en la segunda estación de Los Chorros.

\* Véase final del Cuadro I.

Se han efectuado a lo largo de estos veintidós años, mediciones simultáneas comparativas entre algunas de estas cinco estaciones. Se han observado marcadas diferencias entre los valores diarios registrados en lugares relativamente próximos, como las estaciones de Los Chorros y La Carlota, distantes poco más de dos kilómetros. Entre estas estaciones se han observado discrepancias notables (22% el 31-VIII-55 y 63% el 1-X-55), con promedio del 11%. Pero los promedios entre las cinco estaciones, para lapsos de cinco días y lapsos mensuales, difieren poco, hallándose dentro del cinco por ciento. Diferencias similares se apreciaron entre los registros de las estaciones de la Ciudad Universitaria: Jardín Botánico y al oeste del Estadio de Fútbol. Estas diferencias radican en el efecto de los accidentes topográficos sobre la dirección de los vientos y la nubosidad. Las diferencias de latitud y de altitud también intervienen para causar diferencias en los registros de la irradiancia solar. En los casos estudiados por nosotros, su efecto ha sido mucho menor que el causado por la nubosidad. Las diferencias entre los registros obtenidos en lugares cercanos es más notable en zonas próximas a las montañas que en zonas menos próximas.

Los valores correspondientes a las estaciones de la Ciudad Universitaria, Jardín Botánico y La Carlota, fueron obtenidos por medio de actinógrafos tipo Robitzsch-Fuess, que operan por flexión de pares bimetálicos. Los valores correspondientes a las estaciones de Los Chorros fueron obtenidos también en parte y entre días, con un actinógrafo Robitzsch-Fuess, y diariamente por medio de pirheliómetros o piranómetros integradores basados en destilación de agua, diseñados y construidos por el autor. Estos piranómetros por destilación han sido calibrados frecuentemente a lo largo de los años, por comparación directa con un actinógrafo Robitzsch-Fuess y con un pirheliómetro Belfort, también de par bimetálico.

Uno de los pirheliómetros por destilación y el pirheliómetro Belfort, fueron comparados por el Dr. Juan Francisco Stolk, de grata memoria, con instrumentos de precisión en el Servicio Meteorológico de las Fuerzas Armadas Nacionales con sede en Maracay. El Dr. Stolk halló que la diferencia entre los registros de ambos instrumentos y los de precisión era inferior al dos por ciento.

En general, se ha estimado que el error probable del promedio de registros diarios de dos o más pirheliómetros por destilación funcionando juntos, es del orden de dos por ciento. La comparación frecuente con un actinógrafo Robitzsch-Fuess ha indicado que la calibración de los pirheliómetros por destilación se mantiene durante largos períodos, porque el principio de operación de ambos tipos de instrumentos es muy diferente.

Es conveniente recordar que para fines de estudios del microclima de una región y también del aprovechamiento técnico de la energía solar en tierra, diferencias en los registros del orden del cinco por ciento, son perfectamente tolerables.

Los valores de irradiancia solar sobre superficie horizontal que se tabulan en este artículo están expresados en la unidad preferida por los meteorólogistas: el *langley.día<sup>-1</sup>*. El *langley* es una unidad de densidad de energía radiante y equivale a la *caloría.cm<sup>-2</sup>*. Se usa esa unidad en honor del astrónomo, físico e ingeniero norteamericano Samuel Pierpont Langley (1834-1906), inventor del bolómetro, un sensitivo detector de energía radiante con el cual midió la intensidad de las radiaciones solares en varias longitudes de onda, desde el ultravioleta hasta el infrarrojo.

Para comodidad de los lectores acostumbrados a otras unidades de energía e irradiancia, se dan de seguidas algunos factores de conversión que utilizan al *langley*:

$$\text{Langleys} \times 11,62639 = \text{Wh.m}^{-2}$$

$$\text{Langleys} \times 41,855 = \text{KJ.m}^{-2}$$

$$\text{Ly.min}^{-1} \times 697,5833 = \text{W.m}^{-2}$$

Por ejemplo, la irradiancia solar fuera de la atmósfera, en base a las numerosas mediciones hechas por la NASA y por varias investigaciones hechas en otros lugares con procedimientos de medición a elevadas altitudes, se ha estimado que es de  $1353 \text{ W.m}^{-2}$  de superficie normal a los rayos solares. Este valor corresponde a  $1,93955 \text{ ly.min}^{-1}$ . Similarmente, el promedio de las mediciones aquí anotadas para la irradiancia sobre superficie horizontal en Caracas, para veintidós años, es de  $483 \text{ ly.día}^{-1}$ . Esto equivale a  $20,2 \text{ MJ.m}^{-2} \text{ día}^{-1} = 5,61 \text{ KWh.m}^{-2} \text{ día}^{-1}$ . Este valor es ligeramente superior (2%) al valor publicado en el artículo de 1960 (472  $\text{ly.día}^{-1}$ ), el cual correspondía a los primeros cuatro años del lapso de veintidós años presentado ahora.

En el artículo se ofrecen una serie de Cuadros, a saber:

(I) Valores de los registros diarios de la irradiancia solar directa y difusa sobre superficie horizontal en Caracas, desde el 1-I-53 hasta el 31-XII-74.

(II) Valores promedio por grupos de cinco días, para el mismo lapso de tiempo. En los años bisiestos (1956, 1960, 1964, 1968 y 1972), el grupo marcado 31 ENE- 4 FEB corresponde a un lapso de seis días en lugar de cinco. Son setentitrés (73) grupos de cinco días en total.

(III) Valores de los registros máximos y mínimos en cada uno de esos veintidós años.

(IV) Valores de los promedios mensuales de los registros y de los promedios mensuales globales.

(V) Distribución de las frecuencias de ocurrencia en intervalos de 50 ly.día<sup>-1</sup> (cal.cm<sup>-2</sup>.día<sup>-1</sup>), para el total de los 8035 días catalogados.

(VI) Promedios de los valores registrados diariamente para cada uno de los veintidós años. Son así, promedios anuales de registros diarios.

(VII) Este último Cuadro es el del registro total, o sea la suma de los valores registrados diariamente para cada uno de los veintidós años, así como el valor o suma global: 3.878.741 *langleys* correspondientes a los 8.035 días de registro de la irradiancia solar en Caracas.

Esperamos que estos datos sean de algún interés no solamente para los meteorólogos, sino también para los ingenieros interesados en el microclima de la capital de Venezuela y en procedimientos de enfriamiento y calefacción con energía solar. La relativa uniformidad de los valores medios mensuales, y aun de los promedios para lapsos de cinco días consecutivos, apuntan hacia esa fuente de energía no-contaminante, que es la energía solar, como una posible ayuda a la industria y los hogares, no solamente para reducir la contaminación ambiental sino para economizar recursos energéticos no renovables.

Caracas, enero de 1975.

## AÑO 1953

## CUADRO I

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	513	448	412	439	461	483	484	184	419	515	242	507	312	307	447	482	227	295	467	355	431	382	339	305	499	380	520	551	394	344	491	408
FEB	472	398	358	426	450	534	586	492	268	151	544	534	535	497	415	625	622	637	613	375	256	496	399	474	632	628	625	660	---	---	489	
MAR	575	591	558	547	562	547	610	486	525	330	285	551	452	614	516	553	525	363	605	611	464	654	420	567	338	551	507	556	494	545	610	526
ABR	509	515	577	654	555	410	436	526	580	528	368	473	527	403	518	490	604	515	519	538	555	578	543	409	497	435	269	285	466	411	---	490
MAY	394	454	512	464	453	490	514	401	516	478	394	330	279	320	223	513	360	444	318	443	401	363	476	561	526	615	503	519	529	490	425	442
JUN	436	469	497	549	571	573	576	503	564	534	598	572	561	340	514	511	347	408	638	494	447	477	450	452	475	306	361	608	573	642	---	502
JUL	490	499	645	287	523	517	287	557	452	415	372	472	457	538	578	617	608	448	419	399	570	391	406	438	569	393	512	448	471	470	462	480
AGO	451	476	569	467	515	430	390	511	687	515	510	487	380	410	403	578	418	568	534	594	637	501	608	456	560	626	350	328	373	179	607	491
SEP	578	542	546	488	483	470	486	447	530	507	503	538	696	442	446	501	386	461	516	614	210	310	589	466	618	430	213	655	573	589	---	494
OCT	514	365	325	498	620	623	543	547	413	373	479	553	476	489	480	525	493	602	503	469	448	386	481	371	475	487	457	464	441	510	483	481
NOV	530	545	440	466	347	409	518	452	469	404	423	471	340	396	381	292	432	568	448	473	449	398	450	470	373	351	404	291	442	409	---	428
DIC	498	381	434	488	507	415	506	545	377	338	491	334	541	373	366	319	239	374	426	429	437	521	465	334	393	570	496	326	442	522	449	427

## AÑO 1954

ENE	425	485	516	350	425	526	490	406	423	465	397	441	459	444	383	434	557	478	510	531	337	365	530	438	436	309	433	466	522	265	487	443	
FEB	386	484	518	533	370	453	426	447	499	404	639	579	621	452	391	624	555	609	630	436	381	306	444	405	588	501	565	647	---	---	496		
MAR	623	481	337	493	613	550	483	414	544	586	458	519	588	519	649	588	554	481	540	560	542	481	702	448	543	683	723	763	648	624	462	555	
ABR	520	679	645	628	754	653	732	536	521	518	558	628	646	487	447	405	456	616	487	494	285	631	413	456	561	541	419	288	---	526			
MAY	566	447	462	446	397	632	657	397	608	604	625	555	653	628	564	667	755	719	594	752	536	542	365	536	423	557	517	432	392	621	661	558	
JUN	546	403	647	663	617	492	486	425	474	449	546	472	629	644	694	588	306	594	649	646	731	616	437	603	446	525	394	564	519	573	---	546	
JUL	491	552	604	577	622	577	692	495	623	633	638	444	547	638	663	581	517	626	499	435	450	588	649	515	566	658	719	537	594	567	485	680	577
AGO	692	534	576	711	668	564	579	544	617	379	421	455	483	539	542	554	492	406	628	581	702	566	577	492	625	721	624	592	412	279	605	554	
SEP	523	479	488	512	413	508	633	511	550	611	581	556	418	473	329	381	476	430	600	587	441	501	463	615	410	501	389	523	601	513	---	501	
OCT	485	554	412	451	536	230	505	505	595	600	333	490	350	510	420	468	468	311	318	374	456	518	623	505	418	497	421	420	424	432	432	450	
NOV	456	377	526	432	424	432	459	423	418	394	480	430	380	230	407	489	504	475	499	517	440	202	276	278	436	495	287	234	278	237	---	397	
DIC	451	436	480	465	433	367	528	399	373	213	251	320	437	382	383	533	437	279	407	442	503	488	395	320	349	346	349	471	462	280	309	396	

## AÑO 1955

ENE	574	452	472	539	496	490	493	222	415	508	406	593	497	494	488	505	469	484	431	428	542	384	353	250	456	489	412	430	567	472	378	458
FEB	543	510	457	355	391	527	459	370	499	481	371	443	511	526	582	448	424	427	493	537	424	330	372	504	447	519	537	379	---	---	459	
MAR	436	544	472	430	484	393	420	397	384	443	492	437	415	528	437	261	282	219	393	353	393	356	542	589	525	360	552	488	540	495	468	437
ABR	456	440	471	450	395	460	542	689	475	625	576	478	515	576	588	528	432	392	163	181	322	276	374	426	515	453	590	555	427	605	454	
MAY	551	508	581	532	284	357	498	512	372	476	549	543	528	497	595	570	594	551	527	655	618	213	517	539	471	315	410	228	582	386	518	486
JUN	356	332	487	444	425	550	365	441	498	636	541	532	545	469	392	537	664	510	491	473	337	482	582	434	582	452	485	508	438	464	---	482
JUL	516	571	643	505	425	537	304	638	650	599	489	459	471	493	417	449	595	515	396	505	563	601	433	482	543	641	532	518	503	408	439	511
AGO	268	637	586	605	490	473	416	394	617	502	501	455	577	519	450	493	346	568	401	398	564	585	460	310	448	549	515	306	435	490	472	478
SEP	439	571	523	490	477	520	484	487	428	362	367	556	535	320	333	503	504	488	262	433	514	460	165	317	422	559	516	392	440	395	---	443
OCT	255	497	485	521	485	593	493	438	498	476	361	582	588	544	436	493	447	565	372	290	363	384	267	354	315	381	411	319	447	192	402	438
NOV	488	433	358	376	400	413	398	241	361	521	548	447	525	336	262	315	348	336	390	530	466	405	329	438	371	331	337	313	316	538	---	396
DIC	433	339	476	373	263	521	510	519	555	362	498	386	499	490	403	298	472	276	408	570	345	447	411	384	390	387	489	480	417	235	398	420

## AÑO 1956

## CUADRO I

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	450	259	351	486	371	109	443	401	526	376	279	435	337	508	349	377	557	570	566	517	455	441	405	542	443	491	409	456	205	268	558	421
FEB	441	544	575	534	458	484	541	345	571	363	530	386	439	491	499	477	413	442	397	400	400	465	416	410	279	351	406	556	643	---	456	
MAR	505	553	493	581	317	571	647	569	515	253	458	374	579	570	339	512	432	443	420	497	548	614	583	448	592	636	636	766	572	588	641	524
ABR	663	481	439	508	536	646	492	541	568	504	508	591	446	324	347	443	439	492	589	545	557	504	584	581	429	423	667	555	614	483	---	517
MAY	561	442	415	346	494	438	518	491	604	595	537	492	286	257	425	471	457	501	529	445	335	352	518	618	534	603	609	550	328	475	419	472
JUN	481	418	481	559	479	492	488	574	591	510	563	558	541	486	457	503	253	435	561	614	556	428	502	535	519	469	509	581	463	454	---	502
JUL	401	454	610	402	572	365	683	618	522	427	429	626	579	565	466	666	617	525	560	583	473	465	661	560	329	249	710	588	443	617	411	520
AGO	351	575	536	424	504	619	446	444	422	531	342	434	477	413	293	562	562	531	500	562	474	425	499	618	486	519	526	562	544	570	623	496
SEP	522	533	443	446	254	388	498	443	682	488	474	522	446	357	294	584	596	294	432	504	348	468	598	447	433	397	424	420	429	548	---	460
OCT	459	590	396	459	595	369	382	344	474	171	405	431	600	603	569	372	319	396	538	381	360	312	425	432	435	321	313	271	518	370	464	422
NOV	444	395	313	423	326	331	531	498	499	251	370	451	515	409	478	460	395	314	338	465	348	484	340	547	589	492	378	336	452	461	---	421
DIC	478	480	480	281	289	477	441	221	364	391	314	413	292	497	481	299	484	463	398	347	191	438	460	452	332	403	375	266	412	366	445	388

## AÑO 1957

ENE	448	366	449	264	338	364	461	527	473	365	462	313	411	366	379	441	476	538	308	469	376	430	311	390	409	482	383	434	244	386	517	406
FEB	420	350	546	559	477	319	416	424	445	407	341	460	430	497	495	513	539	473	383	357	392	400	518	505	463	406	397	386	---	440		
MAR	518	562	563	587	486	512	527	583	454	594	410	424	393	437	514	568	596	602	569	577	427	450	528	610	558	548	582	627	527	616	614	534
ABR	600	617	630	488	388	514	605	572	446	363	495	407	543	568	612	589	476	512	550	568	525	428	271	411	255	359	354	442	405	515	---	485
MAY	524	524	315	367	460	486	454	404	435	511	299	344	222	232	410	166	295	337	387	479	446	391	462	385	230	418	337	435	454	191	288	377
JUN	259	426	304	413	422	395	322	345	341	541	503	176	407	404	204	288	141	262	231	370	391	503	529	510	458	468	323	539	296	327	---	370
JUL	417	495	391	420	518	533	442	402	415	459	411	298	339	438	374	428	477	358	378	384	245	206	340	561	267	406	355	500	570	340	389	405
AGO	527	337	311	278	479	481	523	489	553	444	523	552	483	473	544	538	220	519	360	455	271	490	404	481	504	417	485	408	441	425	525	452
SEP	327	384	469	506	497	296	397	400	452	515	289	519	544	537	377	379	474	361	463	403	461	531	537	464	259	330	362	540	530	542	---	438
OCT	450	407	389	428	360	390	310	378	367	522	479	300	343	229	120	268	204	354	398	534	326	439	471	320	294	479	337	345	437	464	267	376
NOV	299	413	366	224	215	448	479	391	401	441	408	385	426	460	446	481	310	367	360	245	350	363	254	232	238	392	369	316	444	384	---	364
DIC	300	390	413	321	418	385	270	433	441	498	337	415	400	446	378	379	454	420	397	463	351	315	430	464	316	364	353	351	377	335	388	387

## AÑO 1958

ENE	344	286	408	370	336	302	346	419	316	424	384	436	507	460	434	254	473	506	422	504	178	301	517	508	491	478	455	533	502	471	422	412
FEB	362	533	480	473	467	388	287	477	532	567	583	583	574	556	565	586	548	472	439	562	543	539	561	504	568	470	535	478	---	508		
MAR	516	458	476	467	534	481	494	527	567	534	616	616	539	576	601	539	527	594	594	556	563	579	599	505	381	401	539	443	345	561	514	529
ABR	640	506	488	400	658	557	554	446	561	345	483	676	626	566	324	340	483	299	451	571	621	557	630	603	520	612	474	446	465	299	507	
MAY	435	204	413	408	328	226	473	439	453	493	528	488	470	444	271	444	488	475	470	475	528	506	408	422	466	479	320	439	351	717	280	430
JUN	374	356	193	334	530	365	338	422	356	456	536	558	453	510	492	457	475	439	312	444	277	272	541	501	505	343	431	413	422	475	---	420
JUL	442	358	221	468	459	530	574	499	477	481	574	534	481	389	570	508	583	499	420	490	499	574	517	552	521	393	556	243	455	609	601	486
AGO	503	530	394	521	553	508	449	480	489	485	521	503	476	408	594	471	471	503	580	621	476	489	499	494	440	449	530	503	508	535	399	496
SEP	596	519	424	470	560	506	497	551	524	334	447	456	447	596	551	375	456	605	488	497	452	470	587	515	624	554	587	479	546	614	---	511
OCT	538	485	516	560	516	462	513	494	516	372	472	582	442	481	477	459	483	394	293	411	305	411	354	485	512	538	494	481	507	551	459	472
NOV	376	436	432	332	484	324	358	479	427	406	440	466	462	432	462	484	401	307	393	449	493	445	445	371	341	423	492	453	505	---	428	
DIC	403	390	450	368	317	441	428	527	441	381	475	420	411	398	454	450	381	368	424	527	493	463	497	445	475	514	518	501	360	415	440	

## AÑO 1959

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	429	489	307	494	517	459	504	444	474	477	482	274	509	446	380	374	453	448	435	472	517	503	456	461	507	405	484	467	422	486	442	452
FEB	465	537	410	305	545	479	570	500	528	562	525	515	572	490	558	452	497	446	538	478	460	393	509	530	546	494	510	498	---	---	497	
MAR	525	567	540	560	410	483	525	546	538	467	576	533	424	574	537	552	547	555	413	418	451	573	440	394	494	575	536	478	577	510	480	510
ABR	555	483	536	525	430	546	474	481	514	436	501	399	473	498	462	496	530	570	562	543	524	340	515	452	500	529	505	501	419	215	---	483
MAY	413	357	90	161	140	319	442	427	541	510	483	526	431	350	445	522	466	472	515	421	340	50	225	190	313	442	525	423	143	497	540	388
JUN	380	275	282	507	221	280	453	502	420	415	432	463	500	602	363	515	557	509	552	578	410	525	553	556	401	316	440	550	218	500	---	443
JUL	500	475	536	590	466	366	575	450	560	525	590	523	423	439	486	296	509	454	325	518	544	340	426	275	260	515	372	437	275	460	584	443
AGO	530	409	625	336	511	486	488	492	419	518	240	499	530	462	398	513	521	380	529	498	450	382	369	574	450	468	507	475	478	485	502	478
SEP	533	500	482	418	483	486	522	540	405	452	437	512	515	508	473	300	517	530	470	510	418	615	460	460	407	555	572	391	359	418	---	475
OCT	550	475	291	482	397	470	365	476	282	552	186	526	422	480	290	375	507	340	182	459	441	508	462	397	493	522	473	488	377	431	306	419
NOV	488	310	472	550	476	474	331	387	416	304	475	298	542	546	472	358	270	335	471	338	400	454	505	540	439	362	387	478	424	498	---	430
DIC	375	390	472	443	456	454	418	472	463	515	352	463	303	427	472	440	502	445	472	418	508	483	533	510	318	555	280	522	450	518	508	446

## AÑO 1960

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	400	482	355	398	512	471	522	449	440	405	434	393	516	431	340	440	562	527	532	541	423	487	492	465	484	534	523	528	481	427	524	469
FEB	468	575	572	468	577	588	490	329	507	501	517	419	386	394	475	512	320	508	503	627	622	590	587	625	578	620	615	628	590	---	524	
MAR	555	614	586	518	615	605	540	445	562	568	511	575	590	523	425	515	562	623	573	665	633	470	328	347	453	562	580	425	408	509	527	529
ABR	515	407	617	508	413	360	501	536	616	537	480	429	526	524	509	526	550	365	294	86	181	250	80	295	355	526	544	415	380	477	---	427
MAY	438	418	458	461	473	370	383	332	315	604	546	342	388	510	500	476	371	521	480	512	288	375	485	522	573	587	450	540	272	387	474	447
JUN	335	392	358	351	522	398	300	377	312	573	590	527	436	492	420	374	321	532	448	425	478	364	588	384	336	577	562	415	505	596	---	443
JUL	540	448	568	591	553	257	425	611	518	574	421	290	558	477	362	583	390	477	438	575	621	592	567	385	478	299	421	480	490	626	470	487
AGO	610	516	562	281	320	461	578	505	233	345	438	412	422	433	519	510	588	475	449	485	619	559	288	413	351	370	451	618	693	639	475	
SEP	596	412	568	468	352	411	540	517	546	351	360	397	501	528	250	457	420	352	467	590	575	480	454	551	557	575	537	528	602	558	---	483
OCT	452	430	533	552	557	502	514	626	587	363	420	513	398	427	348	486	328	459	622	469	556	501	350	408	550	535	459	331	384	399	571	472
NOV	584	363	509	548	576	509	528	437	450	452	336	464	314	358	494	442	456	480	440	360	529	293	514	373	433	910	420	261	192	264	---	430
DIC	571	351	278	404	163	106	183	264	471	121	109	248	250	443	449	193	192	234	309	407	435	480	542	323	269	370	359	386	356	494	381	327

## AÑO 1961

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm		
ENE	480	389	508	496	456	445	511	490	532	389	532	417	352	377	288	432	413	434	377	476	425	268	494	557	518	370	509	455	452	581	219	440		
FEB	262	491	396	498	464	462	407	420	576	492	528	562	553	583	528	484	576	592	583	617	377	493	438	409	476	515	496	---	---	495				
MAR	492	576	540	510	582	592	605	549	545	461	556	613	609	529	625	600	499	557	399	398	448	604	430	532	566	439	321	471	452	494	452	518		
ABR	645	633	533	562	556	664	610	585	494	566	543	595	547	523	529	457	530	469	350	426	336	423	633	456	496	409	548	493	445	568	---	520		
MAY	652	489	570	556	491	487	466	636	400	503	489	395	579	468	407	399	392	494	516	467	539	569	310	409	639	584	528	484	539	569	417	498		
JUN	502	503	576	475	480	537	441	491	407	455	356	499	264	424	549	238	537	456	237	240	413	238	304	398	506	376	474	562	437	451	---	428		
JUL	283	381	278	456	489	263	392	552	230	581	503	518	240	363	320	421	282	296	263	302	437	465	577	643	551	326	269	551	547	328	376	403	402	404
AGO	440	405	426	344	360	507	427	374	504	590	403	384	398	452	537	558	430	462	614	456	581	576	539	409	252	470	663	615	558	588	355	473		
SEP	456	393	544	554	545	621	500	583	586	523	478	499	521	433	445	329	461	492	397	518	577	612	424	204	529	567	506	492	367	455	---	487		
OCT	441	464	566	478	606	489	394	502	394	444	339	436	398	554	472	503	515	392	529	542	504	519	419	317	294	242	553	491	429	524	393	354	450	
NOV	321	377	358	422	474	450	456	432	483	505	434	471	382	343	331	353	225	403	403	361	368	489	280	316	403	462	443	479	499	403	---	404		
DIC	364	361	441	395	364	410	407	375	382	443	412	463	481	452	415	298	394	423	474	372	329	376	424	347	308	399	437	388	439	306	396			

## AÑO 1962

## CUADRO I

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	333	444	364	358	393	303	402	382	457	384	336	346	340	350	479	496	396	474	451	457	446	405	412	555	501	427	559	492	476	598	482	432
FEB	495	580	461	506	529	462	404	505	586	488	586	596	558	513	452	387	473	316	512	414	491	534	527	409	330	539	411	377	---	---	481	
MAR	515	552	397	512	561	445	370	322	355	418	489	605	643	474	629	431	591	487	420	237	357	511	494	510	504	498	580	624	655	585	545	490
ABR	486	598	570	587	599	544	534	590	643	556	592	459	554	517	557	565	509	422	453	493	540	491	575	649	565	538	427	509	566	491	---	539
MAY	426	216	344	268	317	381	464	622	577	640	485	591	571	270	396	534	109	629	522	406	428	478	266	280	484	517	457	366	417	386	300	424
JUN	513	489	263	337	516	403	599	561	457	539	481	304	419	478	447	541	426	457	490	615	450	437	612	629	616	429	590	442	586	619	---	492
JUL	448	497	427	507	400	616	572	494	490	282	422	514	427	483	628	408	331	553	418	409	639	520	600	487	506	150	488	392	445	488	552	471
AGO	449	490	393	594	551	524	537	659	657	445	586	619	432	284	582	534	528	446	517	443	525	328	339	475	482	456	525	346	357	518	626	492
SEP	426	623	594	449	470	577	566	641	499	476	593	613	596	546	593	572	461	533	577	566	417	610	579	545	579	553	599	546	502	574	---	549
OCT	579	644	545	623	473	302	530	469	535	449	415	532	255	413	438	471	625	614	479	494	379	355	423	513	614	604	454	666	510	476	470	499
NOV	462	466	620	577	523	502	449	568	577	620	424	548	573	354	520	491	517	439	427	390	466	469	372	388	476	356	410	516	460	529	---	483
DIC	583	593	446	435	408	460	597	573	582	554	487	575	587	304	578	501	560	569	551	296	355	486	648	534	496	486	182	590	467	516	579	503

## AÑO 1963

ENE	507	304	459	466	355	563	419	618	595	592	321	560	477	430	502	337	573	459	498	581	597	651	615	603	416	643	517	425	262	469	531	495
FEB	493	435	531	553	521	435	467	417	524	436	664	517	514	646	485	396	489	376	454	452	561	587	412	462	508	626	485	619	---	---	502	
MAR	662	606	392	556	470	531	491	650	674	706	664	556	506	341	637	552	584	679	666	602	666	687	655	652	458	681	625	575	410	227	267	
ABR	212	324	408	460	533	541	661	663	510	551	690	624	548	640	531	465	576	528	426	425	568	479	521	543	432	448	374	408	562	346	500	
MAY	426	554	525	564	287	311	418	119	385	312	262	402	414	526	529	446	382	615	416	637	433	392	584	426	309	266	440	415	539	331	404	422
JUN	393	421	517	413	412	427	469	246	431	643	679	692	604	589	583	675	644	566	696	603	488	296	592	625	500	557	550	347	491	676	528	
JUL	502	559	666	494	537	360	529	638	659	604	657	621	636	556	661	365	561	639	516	485	582	610	486	484	581	591	731	731	500	613	650	574
AGO	503	605	681	685	355	545	666	572	397	404	575	670	660	600	372	555	362	573	744	662	635	569	494	626	636	656	287	312	476	571	412	534
SEP	561	614	477	519	476	470	585	569	589	581	548	450	436	481	481	544	610	244	455	563	549	568	618	590	538	327	565	545	544	505	---	503
OCT	534	405	400	501	565	450	600	473	526	560	635	609	596	526	602	543	570	545	383	576	671	607	598	395	346	433	319	408	255	543	491	499
NOV	449	549	465	504	570	565	310	431	609	493	347	321	367	401	462	501	594	615	508	479	401	368	270	408	335	392	579	424	395	542	---	455
DIC	527	489	371	517	479	427	312	501	527	469	229	449	383	546	486	595	476	306	481	316	491	536	519	535	575	511	557	479	477	565	557	473

## AÑO 1964

ENE	525	566	472	534	471	515	460	430	511	535	558	586	565	436	554	515	542	578	594	609	563	576	543	585	443	533	492	506	529	464	506	526		
FEB	516	575	605	472	577	531	629	590	464	620	364	509	613	554	622	525	484	466	616	547	533	614	607	601	646	583	591	650	698	---	566			
MAR	668	469	569	640	596	623	619	672	668	613	390	501	442	590	516	626	627	650	648	628	657	712	668	617	507	682	680	581	566	601	460	596		
ABR	423	403	564	709	561	506	414	535	473	361	434	576	451	468	470	547	536	395	486	509	575	520	487	584	484	510	519	597	180	404	---	503		
MAY	566	616	582	498	573	568	515	560	532	555	530	622	598	615	548	676	584	577	557	656	511	528	411	430	400	198	340	267	572	206	352	505	614	459
JUN	517	389	333	386	290	251	245	259	354	548	655	609	573	508	633	372	426	579	635	428	313	584	570	402	539	423	509	216	505	614	449	459		
JUL	522	278	426	614	403	364	522	603	569	457	355	337	577	484	643	481	484	308	477	563	476	427	599	358	481	573	508	473	437	367	530	474		
AGO	566	330	613	502	532	322	558	525	483	260	259	330	477	569	545	337	477	622	535	616	447	356	569	536	506	488	289	560	467	601	500	477		
SEP	559	590	541	452	501	488	450	389	495	420	316	502	453	444	467	437	523	466	520	392	569	295	405	497	572	367	378	336	560	590	---	466		
OCT	552	440	522	421	541	549	507	583	589	579	453	522	452	299	372	318	325	376	527	442	428	498	523	452	444	541	500	569	611	499	469	484		
NOV	457	389	523	436	436	417	558	554	491	434	479	380	380	349	469	282	420	494	511	400	503	577	466	407	424	483	268	218	342	400	---	432		
DIC	494	462	442	427	282	319	293	479	475	429	308	469	213	559	478	395	374	310	311	306	250	418	463	382	420	274	434	186	373	253	202	373		

AÑO 1965

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	327	355	371	522	511	357	362	394	320	212	442	336	521	580	443	431	473	300	388	583	344	428	513	388	533	467	381	277	290	421	220	403
FEB	402	506	565	544	344	454	252	378	550	406	359	336	261	500	440	383	433	395	579	536	589	614	613	563	564	543	382	663	---	---	473	
MAR	563	499	597	501	613	612	558	614	583	496	530	521	550	587	569	633	619	638	657	588	620	532	632	636	662	545	562	576	608	558	610	583
ABR	626	524	487	367	407	605	298	529	434	475	621	610	483	584	549	612	621	583	375	587	656	497	518	413	516	456	453	499	488	547	---	514
MAY	564	486	540	613	576	666	452	347	246	455	570	432	406	425	289	575	535	391	533	537	349	434	233	408	349	278	342	306	408	600	242	441
JUN	510	527	387	222	305	258	372	339	310	625	489	255	381	546	359	556	394	431	479	493	340	490	618	420	454	466	378	587	626	537	---	438
JUL	237	411	667	564	637	584	552	640	569	649	494	616	552	524	524	384	291	364	640	672	448	610	638	624	504	545	542	678	619	255	669	545
AGO	487	532	439	373	524	463	664	586	673	484	614	591	511	544	698	626	646	357	522	555	577	442	700	398	556	547	658	661	592	589	549	552
SEP	402	564	524	631	533	402	557	390	627	658	574	599	694	441	395	399	521	566	466	518	482	466	537	590	655	661	527	530	479	514	---	530
OCT	552	319	605	616	670	647	632	477	481	650	369	363	285	492	472	621	569	590	501	553	609	573	513	509	546	461	447	249	365	324	480	501
NOV	522	400	382	500	305	459	433	440	522	544	323	424	508	506	530	317	184	317	351	540	548	452	527	350	383	363	435	504	474	567	---	440
DIC	562	458	201	345	538	422	522	497	419	364	284	395	448	498	510	488	496	544	535	574	534	502	500	432	509	452	532	469	461	403	432	462

AÑO 1966

ENE	440	424	358	514	415	530	470	560	562	452	539	477	455	477	575	441	512	486	479	683	600	581	599	546	588	488	612	523	523	565	628	519
FEB	611	502	624	498	498	262	575	471	556	487	208	470	541	522	583	402	511	593	629	584	652	571	622	628	628	642	666	652	---	542		
MAR	681	538	496	515	678	600	503	614	584	672	530	522	596	602	667	620	461	671	584	605	529	509	627	540	425	594	603	584	621	664	711	585
ABR	670	604	600	611	671	507	674	644	578	618	497	678	571	472	490	488	608	558	524	521	489	316	127	203	330	356	453	674	683	488	---	523
MAY	494	563	431	480	431	428	448	442	546	604	643	618	521	554	488	515	294	457	537	495	530	400	495	342	258	373	238	459	540	403	343	464
JUN	367	518	293	516	497	306	532	622	684	497	575	531	306	623	470	325	268	438	667	283	121	486	625	531	364	410	645	661	550	536	---	475
JUL	323	644	279	352	383	400	483	326	348	474	344	502	421	601	665	537	403	432	453	671	543	450	651	514	354	483	396	632	613	566	327	472
AGO	547	508	485	446	559	664	663	514	440	654	550	598	617	534	446	461	364	412	489	467	663	615	566	539	486	297	434	470	422	622	633	521
SEP	523	473	560	385	488	485	644	479	613	363	322	321	626	586	459	569	434	288	458	516	569	610	542	624	561	506	557	577	525	566	---	508
OCT	237	341	416	432	612	372	424	530	658	581	450	524	572	600	458	402	495	437	429	508	297	524	574	533	527	532	575	369	611	551	547	488
NOV	330	229	473	382	445	477	406	405	524	377	302	172	271	559	497	452	409	279	386	291	423	478	514	276	343	364	379	432	188	304	---	379
DIC	443	248	420	373	290	234	335	331	155	190	283	157	154	241	150	555	404	509	307	249	390	417	385	379	449	461	400	302	415	507	591	346

AÑO 1967

ENE	532	537	541	432	301	374	430	412	406	370	439	468	425	488	387	505	361	534	483	479	335	385	463	322	470	433	524	535	382	490	567	445
FEB	555	445	437	511	432	523	468	496	338	484	482	559	457	408	316	499	519	587	569	357	523	532	598	409	605	561	387	591	---	487		
MAR	507	502	581	511	511	596	452	562	355	402	329	585	649	561	360	395	222	306	507	590	626	290	586	466	553	501	271	298	406	371	490	463
ABR	439	387	536	623	622	569	586	579	441	513	605	478	509	463	435	354	404	202	277	329	299	291	493	170	474	595	570	535	345	85	---	439
MAY	319	356	289	564	622	506	475	471	509	443	534	398	532	471	607	497	489	503	518	435	534	460	423	464	542	615	431	579	444	515	488	485
JUN	485	608	651	563	383	497	448	375	423	453	612	545	350	450	431	468	376	394	281	370	611	462	521	354	418	493	597	620	535	463	---	474
JUL	392	622	225	495	525	571	341	532	615	620	450	562	614	580	286	391	511	624	472	589	497	481	469	616	442	426	467	565	523	458	494	
AGO	657	679	340	381	299	539	524	335	400	540	597	639	564	514	553	394	472	606	587	546	620	590	534	602	657	477	624	573	615	606	601	534
SEP	552	489	520	515	467	441	390	357	464	407	426	608	649	605	496	384	576	580	565	544	513	546	525	533	534	548	487	502	496	389	---	504
OCT	392	490	689	640	614	575	400	514	472	521	512	583	481	519	535	478	507	557	475	489	617	613	466	319	295	387	437	496	569	453	478	502
NOV	376	480	397	321	277	413	315	286	364	470	398	501	517	464	538	479	319	433	351	406	348	482	350	390	375	431	442	423	483	525	---	412
DIC	402	350	211	496	539	396	381	316	458	544	469	618	481	459	381	481	596	443	327	389	488	600	537	370	519	500	387	479	375	389	406	445

AÑO 1968

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	477	542	461	552	577	558	361	466	249	588	571	535	430	593	546	574	499	541	594	606	469	462	365	396	446	461	243	233	389	169	342	461
FEB	280	583	478	326	596	445	365	330	445	584	579	661	669	557	598	458	610	637	616	570	672	583	644	684	656	560	510	551	666	---	---	549
MAR	514	579	458	689	609	641	655	450	546	653	280	650	731	471	474	651	517	652	322	357	522	655	694	721	702	634	669	491	549	588	557	570
ABR	374	558	324	624	652	343	512	383	329	479	486	610	505	379	325	447	453	564	490	447	492	284	316	380	140	201	427	430	605	630	---	440
MAY	379	380	337	500	393	556	351	603	703	516	462	503	532	533	539	429	450	321	402	308	427	585	426	334	512	391	539	413	392	409	567	458
JUN	600	596	630	433	594	478	426	452	373	543	428	600	686	318	439	581	421	501	634	494	685	639	527	589	502	405	448	629	596	502	---	525
JUL	576	610	539	492	480	595	701	495	663	363	642	599	542	694	562	460	505	469	609	507	563	475	325	382	427	630	433	679	379	595	500	532
AGO	551	368	621	631	611	420	654	551	396	642	539	427	654	639	461	459	581	585	642	596	582	552	588	608	674	427	505	512	652	487	458	551
SEP	525	476	498	483	666	616	561	600	494	476	594	412	513	308	599	603	650	524	587	486	597	517	487	478	535	629	385	662	563	536	---	535
OCT	641	308	568	504	589	474	430	482	561	555	464	667	717	514	463	383	633	629	566	415	373	589	586	607	556	522	643	633	454	512	588	
NOV	612	656	633	618	571	531	587	588	508	438	505	617	521	599	407	335	529	508	510	596	419	514	388	392	595	479	478	500	546	534	---	524
DIC	453	551	542	455	454	501	471	497	370	598	579	591	588	544	540	521	494	258	469	590	580	306	420	276	418	357	606	623	602	541	635	498

AÑO 1969

ENE	470	380	511	455	614	587	579	596	596	514	312	565	395	352	277	451	503	357	366	264	254	487	500	509	419	520	325	341	270	191	241	4426
FEB	485	416	380	355	413	447	445	442	572	479	375	338	489	518	572	510	634	640	489	429	245	433	335	488	404	478	422	503	---	455		
MAR	488	291	368	504	502	598	710	642	725	735	591	564	726	634	659	752	744	590	592	616	524	551	613	507	571	615	597	576	455	725	537	590
ABR	564	669	638	411	469	622	501	614	383	322	420	208	253	381	373	358	430	562	509	525	295	374	495	306	498	600	626	629	713	561	---	477
MAY	534	632	507	590	183	301	495	478	102	332	586	509	659	663	484	435	420	525	435	543	395	420	589	428	533	589	655	391	486	427	664	484
JUN	438	544	415	642	558	602	527	623	535	454	499	559	539	486	554	648	357	289	493	689	484	337	333	418	537	633	542	507	478	408	---	504
JUL	422	571	503	512	542	618	639	413	576	379	499	684	287	477	526	538	515	466	512	483	539	590	630	640	655	306	589	514	524	657	436	522
AGO	471	615	428	581	492	547	486	214	596	541	637	675	429	699	633	481	529	367	551	590	595	505	490	539	256	544	621	638	516	566	641	531
SEP	533	596	568	466	609	413	526	502	524	601	507	588	699	493	470	512	492	424	560	585	643	570	523	469	439	677	589	572	461	436	---	535
OCT	625	697	507	409	316	400	171	560	687	513	464	383	436	303	381	350	488	631	495	429	512	221	288	376	389	485	444	419	184	475	611	440
NOV	580	576	519	638	336	472	463	578	587	573	478	564	590	621	454	67	199	366	329	151	241	274	407	553	489	508	526	469	468	504	---	453
DIC	532	478	498	449	495	439	572	421	342	442	371	396	224	459	382	481	419	434	428	503	489	434	414	506	324	492	330	447	546	259	405	432

AÑO 1970

ENE	489	593	346	360	316	460	457	284	533	480	356	330	299	422	394	562	334	590	370	457	415	513	559	570	262	397	203	301	435	521	608	426	
FEB	575	527	569	430	608	478	627	459	504	316	643	565	665	667	670	604	358	366	279	371	438	382	419	503	272	496	551	422	---	491			
MAR	443	200	160	381	439	560	541	626	587	590	553	701	622	631	379	361	587	177	545	553	663	574	524	475	603	584	563	619	701	531	735	526	
ABR	709	721	643	703	555	601	545	287	496	451	604	683	511	625	665	448	501	491	495	706	646	703	696	619	467	393	494	188	455	467	---	552	
MAY	471	514	496	629	480	572	343	583	468	293	396	466	491	440	525	491	493	630	385	589	543	592	435	505	598	546	569	433	684	505	465	504	
JUN	344	379	507	311	555	690	551	198	560	472	622	637	479	442	446	477	599	539	597	404	350	534	652	640	574	342	411	705	630	491	---	505	
JUL	349	624	539	652	641	612	347	297	597	632	509	536	677	355	452	355	627	489	693	584	243	495	490	427	495	628	556	431	572	512	551	515	
AGO	686	705	491	462	409	704	574	171	575	498	493	437	602	609	678	367	512	708	488	438	334	502	665	697	540	528	494	429	615	605	494	533	
SEP	447	636	739	417	661	562	657	521	534	464	491	670	760	655	492	550	564	537	693	594	637	692	492	546	473	604	594	587	568	453	624	---	585
OCT	552	639	507	361	620	486	593	560	547	606	512	694	565	589	627	558	428	499	545	263	528	595	431	455	540	326	353	378	595	460	544	515	
NOV	594	657	537	542	324	482	605	369	231	345	303	357	427	570	453	343	404	501	431	491	485	578	475	477	425	517	371	442	451	507	---	456	
DIC	294	310	356	490	495	483	417	490	440	438	451	461	482	508	606	477	441	547	493	453	564	598	589	572	547	558	560	391	424	570	481		

## AÑO 1971

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	342	351	570	454	411	540	409	467	617	261	402	561	400	595	494	557	520	604	535	544	477	509	639	497	509	316	498	578	618	608	389	493
FEB	551	392	599	466	369	630	438	535	560	520	496	626	651	673	571	551	505	445	616	611	643	467	632	565	479	532	596	518	---	---	544	
MAR	676	707	615	530	706	633	607	585	515	516	502	632	599	623	506	437	422	327	356	598	623	553	491	636	642	566	560	638	506	556	587	563
ABR	669	510	437	495	250	605	702	578	580	684	692	630	529	538	421	420	438	366	301	255	557	568	597	693	541	445	529	453	430	261	---	506
MAY	464	487	563	453	589	579	507	435	496	383	373	435	439	542	702	631	568	572	407	152	373	226	485	572	552	567	647	489	210	253	362	475
JUN	489	541	615	557	523	401	653	495	449	663	668	602	484	446	702	634	639	595	594	597	408	421	549	589	547	523	466	485	661	558	---	558
JUL	667	588	562	681	638	453	579	536	523	661	532	515	451	566	530	633	507	408	464	624	654	667	636	433	603	579	487	526	517	663	518	561
AGO	482	699	725	482	607	626	716	665	418	568	647	568	385	718	444	582	533	443	581	579	647	615	537	608	448	331	257	408	650	538	416	546
SEP	451	556,	562	665	573	290	378	616	550	465	564	642	436	489	299	388	411	494	509	384	673	654	565	635	576	497	437	333	463	397	---	498
OCT	436	665	329	270	529	439	445	492	433	523	599	533	488	498	501	569	439	476	525	614	440	495	492	404	332	203	542	568	548	574	458	479
NOV	459	506	277	560	344	591	461	533	494	500	357	531	620	608	434	398	449	457	367	428	564	589	224	490	382	532	329	422	558	424	---	463
DIC	494	398	536	575	434	177	426	561	569	582	534	436	332	401	462	346	447	437	424	448	298	308	384	528	442	264	419	425	260	277	502	426

## AÑO 1972

ENE	349	427	518	276	545	443	449	307	368	271	551	450	284	409	456	515	312	417	428	473	274	250	497	510	397	608	316	374	255	423	619	412	
FEB	439	552	486	340	262	295	476	612	653	511	609	488	583	525	665	486	511	520	479	600	531	537	536	567	621	452	545	487	496	---	515		
MAR	662	560	533	605	616	587	502	564	531	395	513	632	552	657	642	476	461	499	513	481	415	699	605	553	372	436	396	574	657	581	586	546	
ABR	715	575	715	558	622	619	596	402	574	472	551	538	546	381	462	493	316	382	233	197	501	454	558	499	401	456	508	628	416	447	---	494	
MAY	360	317	376	468	381	416	475	524	548	632	668	664	441	269	366	524	466	586	459	518	603	634	539	486	538	713	619	519	531	605	648	481	513
JUN	584	624	574	661	660	578	524	590	597	567	592	423	423	481	393	397	524	515	597	629	539	475	467	703	665	682	652	548	585	632	---	566	
JUL	544	573	589	618	633	576	645	566	586	554	537	510	341	684	560	489	652	503	493	600	591	320	497	446	539	671	316	580	507	581	599	549	
AGO	713	558	678	607	685	572	307	478	454	457	626	583	468	548	657	645	633	528	697	670	663	501	610	728	642	601	691	614	141	572	683	581	
SEP	577	335	434	505	577	413	451	648	642	298	482	659	551	696	661	584	677	611	436	608	557	643	495	333	335	559	543	466	580	621	---	533	
OCT	583	366	503	544	439	548	523	581	566	494	372	345	601	534	528	637	425	569	550	534	407	537	570	424	641	622	604	409	558	415	289	507	
NOV	300	225	322	372	271	631	540	493	400	666	441	614	567	445	600	527	485	393	549	526	512	495	413	487	629	467	569	327	399	---	478		
DIC	568	627	337	566	598	523	536	434	530	468	465	590	566	515	574	511	405	320	378	357	444	578	475	500	556	493	499	447	362	330	406	483	

## CUADRO I

AÑO 1973

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	471	608	639	415	546	440	548	563	545	559	575	564	546	649	537	385	513	642	571	580	591	634	624	640	585	630	644	650	522	579	598	568
FEB	599	520	613	349	464	634	672	532	421	510	650	631	476	328	343	577	654	595	670	602	454	518	635	668	516	674	699	580	---	---	557	
MAR	441	644	582	546	649	604	603	646	582	642	639	446	488	642	169	275	619	698	670	631	642	645	704	699	719	678	589	572	684	660	694	594
ABR	644	620	506	622	616	631	752	688	545	507	499	608	693	667	541	551	504	650	598	392	248	100	174	312	541	590	549	647	666	677	---	547
MAY	667	504	533	619	236	462	635	662	573	705	642	625	641	606	509	430	480	546	616	692	592	623	569	541	552	513	633	679	656	680	583	581
JUN	608	439	601	628	602	550	605	457	642	533	584	349	505	434	615	486	675	507	505	641	393	543	345	435	581	416	326	560	438	449	---	515
JUL	589	597	434	651	645	584	651	688	478	360	437	575	614	279	554	673	537	598	605	616	690	632	511	361	541	517	642	636	662	642	593	574
AGO	566	454	552	526	559	342	394	450	705	437	552	698	421	560	265	591	624	518	548	391	545	295	597	447	558	629	671	646	425	432	633	517
SEP	438	414	386	533	447	672	476	608	632	573	439	646	312	543	537	601	425	581	609	715	601	277	324	654	412	359	576	637	486	638	---	518
OCT	634	469	348	422	589	543	402	527	558	453	561	516	575	512	442	590	544	530	422	619	649	566	370	528	581	603	410	659	652	483	654	529
NOV	584	460	201	577	612	230	436	469	435	350	277	413	435	376	281	223	418	430	467	511	487	424	195	205	306	502	643	480	422	532	---	407
DIC	313	531	438	370	384	333	385	536	394	397	604	582	357	515	479	293	267	493	500	464	465	440	317	377	484	528	550	374	251	343	522	428

AÑO 1974

Mes	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	Prm
ENE	373	636	618	609	484	212	475	428	424	472	601	546	568	391	622	366	283	486	502	498	608	544	441	536	466	486	471	515	529	578	454	491
FEB	502	373	494	430	508	504	589	485	606	643	485	383	275	371	508	447	583	472	507	659	727	395	526	608	479	530	485	491	---	502		
MAR	395	474	584	497	498	516	545	487	697	399	317	407	553	628	636	601	536	643	388	476	554	644	263	403	368	457	517	447	318	332	350	482
ABR	337	512	455	536	633	551	563	544	435	524	492	381	274	489	580	556	642	482	471	599	376	506	457	315	503	572	518	567	228	293	---	480
MAY	252	234	297	241	283	440	544	404	383	401	447	425	475	273	486	428	566	428	611	558	595	497	320	329	356	583	639	353	418	482	501	427
JUN	490	640	588	508	591	530	653	543	657	597	469	607	439	527	478	631	342	332	650	507	506	491	387	582	590	550	275	290	570	445	---	516
JUL	505	670	643	634	501	627	420	334	161	573	563	464	577	553	587	486	509	606	583	626	598	461	437	543	549	662	369	300	522	369	593	517
AGO	607	477	642	546	571	493	624	461	312	505	389	294	426	421	647	507	572	402	388	396	355	240	590	483	505	641	632	589	488	575	383	489
SEP	353	579	411	611	495	379	425	509	570	472	484	619	517	479	429	308	513	375	381	437	594	525	521	418	544	468	551	448	420	492	---	478
OCT	458	368	493	441	563	584	589	267	463	411	429	585	575	357	386	422	447	588	600	495	508	371	431	525	530	517	475	366	449	289	406	464
NOV	544	316	431	319	493	459	322	432	437	468	520	422	315	555	486	417	431	512	498	358	361	489	312	360	502	541	510	450	503	445	---	440
DIC	508	296	406	419	273	522	489	528	297	267	519	562	465	433	271	337	481	454	554	296	456	558	499	534	455	422	420	521	419	486	442	438

## PROMEDIOS POR GRUPOS DE CINCO DIAS

GRUPOS	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	PROM
1 ENE- 5 ENE	455	441	507	391	373	349	447	429	466	378	418	514	417	430	469	522	486	421	426	423	536	544	448
6 10	417	462	426	371	438	361	472	457	473	386	557	490	329	515	398	444	574	443	459	368	531	402	444
11 15	363	425	496	376	386	444	418	423	393	390	458	540	464	505	441	535	380	360	490	430	574	546	447
16 20	365	502	463	517	446	432	436	520	426	455	490	568	435	520	472	563	388	463	552	429	538	427	473
21 25	391	421	397	457	383	399	489	471	452	464	576	542	441	583	395	428	434	464	526	386	615	519	466
26 30	438	399	474	366	386	489	453	499	473	510	463	505	367	542	473	299	329	371	524	395	605	516	449
31 ENE- 4 FEB	429	482	449	522	478	454	432	521	373	507	509	535	465	573	503	402	375	542	479	499	536	451	478
5 FEB- 9 FEB	467	439	448	480	416	430	524	498	466	497	473	559	396	472	451	436	464	535	506	460	545	538	477
10 14	452	539	466	442	427	573	533	443	543	548	555	532	372	446	478	610	440	571	593	543	519	431	503
15 19	583	562	475	446	481	520	498	464	553	428	440	543	446	544	498	584	569	455	538	532	568	503	511
20 24	400	395	434	418	434	542	474	610	502	475	495	580	583	611	484	631	386	423	584	554	575	583	509
25 FEB- 1 MAR	624	585	464	457	434	513	515	598	478	434	580	639	543	654	530	576	459	435	561	544	582	476	530
2 MAR- 6 MAR	561	495	465	503	542	483	512	588	560	493	511	579	564	565	540	595	453	348	638	580	505	514	531
7 11	447	497	440	488	514	548	530	525	543	391	637	592	556	581	420	517	681	599	545	501	602	489	530
12 15	537	573	408	475	467	574	524	526	595	556	518	535	572	601	510	695	667	539	559	592	404	565	540
17 21	514	537	385	468	554	567	477	611	460	398	639	642	624	570	450	474	613	505	465	474	652	519	527
22 26	546	571	474	575	539	492	495	432	514	503	627	637	601	539	479	681	571	552	578	549	689	427	549
27 MAR-31 MAR	543	644	509	641	593	480	516	490	438	598	421	578	583	637	367	571	578	630	569	559	640	393	544
1 ABR- 5 ABR	562	645	442	525	551	538	506	492	586	568	387	532	482	631	533	508	550	666	472	637	602	495	542
6 10	496	592	558	550	500	493	486	510	582	573	583	458	468	604	538	409	488	476	630	533	625	523	531
11 15	458	553	547	443	525	535	467	494	546	536	607	480	569	542	498	461	327	618	562	496	602	443	514
16 20	544	490	293	502	539	429	540	364	446	488	484	495	556	540	320	480	477	528	356	324	539	550	468
21 25	516	420	382	531	378	586	466	232	469	564	509	530	520	293	345	322	394	626	591	483	275	431	448
26 ABR-30 ABR	373	456	500	548	415	459	434	468	493	596	428	522	489	531	399	459	626	399	424	491	626	436	476
1 MAY- 5 MAY	456	463	491	452	438	358	232	450	552	314	471	567	574	480	430	398	489	518	511	380	512	261	445
6 10	480	576	369	529	458	417	448	401	498	537	309	546	433	494	481	546	342	452	460	519	607	434	470
11 15	309	605	542	443	301	440	447	457	468	463	427	583	424	565	508	514	580	464	498	482	605	421	479
16 20	416	696	580	481	333	470	479	472	454	440	499	610	512	460	488	382	472	519	466	511	554	518	491
21 25	465	480	469	471	383	466	226	449	493	387	429	456	355	405	485	457	473	535	442	611	575	419	451
26 30	531	502	459	513	367	461	466	447	541	429	398	317	387	405	517	429	510	547	493	584	632	495	474
31 MAY- 4 JUN	475	573	415	472	338	307	397	382	495	380	430	395	378	407	559	565	541	401	511	605	572	545	461
5 JUN- 9 JUN	557	499	483	525	365	406	376	382	471	508	397	300	317	528	425	465	569	511	520	590	571	595	471
10 14	521	548	537	532	406	505	482	524	400	444	641	579	459	506	480	515	507	530	578	499	481	528	510
15 19	483	567	548	442	225	435	500	419	403	472	633	529	444	434	390	515	468	532	633	485	558	487	482
20 24	464	606	462	527	461	407	526	448	319	549	521	459	472	409	464	586	452	516	513	563	471	495	481
25 29	465	490	443	508	417	423	386	479	471	533	489	438	502	526	533	516	539	532	556	626	464	455	491
30 JUN- 4 JUL	584	555	533	464	410	393	520	549	370	500	579	491	483	439	439	544	483	531	611	611	544	579	509
5 JUL- 9 JUL	434	602	519	552	462	508	483	473	385	514	545	492	596	388	490	587	558	499	546	601	609	409	511
10 14	447	586	516	525	389	492	500	464	441	426	615	442	567	458	572	568	455	542	545	525	493	544	505
15 19	534	532	479	567	403	516	414	450	316	468	548	479	481	498	478	521	511	523	508	539	593	554	496

## CUADRO II

PROMEDIOS POR GRUPOS DE CINCO DIAS

GRUPOS	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	PROM	
20 JUL-24 JUL	441	553	525	548	347	526	421	548	485	531	529	485	598	566	501	450	576	448	603	491	562	533	512	
25 29	478	627	519	464	420	434	372	434	449	396	627	494	578	496	477	510	518	536	542	524	600	480	499	
30 JUL- 3 AGO	486	593	468	498	381	527	522	557	395	474	610	481	476	487	531	527	521	589	617	626	561	538	521	
4 AGO- 8 AGO	463	613	491	487	450	502	463	429	402	573	565	488	522	569	416	573	464	464	619	530	454	539	504	
9 13	516	471	501	441	511	495	441	370	456	549	541	362	567	572	548	532	576	521	517	518	563	385	498	
14 18	469	540	475	472	459	489	438	526	488	475	492	510	574	443	508	545	541	575	544	602	512	510	508	
19 23	595	611	482	492	412	533	446	517	553	430	561	505	559	560	555	592	546	485	592	628	475	394	524	
24 28	464	611	425	542	459	483	495	375	482	457	503	475	564	445	587	545	520	538	410	655	590	570	509	
29 ACO- 2 SEP	456	460	466	558	420	511	500	592	470	510	527	543	539	535	573	520	570	559	522	462	468	476	511	
3 SEP- 7 SEP	495	518	491	406	433	491	478	467	553	531	505	486	529	512	467	563	516	615	494	476	503	464	499	
8 12	505	562	416	522	435	462	469	434	534	564	547	424	570	420	452	515	544	586	567	546	580	531	509	
13 17	476	416	419	455	462	485	463	431	438	554	510	465	490	535	542	535	533	580	405	634	484	449	489	
18 22	422	515	432	409	444	502	509	493	519	541	476	448	500	488	550	542	556	622	543	571	557	462	504	
23 27	479	475	396	480	390	573	491	535	446	571	528	444	594	558	525	503	539	561	542	453	465	500	512	
28 SEP- 2 OCT	539	535	396	489	494	532	439	514	444	567	468	516	479	449	454	542	558	567	459	523	573	437	499	
3 OCT- 7 OCT	522	427	447	430	375	513	401	532	507	511	503	508	634	451	584	513	361	513	401	511	461	534	483	
8 12	473	505	470	365	411	487	404	502	423	480	561	545	468	549	520	546	521	584	516	472	523	431	489	
13 17	492	443	485	493	293	468	415	397	488	450	565	353	488	505	504	542	392	553	499	545	533	437	469	
18 22	487	395	370	397	410	379	386	521	469	464	556	455	566	439	550	514	458	486	510	519	557	512	473	
23 27	447	473	340	385	370	477	469	460	379	522	418	493	495	548	381	583	396	421	396	572	498	496	455	
28 OCT- 1 NOV	485	433	386	413	362	475	471	418	454	404	517	492	521	388	482	474	560	454	514	521	394	606	411	459
2 NOV- 6 NOV	442	438	388	358	333	402	456	501	416	538	531	440	409	401	378	602	508	503	456	364	416	404	440	
7 11	453	435	441	430	424	442	403	441	462	528	438	503	452	403	367	525	536	371	469	524	393	436	448	
12 16	376	387	377	463	440	461	443	414	376	497	410	372	473	390	500	496	459	430	518	551	346	439	437	
17 21	474	487	414	372	326	396	363	453	352	448	520	466	388	358	371	512	257	462	453	495	463	432	421	
22 26	408	338	375	490	296	438	460	425	390	412	355	471	415	395	406	474	446	494	442	507	326	441	418	
27 NOV- 1 DIC	391	298	387	421	363	455	432	342	439	500	493	344	508	349	455	502	500	413	445	466	442	483	424	
2 DIC- 6 DIC	445	436	389	401	385	393	443	460	394	468	457	386	393	313	398	501	471	427	424	530	411	383	415	
7 11	451	353	489	346	396	450	444	230	404	559	408	397	417	259	434	503	430	441	534	487	463	420	424	
12 16	387	411	415	396	404	427	421	317	420	509	490	423	468	251	484	557	388	502	395	551	445	414	431	
17 21	381	414	414	377	417	439	469	315	415	466	414	328	537	372	449	478	455	482	411	381	436	448	423	
22 26	455	380	404	417	378	479	460	397	357	530	535	391	479	418	505	355	434	574	401	520	429	494	444	
27 DIC-31 DIC	447	374	484	374	361	462	456	395	394	467	527	290	459	443	407	601	397	501	377	409	408	458	427	

CUADRO IV

PROMEDIOS MENSUALES

	ENE	FEB	MAR	ABR	MAY	JUN	JUL	AGO	SEP	OCT	NOV	DIC
1953	408	489	526	430	442	502	480	491	494	481	428	427
1954	443	496	555	526	558	546	557	554	501	450	397	396
1955	458	459	437	454	486	482	511	478	443	438	395	420
1956	421	456	524	517	472	502	520	496	460	422	421	388
1957	406	440	534	485	377	370	405	452	438	376	364	387
1958	412	508	529	507	430	420	486	496	511	472	428	440
1959	452	497	510	483	388	443	443	478	475	419	430	446
1960	469	524	529	427	447	443	487	475	483	472	430	427
1961	440	495	518	520	498	428	403	473	487	450	404	396
1962	432	481	490	539	424	492	471	492	549	499	483	503
1963	495	502	562	500	422	528	574	534	503	499	455	473
1964	526	566	596	503	508	459	474	477	466	484	432	373
1965	403	473	583	514	441	438	545	552	530	501	440	462
1966	519	542	585	523	464	475	472	521	508	488	379	346
1967	445	487	463	439	485	474	494	534	504	502	412	445
1968	461	549	570	440	458	525	532	551	535	536	524	498
1969	426	455	590	477	484	504	522	531	535	440	453	432
1970	426	491	526	552	504	505	515	533	585	515	456	481
1971	493	544	563	506	475	558	561	546	498	479	463	426
1972	412	515	546	494	513	566	545	581	533	507	475	483
1973	568	537	594	545	581	515	574	517	518	529	407	428
1974	491	502	482	480	427	516	517	489	478	464	440	438
PROM	455	501	537	496	467	486	504	511	502	474	433	428

CUADRO III

REGISTROS MAXIMOS Y MINIMOS

AÑOS	MAXIMOS	FECHAS	MINIMOS	FECHAS
1953	695	13 SEP	151	10 FEB
1954	763	28 MAR	202	22 NOV
1955	689	8 ABR	163	19 ABR
1956	766	28 MAR	109	6 ENE
1957	647	2 ABR	141	17 JUN
1958	717	30 MAY	178	21 ENE
1959	625	3 AGO	50	22 MAY
1960	693	30 AGO	80	23 ABR
1961	664	6 ABR	204	24 SEP
1962	666	28 OCT	109	17 MAY
1963	731	27 y 28 JUL	119	8 MAY
1964	712	22 MAR	186	28 DIC
1965	700	23 AGO	184	17 NOV
1966	711	31 MAR	121	21 JUN
1967	689	3 OCT	85	30 ABR
1968	731	13 MAR	140	25 ABR
1969	752	16 MAR	67	16 NOV
1970	779	3 SEP	160	3 MAR
1971	725	3 AGO	152	20 MAY
1972	728	24 AGO	141	29 AGO
1973	752	7 ABR	100	22 ABR
1974	727	21 FEB	161	6 JUL

Máximo absoluto : 779 el dia 3-IX-1970

Mínimo absoluto : 50 el dia 22-V-1959

CUADRO V

## DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS

INTERVALOS Langleys/día	1953	1954	1955	1956	1957	1958	1959	1960	1961	1962	1963	1964	1965	1966	1967	1968	1969	1970	1971	1972	1973	1974	TOTAL DIAS	POR- CIENTO	PRO- MEDIO
50-100	0	0	0	0	0	2	2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	0	0	0	0	6	0,07	0
100-150	0	0	0	1	1	0	1	3	0	1	1	0	0	0	2	0	1	1	0	0	1	0	14	0,17	1
150-200	3	0	2	2	3	2	4	6	0	2	0	2	1	7	1	2	6	5	2	1	3	1	55	0,68	2
200-250	6	6	8	3	15	4	5	4	10	2	5	6	9	9	4	3	7	4	3	6	5	5	128	1,59	6
250-300	11	11	12	19	24	10	14	17	15	9	9	16	13	16	13	5	13	10	14	12	10	20	293	3,65	13
300-350	23	18	26	29	38	22	19	22	21	18	23	18	23	23	25	19	19	19	12	20	16	20	473	5,89	21
350-400	38	27	60	32	69	31	29	49	51	28	23	30	39	22	49	29	28	28	22	22	20	36	762	9,48	35
400-450	57	67	54	73	75	60	59	53	60	56	48	45	40	46	39	34	52	41	57	35	40	54	1145	14,25	52
450-500	76	64	86	69	57	99	99	53	81	77	54	61	46	59	80	60	58	63	52	56	29	69	1448	18,02	66
500-550	73	57	78	51	52	71	96	71	56	61	63	70	72	58	68	52	63	52	56	62	53	65	1400	17,42	64
550-600	41	42	30	56	21	48	34	60	49	73	62	68	57	49	46	79	53	61	68	68	65	52	1182	14,71	54
600-650	32	46	6	24	10	15	3	24	19	34	42	36	44	46	34	47	35	42	46	48	75	35	743	9,52	34
650-700	5	15	3	5	0	2	0	2	3	4	33	12	20	27	5	29	23	26	24	32	41	7	318	4,05	14
700-750	0	8	0	1	0	1	0	0	0	0	2	2	1	1	0	6	5	12	8	6	5	1	59	0,73	3
750-800	0	4	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2	0	0	1	0	9	0,11	0	365

Total de días : 8035

CUADRO VI

PROMEDIOS ANUALES

Año	Promedio
1953	471
1954	497
1955	455
1956	467
1957	419
1958	469
1959	455
1960	459
1961	459
1962	488
1963	505
1964	488
1965	491
1966	485
1967	474
1968	515
1969	488
1970	507
1971	509
1972	514
1973	528
1974	477

Promedio global = 483 Langleys/día  
 = 20,2 MegaJoule/m<sup>2</sup>.día.

CUADRO VII

PROMEDIO GLOBAL POR CIFRAS TOTALES REGISTRADAS.

AÑO	Registro total Langleys/año
1953	171.941
1954	181.281
1955	166.137
1956	170.757
1957	153.081
1958	171.327
1959	166.073
1960	168.031
1961	167.550
1962	177.932
1963	184.485
1964	178.747
1965	179.029
1966	177.004
1967	172.922
1968	188.408
1969	178.008
1970	185.212
1971	185.814
1972	188.289
1973	192.639
1974	174.014

Total = 3.878.741

Promedio global = 3.878.741 / 8.035 = 483 Langleys/día



# **CONFERENCIA MAGISTRAL PRONUNCIADA CON MOTIVO DE LA APERTURA DE CURSOS EN LA UNIVERSIDAD METROPOLITANA “CULTURA, MUNDO Y HOMBRE”**

**Por: JUAN LISCANO**

La Cultura puede ser definida como el mundo *creado* por el hombre en sus manipulaciones, oposiciones o tentativas de armonizar con la Naturaleza, la cual *nos fue dada*.

Esta definición muy amplia y general, al coincidir con la de Ralph Turner cuando escribe que “la cultura es la suma total de los modos y medios *fabricados por los hombres* para hacer las cosas” o con la de M. J. Herskovits “la cultura es esa parte del medio hecha por el hombre”, propone como contenido de la misma, además del lenguaje que propició su comunicación y su expansión en función de afinidades geográficas y étnicas, un complejo ya precisado en 1871 por E. B. Taylor que comprendía “los conocimientos, las creencias, el arte, la moral, el derecho, las costumbres y todas las otras capacidades y hábitos adquiridos por el hombre en su calidad de miembro de la sociedad”. Sin duda alguna, la escritura y la técnica ocupan puesto de exce- lencia en el campo de la cultura.

La cultura tiene su origen, pues, en la propia naturaleza humana y su razón de ser descansa enteramente en nuestra condición, de modo que si nuestra especie desapareciera, sus contenidos y continentes perderían por completo sentido y funcionalidad. Para representarnos esa situación bastaría preguntarnos por la significación que pudieran tener las enormes pinacotecas, las catedrales, los rascacielos, los laboratorios, las autopistas, los teatros en nuestro planeta si se hubiera ausentado el hombre y lo poblaran solamente, por ejemplo, razas de insectos gigantes. Y es de temer que así como nuestra especie apareció en el planeta millares de siglos después de que estuviera éste describiendo su órbita alrededor del sol, desaparecerá de él cuando aún le queden millares de años de existencia. Por lo menos esta parece ser la opinión previsora de John Hodgdon Bradley, autor de un libro extraño y revelador

publicado en las primeras décadas de este siglo con el título de *Autobiografía de la tierra* cuando asienta: “Si la historia del globo fuera escrita por alguna conciencia cósmica, la parte que la humanidad ha desempeñado en él quedaría posiblemente relegada a una nota de pie de página. Pero el hombre, a quien nada seduce tanto como el hombre, invierte la importancia de los valores, y así la historia principal se transforma en una nota de pie de página, o a lo sumo en un marco para los hechos de su propia historia”.

De modo que para el hombre lo que cuenta más en la *Noosfera* o esfera reflexiva de la tierra, para usar un término acuñado por el genial Teilhard de Chardin, en cuya dimensión se inscriben las obras concretas o abstractas de la Cultura, nacidas de la *voz de la horda* en forma de lenguaje y pensamiento cada vez más complejizados y cerebralizados, compartidos estos entre dos impulsos poderosos: el de conservar o sea de pensar y hablar *recordando*, y el de innovar, o sea fabricar nuevas preguntas y respuestas mediante un pensar *preveyente* o *previente*. Las obras de la Cultura son, pues, los frutos del pensamiento y de la acción del *Homo Sapiens*, único ser de la creación cuyo cerebro se desarrolló hasta alcanzar la reflexión, o sea la posibilidad de reflejarse, de conocerse y conocer su alrededor, su historia, sus semejantes, de adquirir conciencia de sí, del mundo, y poder obrar sobre sí mismo y el planeta, en bien o en mal, en acciones de creación o de destrucción, alcanzando así la noción de su personalidad y personalización, de su individualidad y a la vez de su sociabilidad, de su complejidad también y capacidad absolutamente singular entre los seres vivientes de la tierra, de intentar una interpretación y una crítica de sí mismo, de la actuación de su especie y de la existencia del universo.

Semejante fenómeno explica la soberbia del hombre, su complacencia en sí mismo, su hedonismo, su egocentrismo, frecuentemente su megalomanía. Parecería creer que el mundo fue creado solamente para él y que por él espera ser descifrado, explicado y justificado teleológicamente y escatológicamente. No obstante el mundo existe en sí, con terrible e inmanente realidad, y para existir no necesita de nosotros, revelación ésta anonadante para su antropocentrismo existencial, como lo pone de manifiesto Jean Paul Sartre en su novela *La Náusea*, cuando el principal protagonista de esa narración, en un momento de ausencia de sí y percepción objetiva, descubre el hundimiento del reino humano ante la pura presencia de las cosas, en este caso, de un castaño cuyas raíces se hundían en la tierra con afincamiento secular, en un movimiento de años que a él lo traspasaba:

“El castaño se pegaba a mis ojos. Un moho verde lo cubría hasta la mitad, la corteza, negra y abotagada parecía de cuero cocido. El ruido tenue del agua de la fuente. Masqueret se deslizaba en mis

oídos como en un nido, llenándome de suspiros; mis narices estaban inundadas de un olor verde y pútrido. Todas las cosas, suavemente, imperceptiblemente, se deslizaban hacia la existencia como esas mujeres que se abandonan al reír y dicen: "qué bueno es vivir", con una voz babosa. Las cosas se colocaban unas al lado de las otras y se hacían la abyecta confidencia de su existencia. Comprendí que no había término medio entre la inexistencia y esta abundancia sobre-cogedora. Si se existía, había que *existir hasta ese extremo...* la existencia es un deslizamiento... montón de existencias contur-badas, torpes, no teníamos la menor razón para estar allí, ni unos ni otros... Y yo sin voluntad, lánguido, obsceno, digiriente, bamboleando pensamientos siniestros— *yo también estaba de más...*"

El personaje nauseado de Sartre es hijo de una exaltación antropocen-trista característica de nuestra cultura occidental, activista, dinámica, depre-dadora, creadora también, racionalista, tecnológica, cuya esfera reflexiva acepta con desesperación, temor o resignación fatalista el concepto de la nada y de la muerte. Nada y muerte contradicen las obras en constante expansión y mutación, ebrias de novedad, de nuestra cultura calificada de faústica por Spengler, precisamente porque sus representantes son capaces de vender el alma al diablo, para obtener el milagro de la juventud como el Dr. Fausto de la ficción goethiana. En oposición con el sentimiento de amor al mundo, de afán de poder bajo todas sus formas, de inmersión en el complejo haz de la multiplicidad, de sensualidad y regusto por el exceso, por el triunfo, por la sensación, de confianza en esa suerte de trazado de seguridad que es la razón, y en las posibilidades que brindan la ciencia y la tecnología para dominar la naturaleza, están las disciplinas de la liberación interior, la ascética tradi-cional oriental u occidental, la mística, el quietismo, el budismo, los métodos de conocimiento propuestos por el esoterismo fundamentados en el pensa-miento analógico, más atento a la ambivalencia de los símbolos que a la articulación lógica aristotélica, dualista y racionalista, y cuya finalidad persi-gue la reintegración, la búsqueda unificadora o sintetizadora, la ruptura de los acondicionamientos psicológicos, de los automatismos psíquicos que alienan al hombre y, en forma permanente, la aceptación de la nada como vía hacia el ser, hacia el descubrimiento de la divinidad o del conocimiento, y la no separación entre el movimiento de la vida y de la muerte, conceptualizada ésta como una etapa más en el eterno devenir.

Sin embargo, nuestra época contiene un hecho de trascendencia máxima: la ciencia occidental logró convertir en energía universal la fisión del núcleo con lo cual el hombre adquirió el poder de destruir no solamente a la humanidad, sino también a miles de formas de vida organizada en el planeta

y quizás, en última instancia, a este mismo. Ese enorme poder energético adviene cuando precisamente la sociedad industrial y desarrollada a distintos niveles pero con las mismas finalidades de crecimiento, muestra los signos más alarmantes de descomposición cultural, social y humana. La *Era atómica* se inicia con una neurotización creciente de la sociedad sometida a las compulsiones catastróficas y desquiciadoras de la sobre población con su inevitable secuela: escasez de alimentos, contaminación del aire y de las aguas, destrucción ecológica y consumo excesivo de oxígeno. Si bien la tecnología permitió la llegada a la luna de los primeros astronautas y el sondeo del espacio cósmico, en la tierra se multiplican los problemas, las confusiones, la violencia, las perturbaciones emocionales y psíquicas, el hambre en vastos territorios erosionados y sobre poblados como la India, como nuestros países latinoamericanos, donde la existencia de extensos espacios vacíos y selvas vírgenes, hacen pensar en una necesidad ilusoria de poblar para progresar, sin medir los costos terribles del crecimiento demográfico y su carga de miseria y taras, de peligrosa destrucción de la naturaleza. La tala de una selva significa por ejemplo, el agotamiento de miles de manantiales, la extinción de centenares de especies botánicas y animales y, lo que es más grave, la abolición de una suerte de inmensa central de producción de oxígeno.

El auge del consumo de drogas prohibidas por parte de la juventud, particularmente en países industrializados de alto nivel de vida, con la inevitable degeneración del individuo y la carga genética tarada que transmitirá a su descendencia, constituye a mi entender el síntoma más evidente de una crisis de carácter fundamentalmente humano, de una voluntad de fuga y autodestrucción que no compagina con la idea-fetiche del progreso, del desarrollo, del crecimiento industrial, de la expansión tecnológica y del avance científico, de la abundancia de bienes de consumo, todo ello objetivo ensalzado una y mil veces por los que se sienten integrados a la civilización, por gobiernos y organizaciones políticas de ideología diversa y por quienes dan la espalda a las inquietudes metafísicas u ontológicas, en aras de una suerte de pragmatismo realista, de sentir positivista, de adhesión marxista o simplemente de brutal avidez utilitarista.

La posibilidad que tienen hoy los Estados superorganizados de desencadenar la guerra nuclear, cuyas consecuencias resultan imprevisibles pero revisten, indiscutiblemente, carácter apocalíptico, y la lenta toma de conciencia, aún vacilante, aún rechazada o ignorada por inmensos sectores, de los efectos destructivos que puede tener y tiene el crecimiento sin control, hasta concluir, como lo acaban de hacer en Roma los participantes en el estudio sobre *El Predicamento de la Humanidad*, —todos ellos investigadores científicos de altísimo nivel—, en la conveniencia de poner un freno

a aquél, empezando por la población y continuando con el desarrollo material, a fin de asegurarle a nuestra especie un futuro menos catastrófico que el planteado actualmente por las coordenadas del llamado progreso, explican con sobrados motivos la inseguridad, la angustia, la confusión y la fuga a través de las drogas y los medios psicodélicos, de una juventud que no ha escogido nacer y tiene sin embargo que heredar las posibilidades de sucumbir en una catástrofe súbita o lenta.

Por estos mismos motivos, por esas mismas tensiones y comprobaciones de la destrucción posible de la cultura, de la especie y del planeta mismo, el gran pensador alemán Heidegger, uno de los creadores del existencialismo metafísico, regresó a la poesía, a la noción del Ser, nacida en la angustia de la nada, regresó a los filósofos griegos no sofistas, a Parménides de Elea y a Heráclito de Efeso, para proclamar: "La historia de Occidente es la historia de un olvido, la historia del olvido del ser". De ese modo incita a superar los límites de la racionalidad aristoteliana, del logos de la lógica corriente asentada en la noción del ente, para abrirse hacia el logos del ser, inapresable con la razón, mágico, poético, analógico, colocado en el campo de lo irracional, del misterio, del silencio, más allá de todo pensamiento, esencia del hombre, esencia cósmica que hace que las cosas sean en sí, además de ser identificables por su calidad y sustancia.

Tras un largo recorrido, el pensamiento concluye en su propia limitación para descubrir las causas últimas y confía al sentimiento del misterio y de lo impensable, la posibilidad de intuir lo absoluto. Ese gran viento metafísico que sopla en nuestra *era atómica* puede regar los gérmenes de una nueva actitud ante el mundo, de una autoregeneración de la cultura, de un nuevo anhelo de existir en la noción trascendental y liberadora del ser, de un progresar en otra dimensión que la puramente material, a fin de que se evite el apocalipsis atómico o ecológico, y nuevos sujetos de la historia, sean capaces de asentar el reino del hombre sobre valores cualitativos y espirituales que, sin negar las avanzadas tecnologías de nuestro tiempo, descarten por otra parte la necia soberbia ciega de sentirse centro y eje del planeta, apaguen el miedo ante la nada y la muerte creadora, refrenen la pasión del exceso y la ambición de poder, en aras de renovar el mundo de la cultura y el mundo de la naturaleza.

\* \* \*

Esta exposición me llevó a asociar el concepto general de cultura con una identificación geográfica y social, la de Occidente, es decir con Europa, es decir con pueblos herederos de la Antigua Grecia y de Roma, pueblos que de maneras diferentes, por las buenas o por las malas, mediante interminables mestiza-

jes y conquistas, fueron conformando los conceptos de civilización, progreso, desarrollo, cultura técnica, ciencia, humanidad. Alcanzamos así un nuevo nivel definitorio de la cultura relacionada ahora, estrechamente, con la historia y con la geografía, de modo que ante nuestra vista se extiende el panorama mundial de las culturas identificadas ahora con grupos étnicos y regiones: occidentales, árabes, chinos, hindúes, negro-africanos, indios americanos. Spengler, en su obra monumental *La Decadencia de Occidente* publicada después de la Primera Guerra Mundial y escrita con la nostalgia lúcida de un europeo cultísimo que preve el ocaso de su civilización, estudió las culturas desde este nivel histórico-geográfico para expresar que ellas nacían, crecían, entraban en senectud y morían irremediablemente como cuerpos compactos y separados, múltiples, con lo cual daba razón al gran poeta francés Paul Valéry, cuando éste aceptaba melancólicamente que las civilizaciones eran mortales.

Para Spengler, las culturas así entendidas, en la proyección de su entidad identificable, de su cognocibilidad, de su calidad y acento, remataban al establecerse como civilizaciones, en su mayor expansión industrial e iniciaban su agonía. “El hombre culto, escribió Spengler, dirige su energía hacia adentro; el civilizado, hacia afuera”. La etapa de la civilización, pues, señalaba el final de un proceso de interiorización creadora, se cegaban las fuentes de inspiración vital y se iniciaba la decadencia inexorable. Nada puede coincidir mejor con esta visión spengleriana como la definición poética que el antropólogo Leo Frobenius brinda de la cultura: “es la tierra que el hombre hace orgánica”. Por eso Spengler negaba a la América del Norte condición cultural alguna mientras reconocía en esa sociedad de crecimiento un estado de civilización tan avanzado como condenado por su sino mismo, a una pronta decadencia. El último acto de la vida, pasión y muerte de la Cultura Occidental se cumpliría, entonces, en los Estados Unidos. Allí aquella culminaba como civilización de poder y de técnica e iniciaba su desmoronamiento, siguiendo la marcha del sol que nace al Este y se hunde al Oeste, Europa, desde esta perspectiva y en relación con la América queda situada en Oriente, en los campos de la aurora desde los cuales algún gigantesco ente imaginario pudiera empinarse para ver desaparecer el astro en el crepúsculo que envuelve nuestro continente. Después vendría el cesarismo.

Por supuesto, las culturas constituyen existencias menos precisas que como las concebía Spengler y se confunden unas con otras, de modo que no describen trayectorias en arco tan netas. Hay quienes las han pensado como espirales que giran sobre sí mismas en ámbitos propios, se expanden y recogen con lo cual se asemejarían al diseño propuesto por Teilhard de Chardin, de un universo que se expande especialmente como un solo bloque de arriba hacia abajo, enrollándose sobre sí mismo hasta interiorizarse en una

creciente complejidad. En el punto extremo de interiorización de la Noosfera o capa reflexiva de la tierra, se alcanzaría otro centro aún más profundo: allí sitúa este místico cristiano formado técnicamente con la mayor racionalidad científica, la salida del mundo hacia Dios quien, en esta visión sobrecededora, estaría presente al final de la evolución, como el gran recolector, principio y fin en suma de la aventura reflexiva humana.

Teilhard de Chardin, como Heidegger, trasciende la racionalidad pura para dar el salto en el vacío de lo absoluto y alcanzar por otra vía que el ejercicio lógico, la noción del Ser, del punto Omega de la creación.

Otras definiciones y concepciones de la cultura ponen en evidencia el factor social el cual resulta fundamental en su evolución ligada enteramente a la evolución de la humanidad misma. Para Ralph Linton, la cultura es la herencia social de los seres humanos; para Lowie, el conjunto de tradiciones sociales, aptitudes y hábitos adquiridos por el hombre como miembro de una sociedad; Kluckhohn explica que “por cultura de antropología quiere significar la manera total de vivir de un pueblo o el legado social que el individuo recibe de su grupo”, que es una manera de pensar, sentir, creer, hasta cierto punto una *teoría*. Entendida de cualquiera de las maneras expuestas, la cultura aparece como una noción profundamente relacionada con la heredad social y psicológica del hombre de modo que ese término se usa en función reducida de nación, de linderos fronterizos, de patria, de país, de comunidad, de tribu. Inclusive se aplica al *habitat* de los grupos primitivos regidos por el mecanismo del pensamiento salvaje estudiado y desmenuzado con penetrante inteligencia por el eminentíssimo antropólogo francés Claude Levi-Strauss, creador de una antropología estructuralista.

Conviene señalar que Levi-Strauss y las nuevas escuelas de antropólogos se acercaron a los pueblos primitivos con una concepción menos etnográfica y más humanística en el sentido de trascender la simple descripción o el simple registro de los rasgos culturales de una comunidad determinada para relacionarlos con otros similares e intentar una interpretación global, desde un punto de vista sincrónico, es decir, desde el punto de vista del estado de un sistema y su funcionamiento en un instante dado, y desde una perspectiva diacrónica, vale decir, examen de la historia del sistema y su desarrollo de estado en estado separados. Con ese método superaron la detallada relación cerrada de sí misma, minuciosamente limitada e incapaz de mirar lo particular en lo general, y penetrar en la estructura estudiada. El etnógrafo solía ser un relator que veía desde afuera. La nueva etnografía, en cambio, es capaz de mirar dentro el modo como se arreglan y organizan los elementos y rasgos del material analizado. Por otra parte se descarta la visión histórica del progreso, esa afición, como escribió Ortega y Gasset,

específicamente europea por las ciencias físicas, la técnica y el derecho racionalista, según la cual todas las vicisitudes planetarias estaban ordenadas a su medida, de modo que cuando un pueblo parecía no haber contribuido al mentado progreso, se le negaba positiva existencia histórica y quedaba calificado de bárbaro.

La renovación del pensamiento antropológico no sólo comprendió que existe unidad estructural en todos los niveles del desarrollo social y que, en cierto modo, el civilizado lleva en sí al primitivo y viceversa, sino puso en tela de juicio el criterio tradicional historicista, las codificaciones cronológicas y las valoraciones mismas de los hechos, pues como apuntó Levi-Strauss: “La historia nunca es la historia, sino la historia-en pro”, con lo cual quería señalar las desproporciones en el relato pretendidamente lineal de aquélla, el trazado fraudulento de un sistema que pretende ser continuo cuando en realidad ofrece las fechas en función de distancias desiguales según opere la compulsión histórica, la contingencia individual hasta el punto de que el hecho nunca *nos es dado*, sino quien lo da y constituye por abstracción es el historiador.

Levi-Strauss establece en estos términos la interrelación del historiador y del etnólogo:

“El etnólogo respeta la historia pero no le otorga valor privilegiado. La concibe como una búsqueda complementaria de la suya: una despliega el abanico de las sociedades humanas en el tiempo, la otra en el espacio. Y la diferencia resulta menos grande que lo que parece, porque el historiador trata de restituir la imagen de sociedades desaparecidas tales como fueron en instantes que, para estas, correspondieron al presente; mientras que el etnógrafo intenta lo mejor que puede reconstruir las etapas históricas que precedieron en el tiempo las formas actuales”.

Esa penetración etnológica y etnográfica en el tiempo, para alcanzar realidades culturales desvanecidas o aún sobrevivientes, a la luz de la nueva conciencia antropológica permite una evaluación amplísima ya que vivimos un momento en que se perfila una cultura mundial, uniforme, masificada, determinada en gran parte por los medios de comunicación de masa y la tecnología, pero antes de gravitar hacia esa posible totalización tenemos frente a nosotros, como escribió Margaret Mead, “ejemplos de la manera cómo los hombres vivieron durante cincuenta mil años: cazadores y pescadores primitivos; agricultores dotados tan sólo de azadas para cultivar sus campos pobres; hombres agrupados en ciudades cuyos gobiernos siguen

siendo teocráticos y monárquicos; campesinos viviendo como sus antecesores vivieron hace milenios, alejados de las civilizaciones urbanas; individuos que abandonaron sus antiguas culturas para vivir la existencia degradada de los proletarios; pueblos que dieron la espalda a su cultura secular para penetrar en el mundo moderno. En tanto que el indígena de Nueva Guinea, incapaz de contar numéricamente, evalúa un monto de fame mediante términos tan aproximados como “mucho”, los equipos de Cap Kennedy calculan el segundo preciso en que la misión Apolo debe cambiar de órbita en su revolución alrededor de la luna. En el Japón, los descendientes de la décima tercera generación de algunas familias de alfareros especializados en la fabricación de vasijas ceremoniales no tienen el derecho de tocar un torno o de trabajar otras formas de alfarería. Mujeres ancianas cosechan yerbas murmurando palabras mágicas para exorcizar el miedo en las mujeres encintas, en el mismo momento en que los laboratorios ajustan el mejor de sus contraconceptivos. Tropas formadas por una veintena de salvajes se ponen en campaña para arrancar alguna otra víctima a la tribu que combaten desde hace quinientos años, mientras las potencias internacionales evalúan fríamente el enorme poder destructor de las armas nucleares. Gozamos el privilegio, por un corto tiempo, de ser los espectadores de cincuenta mil años de nuestra historia... Se trata de una situación única y sin precedente que en razón de su naturaleza misma, no volverá a producirse”.

Y precisamente esa contemplación de sociedades y culturas coexistentes en el tiempo y en el espacio debería enseñarnos muchas cosas, debería movernos a tomar impulso para preparar un futuro mejor, debería llenarnos de conocimiento y comprensión ante la humana condición, debería preparar nuestra liberación, debería motivar en nosotros una toma de conciencia esclarecedora. Más no es así. Por un Spengler, un Heidegger, un Einstein, un Teilhard de Chardin, un Levi-Strauss, se multiplican los mister Babbit de conducta unidimensional determinada por la propaganda de bienes de consumo, los clisé de comportamiento y el lenguaje operacional de la Televisión; aumenta la degeneración provocada por las drogas permitidas o prohibidas; se arremolina la juventud en acciones contradictorias y violentas que convierten el llamado “cuestionamiento” de adultos y sistemas, en una retórica de pedradas, histerias psicodélicas en festivales *rock*, promiscuidad sexual o toxicomanía desesperada; se entiende el desarrollo de un modo unilateral, en función exclusivamente de cifras estadísticas económicas que indiquen crecimiento, sin reparar, a la hora de contar ganancias capitalistas o socialistas, tercermundistas o neutralistas, la inmensa destrucción innecesaria de la ecología del planeta, la explotación irracional, cada vez más precipitada y compulsiva de recursos no renovables y, en general, la dis-

torsión esa sí creciente a un ritmo cada vez más vertiginoso, de la psicología humana, del ser humano convertido no propiamente en la finalidad de la operación de desarrollo, sino en el cliente, en el consumidor alienado y disminuido de todos los mercados y todas las proposiciones ideológicas.

Cuando se exalta el desarrollo de las vías de comunicación aérea, ¿quién piensa, por ejemplo, en que cada travesía del Atlántico por un solo avión de reacción quema 32 toneladas de oxígeno, mientras sobre la superficie de la tierra se talan alegremente las selvas y los bosques que lo producen, como lo está haciendo en estos momentos el gobierno brasileño en la cuenca amazónica?, ¿o quién advierte, en medio de la euforia producida por los vuelos espaciales que en la alta atmósfera cada disparo del cohete Saturno V eyecta 400 toneladas de hidrógeno que destruyen la delgada capa de ozono protectora de la tierra contra los mortales rayos ultravioleta y que bastarían, según lo han precisado calificados técnicos, 130 disparos consecutivos para abolirla? ¿Quién se preocupa, a la hora de descubrir desde la borda de algún trasatlántico de lujo, el imponente espectáculo de los rascacielos de Wall Street, que la bahía del Hudson otrora vivero de peces y mariscos, se ha convertido en un pútrido mar muerto de aguas negras procedentes de las interminables cloacas de una de las ciudades ribereñas más poblada del mundo? ¿Acaso los innumerables urbanizadores rapaces de las costas el Mediterráneo, a la hora de vender parcelas promovidas como tierras paradisíacas del sol y aromas sureñas, cercanas a playas doradas, se preocupan por el destino de ese mar interior a punto ya de perder su fauna y en estado de grave contaminación? ¿Y qué decir de los industriales y de las industrias que han convertido millares de ríos y cursos de agua en venenosas corrientes, y lagos como los del Norte de los EE. UU., en charcos de materias descompuestas, de espumas verdosas y componentes químicos que impiden toda vida animal y vegetal?

Por donde uno mire se descubre la increíble y precipitada tarea de demolición del planeta emprendida por los humanos y tanto más efectiva cuanto el desarrollo disponga de cuantiosos recursos y técnicas más avanzadas: riesgo de asfixia en razón de la disminución de los depósitos de oxígeno por cuanto a mayor desarrollo corresponde mayor demanda y mayor también es la destrucción de las zonas verdes que le producen; por otra parte aumenta también en proporción impresionante la contaminación del aire que respiramos; las neblinas asesinas producidas por las fábricas, las viviendas con sus cocinas y quemadores, los motores de explosión. Sobre las grandes ciudades impera como aura mortal; las minas se agotan, los jets arrojan toneladas de humo blanco y los ríos quedan anegados por los desperdicios; los mares además de sufrir con las aguas negras de grandes ciu-

dades en las orillas, padecen con los derrames petroleros que se acumulan en las costas donde precisamente se concentra la productividad marina; crecen las montañas de basura indestructible; los pesticidas y detergentes, glorificados de manera exhaustiva en la propaganda comercial de los más aceptados medios de comunicación, cumplen su tarea de destrucción indiscriminada con una efectividad tan global que ésta se inicia en las fábricas mismas cuando los detritus se convierten en las aguas vecinas y culmina en las diversas funciones para los que son usados, pasando por la peligrosa saturación que dejan en los alimentos presuntamente protegidos por ellos de las enfermedades y de los insectos que amenazaban las siembras.

Hoy más que nunca se pone en evidencia, por poco que aceptemos pensar, el carácter incierto, contradictorio, ambivalente de la acción humana. Vivimos, como lo enseñó Einstein, la era de la perfección de los medios y de la confusión de los fines. Las metas fijadas ayer por el optimismo en el gradual y poderoso desarrollo de la técnica y de la ciencia, frutos de un pensar racionalista, mediante los cuales se alcanzarían en una suerte de ascenso incesante, la felicidad, la comodidad, la abundancia, la seguridad, y el dominio completo sobre la naturaleza sometida por entero a nuestro bienestar, pierden su prestigio. A medida que se logran determinados triunfos éstos quedan casi siempre contrapesados en su desfavor, por el descubrimiento de los males que causan. Lo que el hombre construye parece implicar siempre destrucción y las consecuencias de ésta, diferentemente de lo que sucede en la naturaleza, no se reponen o compensan, y envenenan por lo general lo construído, lo creado por estos fabricantes de cultura que somos. Por lo cual se llega a un momento crítico, como está sucediendo en nuestros días, en que la conciencia de nosotros mismos y de nuestra acción planetaria se encuentra desgarrada entre la admiración por las hazañas más imponentes propiciadas por el desarrollo de la técnica y del pensamiento científico, y el pánico ante la demolición de la tierra cumplida a lo largo de los siglos. Entonces vuelve a plantearse con inusitada realidad ya no solamente ontológica, filosófica, sino social, biológica, la pregunta hamletiana de "ser o no ser", entendiendo por ese verbo no propiamente el logos, sino la expansión existencial, la acción sobre el mundo, la creación cultural.

El hombre ha estado siempre obsesionado por la idea de su propio poderío. El modelo de la divinidad le acosa. Persiste desde hace muchos siglos el ideal ambicioso de crear mecánicamente un semejante que le obedezca en todo. El *golem* de las leyendas hebraicas se convierte obviamente en el *robot*. Sin duda es inmensa la capacidad creadora de nuestra especie atormentada por la limitación que significa la muerte y el vacío que la nada imagina, en particular cuando guíamos nuestra acción mediante las normas occidentales.

No obstante ese prodigioso activismo creador, se descubre ahora el reverso del crecimiento y del desarrollo en la dirección propuesta por nuestra cultura, cuando la propia ciencia y la técnica miden por fin, como está aconteciendo desde hace un tiempo, tras las hecatombes de las dos últimas Guerras Mundiales y el despertar de una conciencia de fin de mundo; como lo acaba de hacer en Roma el grupo de investigadores del Instituto Tecnológico de Massachusetts; como lo percibió Einstein y lo expresó en su célebre telegrama en el que pedía cambiar nuestros modos de pensar ante el peligro de una guerra atómica, las consecuencias insospechables hace menos de medio siglo, del progreso en aquellos campos precisamente y en el de una economía de bienestar y provechos personales, ajena a cualquier ideal de perfeccionamiento interior.

\* \* \*

Todas las sociedades de todos los tiempos, sea cual fuere su nivel de desarrollo, procuraron preparar al individuo para su integración a ellas y a las labores que propiciaban su mantenimiento, fortaleza y expansión. El aprendizaje de creencias, costumbres, ritos, reglas, técnicas, prohibiciones y cumplimientos, temas de la cultura, constitúan en esa fase inicial de ser comunicados, *material* y *educación*. La educación, pues, puede ser definida de una manera muy somera y general, como el conjunto de procedimientos de comunicación e información destinados a preparar a un miembro de la sociedad, en las etapas iniciales de su vida como son la infancia y la adolescencia, para su actuación en aquélla, en el campo de la labor por cumplir y de la ubicación por ocupar. Tanto más importante resultará el factor educativo cuanto se acepte como lo propone la psicología conductista derivada de las experiencias de Pavlov, que el comportamiento humano depende más de lo aprendido, vale decir, de los condicionamientos, que del instinto. Pero sin llegar a esas conclusiones bastante aterradoras, pues entornan las puertas sobre la posibilidad, rechazada por nuestra sensibilidad individualista y humanística deseosa de cierto trascendentalismo espiritual, de moldear a voluntad la naturaleza humana como lo pretendía el nazismo y como pueden pretenderlo de nuevo otros sistemas totalitarios, más allá o más acá de la dignidad, del amor y del ideal de libertad, no cabe duda de que la educación desempeña un rol determinante en la vida social y en la estructura psicológica del individuo.

La función propuesta debería comprender dos grandes divisiones diferentes en cierto modo: la una de enseñanza en el comportamiento, de adoc-trinamiento ético, de formación de carácter, bastante debilitada en nuestro

mundo, y la otra de información e instrucción técnica. Era Rómulo Gallegos quien en 1909, a los 25 años de edad, apuntaba en uno de sus artículos de la revistilla que dirigía con unos amigos, lo siguiente:

“Un error demasiado generalizado en Venezuela —aunque en él no ha habido pecado de iniciativa, pues es el mismo que priva en casi todos los pueblos de origen latino— es el confundir la educación con la instrucción propiamente dicha. Esta obra sobre la inteligencia y produce la cultura; aquélla sobre el carácter y forma al hombre, pero de tal modo han sido confundidas estas dos funciones que bien podemos decir que entre nosotros si apenas se instruye no se educa en absoluto.”

No se puede negar que los sistemas de instrucción, en nuestro país, han mejorado, pero tampoco cabe vacilar a la hora de reconocer que se sigue desconociendo la función primordial de educar. Por lo demás casi todas las sociedades modernas están atravesando una crisis general tanto en el orden de la instrucción —más fácilmente rectificable— como en el de la educación, debido a la mutación cultural en marcha, al constante avance de la tecnología y a la aceleración de la historia determinada, en gran parte, por el estallido demográfico. Los *pensum escolares*, es sabido, responden a una formación decimonónica y nuestras universidades autónomas, politizadas hasta la aberración, desgarradas entre viejos ideales formativos formales y concepciones revolucionarias de convertirlas en centro de crítica del sistema imperante —que las sostiene— y en escuela de insurgencia permanente, cifran beatíficamente su existencia en el mantenimiento de una autonomía procedente de unas reformas ideadas hace casi un siglo y en seguir fieles a las carreras tradicionales para los consabidos doctorados, también tradicionales. Uno de los principales problemas que confronta el mundo moderno llamado libre, por oposición al mundo autoritario y socialista es precisamente el del factor educativo, pues al quebrantarse las normas de preparación del joven para su integración a la sociedad, en razón de la crisis que confronta esa misma sociedad en los más diversos campos —político, económico, social, psicológico, cultural— y del crecimiento no previsto de población juvenil, se abre un abismo entre las generaciones, los padres se sienten incapaces de orientar a sus hijos en una forma que éstos acepten y asuman, y se produce un fenómeno nuevo: el del apartamiento deliberado de grandes grupos juveniles que se niegan precisamente a ser instruidos y educados, y pretenden elaborar sus propias normas y determinar, al margen de toda presión de adultos, sus comportamientos. Parecería que el desarrollo mismo de las sociedades modernas libe-

rales y su complejidad creciente produce resquebrajamiento del sistema educativo, de la escala de valores y pérdida del norte. Mientras hombres preparados en admirables técnicas de precisión conducen a otros hombres especializados en la labor por cumplir, de un modo realmente perfecto, centenares de jóvenes, hijos de aquéllos, se complacen en la suciedad, en la promiscuidad, en el analfabetismo, en la búsqueda confusa de una solidaridad colectiva derivada, desgraciadamente, del consumo de drogas y de la hiperestesia artificial producida por una música rítmica contagiosa y no por la voluntad consciente de crear nuevos valores y acceder a una comunicación fraternal lúcida.

La vida moderna, en la ambivalencia de la acción humana, ha producido el perfeccionamiento constante de la técnica pero también la ruptura del medio familiar y, por ende, la hostilidad entre adultos y jóvenes. Estos se niegan a aceptar los puntos de vista y los valores de los adultos, se niegan a la dependencia —qué es el objetivo de toda educación— y sienten de un modo intenso, neurótico, la separación psicológica con los mayores. De allí se desprenden gravísimas consecuencias como aumentar los conflictos emocionales del joven; mantenerlo apegado a un sueño de infancia que impide su maduración y su adultez, se entiende en el orden psicológico; empujarle al marginamiento a fin de no compartir las ocupaciones y preocupaciones de los adultos; buscar la evasión por todos los medios. De modo que la llamada crisis de adolescencia con sus conflictos y angustias, marca de manera indeleble la psiquis del civilizado occidental —europeos, americanos, australianos, etc.,— preparando la inmadurez, las neurosis y la voluntad de fuga.

Esos conflictos parecen haber sido admirablemente encauzados en las sociedades primitivas mediante los ritos de pasaje y los ritos de iniciación, de modo que un Teilhard de Chardin apunta prudentemente que “en los pueblos clasificados como primitivos por los etnólogos, se distingue aún, según la opinión de los mejores observadores, una suerte de co-conciencia colectiva que facilita naturalmente la cohesión y el buen funcionamiento del grupo”. La antropóloga norteamericana Margaret Mead y sus colaboradores han estudiado con notable penetración la evolución del adolescente en sociedades primitivas como la de las islas Samoa, comprobando que no resulta inherente a esa etapa de la vida, como lo asegura la psicología occidental, los complejos de angustia y los conflictos emocionales. Estos derivan, según esos estudios, de los métodos impuestos por nuestra educación y del propósito de ésta para crear en el joven una situación de condicionamiento ideológico y dependencia psicológica, sin participación suya real en la vida colectiva. Por otra parte, en la sociedad primitiva, la “personalidad” de

los padres no pesa sobre los hijos, como en nuestra sociedad individualizada, ya que la enseñanza tiene un carácter colectivo, impersonal.

Mientras el joven occidental rehuye tenazmente su ingreso en la edad adulta —¿que se haría la literatura si se suprimiese el tema de la nostalgia de la infancia?—, el joven primitivo siente como una realización profunda el pasaje de la adolescencia a la mayoría. ¿Será que lo preparan a ello los ritos de iniciación y de pasaje, esas pruebas a veces extremadamente duras y hasta sanguinarias como en África negra, propicias sin embargo para provocar en la psíquis una abertura hacia algún nuevo estado de sí mismo? En los ritos de iniciación y de pasaje *muere* simbólicamente el niño y nace el ser adulto, hombre o mujer, quien asumirá sin resistencia alguna de su parte o de los demás, un puesto asignado de antemano en la colectividad. Las pruebas sufridas le hacen sentir al joven en carne propia, la importancia y la significación de este tránsito vital que implica un cambio radical de comportamiento y de actitud. Cabe añadir que el joven así iniciado acepta confiado, seguro, integrado, la convivencia social y de ese modo queda tendido un puente de comunicación permanente entre las generaciones. Esa forma de imaginación viciosa a la que son tan dados los civilizados, de no despegarse de las vivencias infantiles, de cultivar morbosamente la irresponsabilidad protegida de la niñez, de replegarse en una suerte de regreso fetal, adherido al seno materno, no tiene existencia en los grupos primitivos gracias a los ritos de pasaje en los que, como lo apuntó Margaret Mead, hasta se institucionaliza esta regresión, con lo cual se la supera definitivamente. Mientras el joven primitivo siente como un ascenso la llegada del momento de *pasar a ser adulto*, el joven civilizado, se aterra de ello no sólo por la obligación de *escoger* en que está, desde los puntos de vista más diversos: estudios, profesión, ideología, efectos, amistades, etc., sino por la inseguridad contextual de la propia sociedad desgarrada internamente por contradicciones y tensiones, confundida por la complejidad del desarrollo, amenazada por el crecimiento incansante, parecido a un cáncer.

Mas no cabe regresar al pasado. Este más bien afecta la posibilidad de vivir con intensidad y plenitud el presente, única tierra firme que pisamos aunque se desvanezca tras cada uno de nuestros pasos. El presente es un estrecho vértice entre dos vertientes abruptas, la una que se despeña hacia el ayer y la otra que cae en el futuro, que es ya.

Así como el adolescente de las sociedades primitivas tenía que someterse a las duras pruebas de los ritos de pasaje para iniciarse en la edad adulta, y llegar a la madurez, la humanidad de nuestros días, sumida en la más tremenda crisis de su historia, tendrá que someterse a pruebas perentorias para rehuír el sino de fin de mundo que pesa sobre nuestra cultura y nuestra

civilización y provocar, como lo pidió Einstein, un cambio en los modos de pensar, una renovación de la conciencia.

La tarea fundamental de la educación, en todos sus niveles, debería consistir en preparar el advenimiento de ese nuevo estado de conciencia.

\* \* \*

Desde el momento mismo en que esta respetable institución universitaria me honró con la invitación a pronunciar esta conferencia magistral que señala la apertura del año académico y celebra un nuevo aniversario de la Universidad Metropolitana, en su Día, abrigué la duda muy fundada de que fuera yo la persona más indicada para cumplir misión tan relevante. En efecto, lo que correspondía en este caso era exponer las ventajas de una instrucción técnica como la que aquí se imparte, sobre todo cuando ésta se lleva a efecto en un país, como el nuestro, carente precisamente de tradición tecnológica y de personalidades sobresalientes en ese campo, y por eso mismo, dependiente hasta en sus propios cuadros dirigentes y especializados, del aporte extranjero.

La función de preparar técnicos resulta de primera importancia en Venezuela, ya que el mundo de mañana, próximo, a la vuelta de unos años, requerirá más que nunca de la inteligencia de los científicos y de los especialistas en materias tecnológicas, administrativas y matemáticas. Por otra parte, espera a nuestro país una década de extremada exigencia ejecutiva, porque Venezuela dispone de petróleo y de centrales hidroeléctricas cuando ya está planteada una crisis energética, porque tiene hierro de primera calidad, porque los ingresos fiscales aumentarán y por lo tanto, será posible realizar inversiones cuantiosas en la industria agropecuaria cuyos productos empiezan a escasear en los mercados mundiales, porque su ubicación geográfica resulta propicia para que se convierta en un punto de convergencia de rutas y de transacciones continentales. La gravitación misma de sus recursos energéticos y mineros atrae a Venezuela hacia un campo de desarrollo ineludible y corresponde a la nueva generación dirigirla en esa etapa. A falta de un relevo adecuado de cuadros juveniles, dentro del contexto nacional, cabe imaginar que entonces corresponderá cumplir esa función a técnicos y administradores extranjeros, al servicio de intereses internacionales, o bien a grupos nacionales muy distintos de los que ocupan en la actualidad situaciones destacadas.

Precisamente por estar consciente de esta realidad y de la respuesta que está dando con eficacia y sentido de responsabilidad esta Universidad privada, me preocupaba mucho esta intervención pública, pues además de

carecer de preparación universitaria, de conocimiento metodológico educativo, mis aficiones vocacionales me inclinaban no precisamente hacia la Técnica y la Ciencia, sino hacia la Literatura, las artes, los temas de la cultura, el Humanismo.

Me preguntaba cómo satisfacer esta invitación de acuerdo al carácter de esta asistencia compuesta por profesores y alumnos firmemente orientados hacia la actividad técnica, hacia la preparación de cuadros de relevo para la gran aventura del desarrollo nacional. Entonces, encarándome conmigo mismo me dije que el mejor aporte pudiera consistir en suscitar entre mis oyentes una inquietud, no propiamente destinada a poner en duda la significación y la importancia de la Técnica como herramienta fundamental de la acción humana sobre la tierra, sino sobre los efectos contrarios que pueden tener el crecimiento indetenible y la pérdida de vinculaciones espirituales con lo desconocido. El técnico puede *hacer* más que cualquier otro hombre, puede influenciar favorablemente o negativamente el medio y el acaecer telúrico, puede actuar como un *robot* o como un hombre. Mis palabras tienen un propósito muy claro: mover a quienes me escuchan a plantearse la crisis por la que atraviesa nuestra civilización tecnológica y despertar en ellos el deseo de responder a la proposición de cambio interior formulada por Einstein cuando escribió estas frases: "El poder desencadenado del átomo cambió todo salvo nuestras costumbres de pensar y nos deslizamos hacia una catástrofe sin antecedentes... Necesitamos 200.000 dólares inmediatamente para una campaña nacional destinada a hacerle comprender a los hombres que un nuevo modo de pensar se impone, si la humanidad quiere sobrevivir y alcanzar más altos estados".

En efecto, la verdadera revolución se debe operar en el hombre, en nuestra conciencia, en la mente, en la psicología, lo cual implica *reconocernos*, reconocer nuestra acción sobre la tierra en la ambivalencia de sus efectos, reconocer la naturaleza ciegamente tratada como un rival al que había que destruir, *reconocer*, en suma, al mundo cuya visión perdimos al perder la espiritualidad y el gusto por la vida interior.

\* \* \*

Desde los ritos iniciáticos primitivos o los de períodos protohistóricos o históricos, hasta las teorías milenaristas de la actualidad, de las que forma parte el marxismo, está planteada siempre la necesidad de renovación interior traducida a la idea del *hombre nuevo*, tantas veces especulado.

Los rituales de muerte y resurrección de la antigüedad simbolizaron mediante hermosas prácticas secretas, la defunción del antiguo yo y el re-

nacimiento en la luz del conocimiento del nuevo yo. El iniciado podía así resurgir de sí mismo, como una llama. La Pasión de Cristo constituye una grandiosa sobrevivencia del espíritu de esos rituales. El cristiano, durante la Semana Santa, queda invitado a identificarse con el sufrimiento, la muerte y la resurrección de Cristo. Si así actuara desde el fondo de su ser, alcanzaría en esa fecha ritual una singular plenitud resurgente.

Una vez que el pensamiento se apartó de las proyecciones míticas, místicas, simbólicas, analógica para encarar la problemática humana en función de hechos sociales y económicos, no se descartó por eso el sueño del *hombre nuevo* capaz de compenetrase con una sociedad nueva más justa. La Revolución Francesa confió la función regeneradora a las Leyes y también a los verdugos. El socialismo utópico a una suerte de autoregeneración amorosa y mesiánica. El marxismo a la gestión previa policial de una dictadura que se apropiaba de los medios de producción y de distribución de los bienes. Las revoluciones históricas se hicieron con el propósito permanente de transformar la sociedad, dando por descontado que siendo el hombre el producto de aquélla, al cambiar sus normas, cambiaría también el sujeto histórico.

Hemos llegado al punto en que se descubre que la sociedad es más bien el producto de los hombres que la componen, y que para cambiarla, es menester primero cambiarnos nosotros mismos, o cambiar simultáneamente. El cambio implica descondicionamientos psicológicos, variación en los estímulos vitales, en los comportamientos y en las valoraciones. Desde los más diversos puntos de vista —político, psicológico, sociológico, artístico, esotérico, místico— se habla sin cesar de esa necesidad de cambio y, no obstante las experiencias revolucionarias habidas distan mucho de ofrecer un nuevo modelo de comportamiento humano. Basta leer la literatura disidente de la U.R.S.S. y de otros países satélites suyos, para advertir que el *hombre nuevo*, pregulado inicialmente como el producto legítimo de esa transformación política, social y económica, no se encuentra por lado alguno. Y más bien, como lo apuntó Marcuse, se regresa a un sistema de dominación más estable y más represivo. Sin duda alguna el reforzamiento del Estado, patrón único y dispensador omnípotente de cargos y fuentes de trabajo, así como el ahogo de toda discrepancia, retrotrae la sociedad a un respecto fetichista y acobardado por el poder de aquel que propicia toda clase de abyecciones, delaciones y sumisiones. ¡Cuán lejos se está de la realización mítica de un *hombre nuevo*!

Desde los orígenes de la aventura humana hay quienes se han preocupado por indagar la naturaleza profunda del hombre y han descubierto en ella la realidad del ser y del no ser. Pero también desde los orígenes se inició el proceso de acumulación egoísta y egolátrica, de mecanización del

pensamiento, de dependencia, de fragmentación del ente, de expansión del afán de posesión y dominio. Los seres humanos están requeridos por la indagación primera o bien por el afán de triunfo. Hay quienes ignoran lo uno y lo otro. Subsisten vegetativamente. En la actualidad, el crecimiento demográfico y la explosión tecnológica tornan más compleja y alienante la vida, crean circunstancias de compulsión desesperantes, contribuyen a desintegrar la psicología individual, a neurotizar a la sociedad misma. En los momentos en que se inicia la conquista del espacio, hazaña que debería llenar de entusiasmo a la humanidad y, en especial a la juventud, cunden como una marejada destructora, las rebeliones juveniles y, otros jóvenes se hunden en la autodestrucción o en el crimen bajo el dominio de las drogas. Cada vez resulta más difícil soportar la vida social, los constreñimientos a que obligan la gran producción y la gran población, el terror ante las perspectivas de una guerra nuclear. *El hombre de esta era se caracteriza por la angustia y por el miedo.* Mientras se abre ante nosotros el espacio cósmico, se entenebrece más y más la psíquis y se anquilosa más y más la vitalidad y para ninguna persona que ahonde en la experiencia histórica, cabe creer aún en los efectos salvadores de las panaceas políticas. Como lo señala Wilhelm Reich, el fallecido psiquiatra visionario: "No habrá paz en la tierra mientras los dirigentes políticos continúen dirigiendo masas de individuos neuróticos". Sin embargo, se vuelve a incurrir en el mesianismo revolucionario "milenarista", olvidados de que en el transcurrir de la historia millones de seres han sido sacrificados en aras de ideas salvadoras, sin que se haya alcanzado otra situación que la expuesta en este trabajo.

Estamos, pues, en un momento culminante de crisis. Los rasgos neuróticos de la sociedad contemporánea aumentan sin cesar. Causas profundas se añaden a causas superficiales y quizás sea llegada la hora de escuchar un mensaje de cambio y de liberación interiores que comprometan al ente humano, en la parte más profunda de su existencia. La mutación que se está operando requiere, en efecto, *un nuevo sujeto histórico, un hombre nuevo*, capaz de usar en forma equilibrada el progreso técnico y de mantener una libertad interior invulnerable, mientras desarrolla una intensa actividad exterior, no entendida como expansión del ego y acumulación de bienes, sino como un estado de comunión con todo, tan cercano a la vida como a la muerte, al ser como al no ser, al existir como a la nada.

La revolución tecnológica y sus implicaciones en los campos de la demografía, de la política, de la economía, no puede reducirse solamente a las estructuras de poder, sino que se impone, de un modo más urgente, una revolución sicológica de la persona humana. Esa revolución implica un abandono interior de los móviles y condicionamientos seculares, y una explosión de la

conciencia. Al final de esa mutación, concebido por unos de un modo abrupto y por otros de una manera progresiva, está un nuevo estado, con la posibilidad de una transformación en nuestro comportamiento, tan rapaz y carnívoro, tan esclavizado a los hábitos, a la urgencia acumulativa de los instintos inferiores. Ni el arte, ni la política, ni la ciencia, ni la religión cuando se estratifica dogmáticamente en iglesias, ni la psiquiatría, ni mucho menos la expansión victoriosa del *yo*, aproximan a esa renovación interior, a ese nuevo estado, a esa liberación sicológica, que pudiera propiciar, más allá de lo que se entiende hoy por amor confundido como anda casi siempre con el deseo de posesión, el entendimiento y la paz entre los seres humanos. La cultura occidental, el racionalismo, no satisfacen esta proposición. En cambio existen muchas vías ya transitadas y probadas por seres liberados, que conducen a esa posibilidad. No me corresponde señalar alguna. Si lo hiciera incuriría en el crimen intelectual de creerme poseedor de la verdad. Existen, y eso basta. Que cada quien encuentre la suya.

Entonces esos *hombres nuevos* podrán esperar en paz, con dignidad desconocida, hasta ahora, la Nada a la que regresará nuestro mundo, no por obra de nuestra voluntad destructiva, sino por la gravitación natural del cosmos del cual nació y en el cual se ha de desintegrar.

Caracas, 1974.

## **ELEMENTOS MORFOLOGICOS PRINCIPALES DEL OCEANO Y DIFERENCIA ESENCIAL DE LA BATIMETRIA GLOBAL DE LAS SEMIESFERAS DEL NORTE Y DEL SUR DE LA TIERRA**

**Por: GURGUEN P. TAMRAZIAN**  
Miembro Correspondiente Extranjero  
de la Academia

El fondo del Océano se divide en cuatro partes según la profundidad; estas cuatro partes son: bancos de arena (0-0,2 km); plataforma continental (0,2-2 km); lechos de los océanos (2-6 km); cavidades muy profundas (más de 6 km). Son bastante condicionales los límites entre los elementos morfológicos principales del fondo del océano.

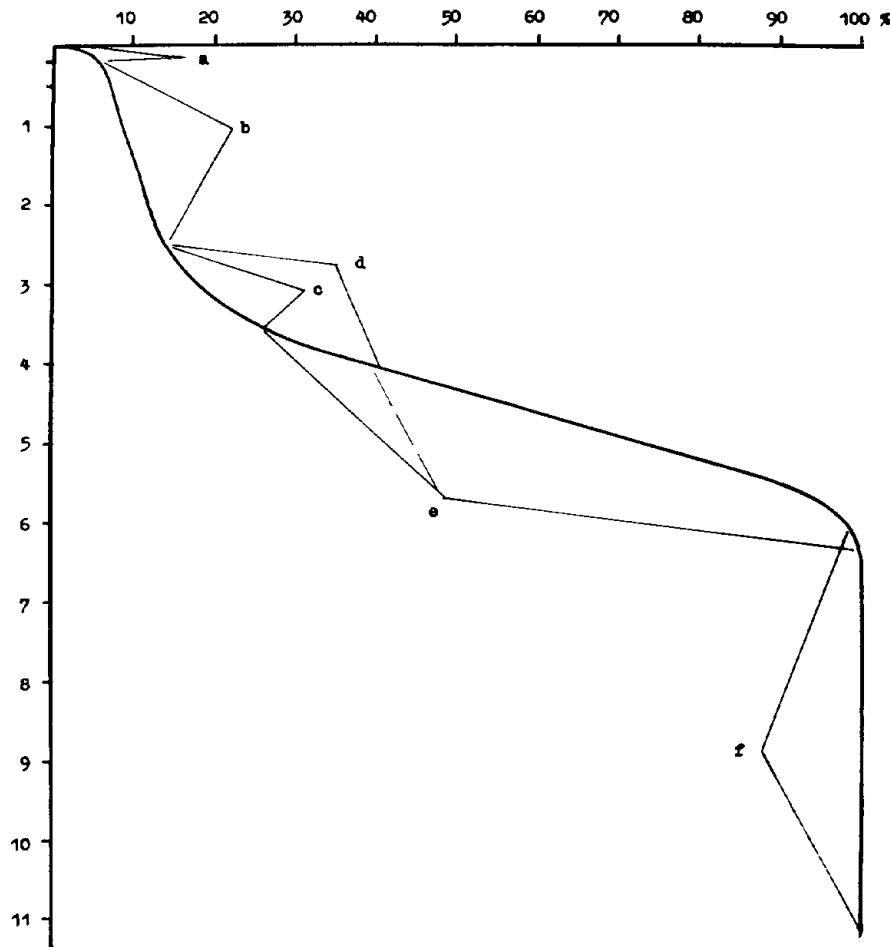
Los datos de batimetría y morfología del Océano permiten distinguir 5 elementos morfológicos principales: bancos de arena continentales; pendiente continental, a veces también pendiente oceánica; sierras y lomas subacuáticas; lecho oceánico; canales o cavidades de gran profundidad.

Examinemos sus relaciones teniendo en cuenta las particularidades globales principales de la modificación de la estructura morfológica planetaria determinada a base del análisis de los datos estadísticos de la batimetría; hay que tener en cuenta las particularidades de la modificación de estos datos según las semiesferas. Se ve muy claramente en la curva hipsométrica del Océano Pacífico compuesta según nuevos datos los elementos morfológicos principales de los océanos (dib. I).

La distribución de los bancos de arena refleja la distribución de los continentes porque los bancos de arena representan de sí una parte subacuática de la superficie continental. En la semiesfera del norte se encuentran los 67,4% de la superficie continental y los 71,7% de la superficie de los bancos de arena; en la semiesfera del sur hay 32,6% de la superficie continental y los 28,3% de la de los bancos de arena. En la semiesfera del norte los bancos de arena superan en 4% a los continentes; en la semiesfera del sur la superficie de los bancos de arena es menos del 4% de la superficie continental. El límite entre el banco de arena y la pendiente continental para el Océano está a la profundidad de 0,2 km. Los 7,7% de la superficie oceánica tienen la

profundidad de 0-0,2 km. Los bancos de arena son muy característicos para la semiesfera del norte donde su superficie es de 2,5 veces mayor que en la semiesfera del sur.

La distribución superficial de las pendientes continentales que representan de sí los bordes de los continentes debe también reflejar la distribución de los continentes según las semiesferas.



Dib. 1.—Curva batimétrica del Océano Pacífico y los elementos morfológicos principales de su fondo

a) banco de arena; b) pendiente continental; c) pendiente oceánica; d) lomas y sierras subacuáticas; e) lecho oceánico; f) canales muy profundos.

Se ve muy bien en la parte hipsométrica superior de la pendiente continental y se ve peor al pie de la cuesta (tabla I).

A la profundidad de 0,2-1 km. en la semiesfera del norte la superficie de la pendiente continental es 1,5 veces mayor que en la semiesfera del sur; a las profundidades de 1 hasta 2 km. el papel de la semiesfera del norte sigue disminuyéndose y desaparece.

La pendiente continental se encuentra también a las profundidades de 2-3 km. pero ocupa solamente una parte de la superficie oceánica correspondiente a esas profundidades; allí, a las profundidades de 2-3 km. se siente la influencia de tres elementos morfológicos principales del fondo del Océano. Primero, influencia de la costa continental al cual corresponden frecuentemente los mares intercontinentales, mediterráneos y extremos. Segundo, influencia de las sierras subacuáticas. Tercero, influencia de las elevaciones apartes del lecho oceánico.

Los elementos morfológicos heterogéneos que se unen a la profundidad de 2-3 km. causaron diferentes opiniones de los exploradores que marcaban el límite inferior de la cuesta continental a varias profundidades: (a 2 km., 2,5 km. y 3 km. y más).

La parte superior del grado de 2,3 km. caracteriza sin duda a la pendiente continental. La profundidad de 2,5 km. corresponde al límite medio de la pendiente continental. Del punto de vista de E. Kossina (1931) la pendiente continental termina a la profundidad de 2.430 m.

La pendiente situada a la profundidad de 2-3 km. no es característica en general para el tipo de la pendiente continental, situado al nivel más alto que 2 km.; aquella pendiente representa por sí sobre todo una pendiente oceánica caracterizando la transición al lecho oceánico (una pendiente continental-oceánica de transición).

Se puede opinar condicionalmente que las profundidades de 2-2,5 km. caracterizan las partes inferiores de la pendiente continental, y las de 2,5-3 km. corresponden a las partes superiores de la pendiente oceánica. Se ve muy bien en la parte noroeste del Océano Pacífico donde no hay mares extremos y el océano tiene contacto directo con el continente. La pendiente continental termina allí por un rayo estrecho de las profundidades de 2-2,5 km. y por un rayo ancho de las profundidades de 2,5-3 km. se comienza la pendiente continental que pertenece ya sin duda a una cavidad oceánica. En general, la pendiente continental 0,2-2,5 km. corresponde a los 10% de toda la superficie del Océano. La misma cantidad de los por cientos de la superficie oceánica corresponde a la cuesta oceánica (2,5-3 km.).

TABLA 1  
SUPERFICIES DEL OCEANO SEGUN LOS GRUPOS  
( $10^6$  km $^2$ )

Profundidad (km.)													$10^6$ km $^2$	en %	
	Latitud	0-0,2	0,2-1	1-2	2-3	3-4	4-5	5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11		
80-90°N	0,33	0,39	0,47	0,71	1,11	0,51								3,52	0,98
70-80	3,51	2,13	0,80	0,93	0,79									8,16	2,26
60-70	2,83	1,23	0,75	0,62	0,05									5,58	1,54
50-60	3,23	1,05	0,88	1,28	2,84	1,21	0,30	0,102	0,036					10,93	3,03
40-50	1,77	0,77	0,60	1,26	1,91	3,29	5,10	0,25	0,066	0,013	0,004	—	—	15,03	4,16
30-40	1,67	0,90	0,99	1,27	1,80	4,44	8,98	0,748	0,022	0,011	0,006	—	—	20,84	5,77
20-30	2,31	0,92	1,04	1,32	2,45	6,36	9,63	1,041	0,028	0,008	0,003	—	—	25,11	6,95
10-20	1,73	1,00	1,36	2,21	6,27	8,33	9,81	0,715	0,082	0,032	0,007	0,001	—	31,55	8,73
0-10	2,36	0,63	1,25	2,70	7,33	14,67	4,80	0,212	0,041	0,021	0,003	0,002	—	34,0	9,42
0-10°S	1,95	0,87	1,31	1,87	6,61	14,36	6,54	0,162	0,016	0,003	0,0003			33,70	9,33
10-20	1,97	0,74	1,23	2,99	7,95	11,29	6,53	0,665	0,013	—	—	—	—	33,37	9,24
20-30	0,81	0,68	1,32	2,60	8,26	11,89	5,17	0,126	0,030	0,012	—	—	—	30,90	8,53
30-40	1,08	0,51	1,05	2,68	8,86	11,00	6,99	0,072	0,017	0,005	0,0007	0,0001	—	32,27	8,94
40-50	0,88	0,71	0,77	2,19	8,48	10,89	6,65	0,061	—	—	—	—	—	30,53	8,45
50-60	0,44	0,50	0,59	2,46	6,51	10,61	4,16	0,088	0,032	0,004	—	—	—	25,40	7,03
60-70	0,32	1,05	0,47	1,72	4,04	6,74	2,77	0,005	0,001					17,12	4,74
70-80	0,35	1,14	0,20	0,24	0,60	0,60	—	—						3,13	0,87
Semiesfera del norte	19,79	9,07	8,14	12,30	24,55	38,81	38,62	3,07	0,27	0,085	0,023	0,003	154,74	42,84	
Semiesfera del sur	7,80	6,20	6,95	16,65	51,31	77,38	38,81	1,18	0,11	0,024	0,001	—	206,42	57,16	
Suma en %	27,59	15,27	15,09	28,95	75,86	116,19	77,43	4,25	0,38	0,11	0,024	0,003	361,16	100,0	
	7,64	4,23	4,18	8,02	21,00	32,17	21,43	1,18	0,11	0,03	0,01	—	100,0	100,0	

Las sierras y lomas subacuáticas son una de las más importantes particularidades del fondo del Océano y ocupan casi 13% de su superficie. Esas sierras y lomas son muy típicas para la forma del fondo de la semiesfera del sur donde su superficie es de 2-2,5 veces mayor que en la semiesfera del norte.

Las lomas subacuáticas están situadas a las profundidades de 2,5-4 km. (a las profundidades de 2,5-3 km. ocupan  $\frac{2}{3}$  de la superficie de esos grados batimétricos del Océano). El lecho oceánico se encuentra a la profundidad más baja que 4 km. Las lomas subacuáticas ocupan también cerca de una mitad de la superficie del fondo oceánico, su papel se disminuye a las profundidades menores.

El lecho oceánico ocupa inmensos espacios del Océano, a la profundidad de 4-6 km. ocupa cerca de 54% de toda la superficie oceánica. Además, casi la mitad de la superficie a la profundidad de 3-4 km. también pertenece al lecho oceánico y, por fin, las partes más profundas de las cavidades oceánicas están situadas más profundamente que a las de 6 km. (6-7 km. y rara vez, más profundamente). En general, el lecho oceánico ocupa más de 65% de toda la superficie oceánica. La máxima superficie del fondo del Océano corresponde al grado de 4-5 km. donde están  $116,2 \times 10^6 \text{ km}^2$  o los 32,2% de toda la superficie oceánica. En este grado que es principal para el lecho oceánico los  $38,8 \times 10^6 \text{ km}^2$  se encuentran la semiesfera del norte, es decir, la superficie dos veces menor que en la semiesfera del sur ( $77,4 \times 10^6 \text{ km}^2$ ). Entonces, se puede considerar el lecho oceánico como una estructura típica de la semiesfera del sur.

A la profundidad de 3-4 km. se refiere a la semiesfera del sur una superficie dos veces mayor de la que se refiere a la semiesfera del norte —  $51,3 \times 10^6 \text{ km}^2$  y  $24,5 \times 10^6 \text{ km}^2$ .

A la profundidad de 5-5,5 km. la semiesfera del sur también guarda su característica, conservando los 58% de toda la superficie oceánica (tabla 2).

Pero, más profundamente (5,5-6 km.) sigue dominando la semiesfera del norte donde está concentrada la superficie oceánica de este grado dos veces mayor que la de la semiesfera del sur. Se puede decir entonces que tiene lugar a las profundidades mayores de 5-5,5 km. un proceso global que tiene mucha intensidad en la semiesfera del norte.

Se siente mucho esta particularidad a las profundidades de 6 km. y más, donde los 74% de la superficie del lecho oceánico se refieren a la semiesfera del norte. Los canales oceánicos también tienen esa particularidad que consiste en lo siguiente: las partes más profundas del Océano están en

TABLA 2

Distribución de la superficie del Océano en las semiesferas del norte y del sur de la Tierra según los elementos morfológicos del relieve subacuático situado a mucha profundidad.

Superficie	Semiesfera	Profundidades (km)								
		3-4	4-5	5-5,5	5,5-6	6-7	7-8	8-9	9-10	10-11
<i>Cavidades oceánicas</i>										
$10^6 \text{ km}^2$	Semiesfera del norte	24,55	38,81	23,13	15,5	2,55	0,02	—	—	—
	Semiesfera del sur	51,31	77,38	32,55	6,26	0,87	—	—	—	—
<i>Canales oceánicos</i>										
	Semiesfera del norte	—	—	—	—	0,52	0,25	0,09	0,02	0,01
	Semiesfera del sur	—	—	—	—	0,31	0,11	0,02	0,01	0,01
<i>Cavidades oceánicas</i>										
en %	Semiesfera del norte	32	33	42	71	74	100	—	—	—
	Semiesfera del sur	68	67	58	29	26	0	—	—	—
<i>Canales oceánicos</i>										
	Semiesfera del norte	—	—	—	—	63	70	77	96	100
	Semiesfera del sur	—	—	—	—	37	30	23	4	0

la semiesfera del norte, mientras que la superficie principal del Océano se encuentra en la semiesfera del sur.

Los canales oceánicos representan de sí el elemento morfológico más profundo del Océano. Esos canales situados a la profundidad de 6-11 km. se refieren a la semiesfera del norte. Ocupan cerca de 0,4% de la superficie del Océano a lo largo de la isóbata más profunda de 6 km. En la semiesfera del norte dominan los 2 de los 5 elementos morfológicos principales del Océano que son los bancos de arena y la pendiente continental (los más elevados elementos batimétricos), otros 2 elementos situados más abajo (lomas y sierras oceánicas, lecho oceánico) que son la parte principal del Océano dominan en la semiesfera del sur; por fin, el más profundo elemento del fondo oceánico (canales y fondos del lecho oceánico) dominan de nuevo en la semiesfera del norte.

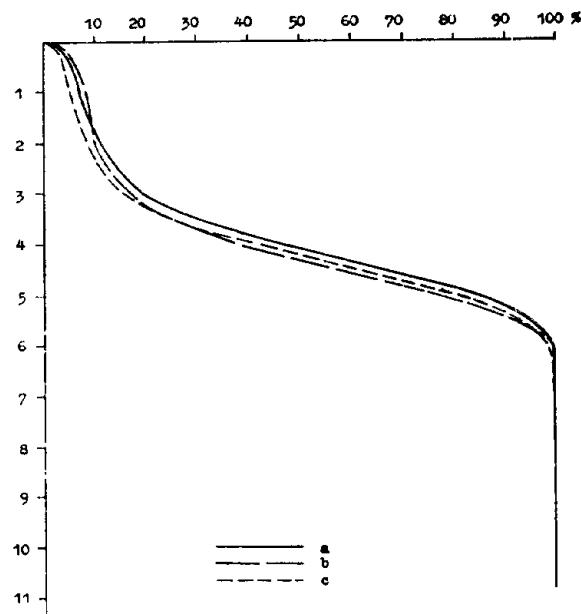
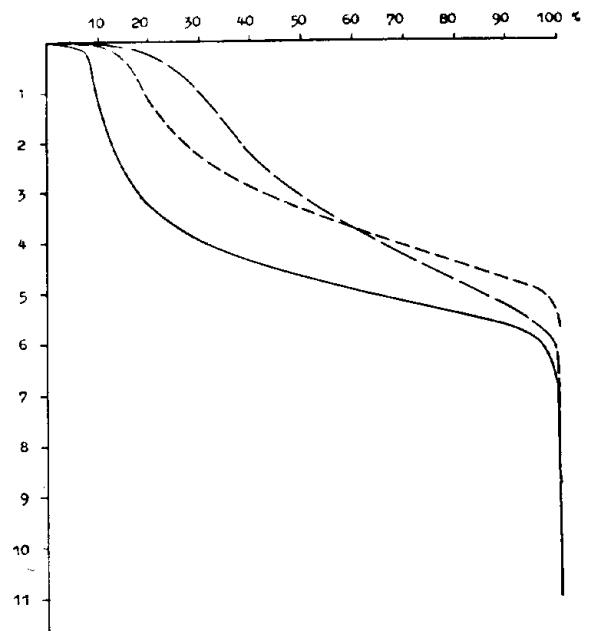
El primer par de los elementos ocupa unos 19% de la superficie; el segundo par cerca de 74% y el último elemento cerca de 7%.

No hay límites precisos entre los elementos morfológicos, sus bordes se sobreponen muy frecuentemente; no se puede dividir el Océano precisamente según los intervalos de las profundidades porque esa división no contiene cualquier sentido genético.

Aunque los bordes de los elementos morfológicos principales se sobrepongan hipsométricamente, cada uno tiene su esfera de la influencia batimétrica donde juegan un papel principal. Se distinguen muy claramente los bancos de arena continental, lecho oceánico y canales de mucha profundidad. Las sierras también tienen posición determinada y su esfera de la influencia se refiere primeramente a las profundidades de 2,5-4 km. aunque se encuentren a estas profundidades los bordes de las pendientes oceánicas y continental y del lecho oceánico.

Las curvas batimétricas de los océanos situados en ambas semiesferas de la Tierra subrayan el papel de los elementos morfológicos de la estructura del fondo (dib. 2).

Ambas semiesferas se distinguen mucho una de la otra. Los bancos de arena, las pendientes continental y oceánica tienen poca extensión en la semiesfera del sur. Lo mismo se puede decir sobre todos los océanos, las dimensiones correspondientes de todos los océanos son muy parecidas y subrayan las particularidades planetarias (la superficie de las profundidades de 0-3 km. es igual a los 16,8% en los Océanos Indico y Atlántico y a los 19,7% en el Pacífico).



Dib. 2.—Curvas batimétricas de los océanos según las semiesferas.  
 Océanos: a) el Pacífico; b) el Atlántico; c) el Indico.  
 Arriba está - la semiesfera del norte;  
 Abajo - la semiesfera del sur.

En la semiesfera del norte tiene lugar una mayor extensión de las superficies de dichas profundidades que juegan un papel más significante en la batimetría (la superficie de las profundidades de 0-3 km. es igual a los 17,9% en el Pacífico, a los 41,9% en el Índico, a los 48,6% en el Atlántico). Pues, los 42-48% de la superficie de los Océanos Índico y Atlántico en la semiesfera del norte están ocupados por las profundidades y ocupan solamente 16,8% de la superficie de ambos océanos; en estos océanos las superficies a la profundidad de 0-3 km. son 2-4 veces mayores que en la semiesfera del sur.

Marcada amplia diferencia para las profundidades de 0-3 km. de las dimensiones de las superficies (en los por cientos) de distintos océanos de la semiesfera del norte sigue conservándose para las profundidades de 3-6 km. (los 76,6% en el Pacífico; los 58,1% en el Índico y los 50,3% en el Atlántico).

En la semiesfera del sur la superficie relativa del fondo es casi igual en los tres océanos (a las profundidades de 3-6 km. es igual a los 79,2% en el Pacífico, 81,9% en el Índico y 82,8% en el Atlántico), mientras que sus dimensiones absolutas son diferentes ( $78,4 \times 10^6 \text{ km}^2$  en el Pacífico,  $51,3 \times 10^6 \text{ km}^2$  en el Índico,  $37,8 \times 10^6 \text{ km}^2$  en el Atlántico).

Entonces, podemos observar tres particularidades principales de la distribución del fondo oceánico de ambas semiesferas de la Tierra. Estas particularidades son:

- 1) el papel relativo de la superficie de distintos grados batimétricos es muy diferente en los océanos de la semiesfera del norte y al contrario, es muy parecido en los océanos de la semiesfera del sur;
- 2) El papel de los grados de poca profundidad (0-3 km.) es significante en la semiesfera del norte y no tiene ninguna significación en la del sur (la diferencia es igual a 2-4 veces);
- 3) la mayor parte de las profundidades oceánicas (6-11 km) se refiere a la zona de la compresión del elipsode terrestre de la revolución (entre el ecuador y 35 paralelos críticos), se refiere principalmente a la parte del norte de esta zona (casi 63%) y en general a la semiesfera del norte del planeta (72,5% de la superficie).

## LITERATURA

Kossina E. Erdoberfläche. Handbuch der Geophysik, Lief 3-11. Berlin, 1933.



# APLICACION DE LAS INTEGRALES DE LAPLACE PARA SOLUCIONAR ECUACIONES INTEGRALES

Por: R. U. VERMA

## RESUMEN

En este trabajo se transforman ciertas ecuaciones integrales que contienen como núcleo la función  $H$  (1, p. 49), introduciendo nuevos factores de la función Gamma en el integrando, por medio de operadores  $L$  dentro de otras ecuaciones integrales, por un núcleo simétrico de Fourier indicada por Fox (4), y así la solución es inmediata.  $L$  y  $L^{-1}$  denotan las trasformadas de Laplace y sus inversas.

1) INTRODUCCION: Fox [2], [3], y Verma [8] han mostrado que los operaciones  $L$  y  $L^{-1}$ , cuando actúan sobre el tipo de integrales de Mellin, tienen la facultad de anular o introducir nuevos factores de la función Gama en el integrando. Aquí hemos empleado la facultad de  $L$  de introducir nuevos factores de la función Gama en el integrando para transformar las ecuaciones integrales dadas en otra ecuación integral con un núcleo simétrico de Fourier dadas por Fox [4] y entonces la solución es inmediata. Como estas funciones de núcleo simétrico de Fourier es una generalización de una gran variedad de funciones que aparecen frecuentemente en problemas de análisis y física, matemática, nuestro problema puede ser de interés general.

$$(1.1) \quad \int_0^\infty H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c|c} xu & (a_i; e_i)_{1; 2\rho} \\ & (b_i; c_i)_{1; \nu} \end{array} \right) f(u) du = \phi(x);$$
$$(x > 0),$$

donde  $\Phi$  es dada y  $f$  es la función por encontrarse, se consideran aquí,

En (1.1),

$$H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c|c} x & (a_i; e_i)_{1; 2\rho} \\ & (b_i; c_i)_{1; \nu} \end{array} \right)$$

(1.2)

$$= (2\pi i)^{-1} \int_T \frac{\prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i s)}{\prod_{i=1}^q \Gamma(b_i + c_i - c_i s) \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i + e_i s)} x^{-s} ds ;$$

y se hacen las siguientes hipótesis:

- (i)  $c_i > 0$ ,  $i = 1, \dots, q$ ;  $e_j > 0$ ,  $j = 1, \dots, p$ ;
- (ii) todos los polos del integrando de (1.2) son sencillos;
- (iii) el contorno  $T$  es una línea recta paralela al eje imaginario en  $(=\sigma + i\tau)$  el plano  $s$  y los polos de  $\Gamma(a_i - e_i s)$ ,  $i = 1, \dots, p$ , caen a su derecha;
- (iv)  $D = \sum_1^q c_i - 2 \sum_1^p e_i > 0$ ;
- (v)  $\operatorname{Re}(a_j) > e_j/2D$ ,  $j = 1, \dots, p$ ;  $\operatorname{Re}(b_j) \geq c_j/2D$ ,  $j = 1, \dots, q$ .

Podemos escribir (1.2) en la forma:

$$(1.3) \quad H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c} (a_i; e_i) 1; 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, \nu \end{array} \right) = (2\pi i)^{-1} \int_T M_{\nu, 2\rho}(s) x^{-s} ds ,$$

$$(1.4) \quad M_{\nu, 2\rho}(s) = \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i s) \left\{ \prod_{i=1}^q \Gamma(b_i + c_i - c_i s) \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i + e_i s) \right\}^{-1}$$

Con objeto de abreviar, escribiremos  $H_{2\rho, \nu}^{0, \rho}(x)$  como parte izquierda al (1.3).

De (1.3), resulta que

$$(1.5) \quad M \left[ H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c} (a_i; e_i) 1; 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, \nu \end{array} \right) \right] = M_{\nu, 2\rho}(s) ;$$

donde  $M$  denota la transformada de Mellin.

Estimamos ahora el comportamiento asintótico  $M_{\nu, 2\rho}(s)$ ,  $s = \sigma + i\tau$ ,  $\sigma$  y  $\tau$  real siendo  $|\tau|$  grande. Para grandes  $s$  el desarrollo asintótico de la función Gama [7] está dado.

$$(1.6) \quad \log \Gamma(s+a) = (s+a - \frac{1}{2}) \log s - s + \frac{1}{2} \log(2\pi) + O(s^{-1}),$$

donde  $|\arg s| < \pi$ , y  $O$  es el símbolo usual de orden. Para hallar el desarrollo convergente de  $M_{\nu,2\rho}(s)$  para grandes  $|\tau|$ , reemplazamos las funciones Gama que contiene  $-s$  en aquellas que contienen  $+s$  con ayuda de la relación.

$$(1.7) \quad \Gamma(z) \Gamma(1-z) = \pi \cosec \pi z.$$

Luego usando (1.6) y las hipótesis (i), (iv) y (v), se puede obtener

$$(1.8) \quad M_{\nu,2\rho}(s) = |\tau|^{D(\sigma-1/2)} \exp\{i\pi(D \log |\tau| - B)\} \{Q + O(|\tau|^{-1})\},$$

donde  $Q$  es una constante que puede tener un valor cuando  $\tau$  es grande y positivo y otro valor cuando  $\tau$  es grande y negativo. De (1.8), sigue que si  $C < 1/2$  luego la integral de (1.3) es uniformemente convergente con respecto a  $x$ . Se puede extender al caso  $\sigma = 1/2$ .

En esta sección encontramos el desarrollo asimptótico de

$H_{2\rho,\nu}^{0,\rho} \left\{ x \begin{smallmatrix} (a_i, e_i)_{1,2\rho} \\ (b_i, c_i)_{1,\nu} \end{smallmatrix} \right\}$ , donde  $x$  es grande y positiva con un término de error  $O(x^{-\infty})$ , donde  $O$  es el símbolo de orden.

TEOREMA 1. Si,

$$(i) \quad D = \sum_1^v c_i - 2 \sum_1^p e_i > 0;$$

$$(ii) \quad \alpha = \prod_1^v (c_i|D) \prod_1^p (e_i|D)^{-2} e_i | D;$$

$$(iii) \quad \beta = \alpha^p; K = \sum_1^v (b_i + c_i) - 2 \sum_1^p a_i;$$

$$(iv) \quad c_i > 0, i=1, \dots, q; e_i > 0, i=1, \dots, p;$$

$$(v) \quad x \text{ es real y positiva};$$

(vi) para  $\sigma_0 > 1/2$ ,  $N$  dada, indica el mayor entero en  $\{D(2\sigma_0-1)+3\}/2$  y  $M_j$  indica el mayor entero positivo en  $\{e_i\sigma_0 - \operatorname{Re}(a_i)\}$ ,  $i=1, \dots, p$ ;

$$(vii) \quad \operatorname{Re}(b_i) > 0, i=1, \dots, q;$$

$$\operatorname{Re}(a_i) > e_i/2, i=1, \dots, p;$$

(viii)  $q-p$  es impar entero positivo;  
luego

$$(1.9) \quad \begin{aligned} & H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c} (a_i - e_i) 1, 2\rho \\ x (b_i, c_i) 1, \nu \end{array} \right) \\ & = (x|\beta)^{(1-D)/2D} \sum_{j=0}^N \nu_j (x|\beta)^{-j|D} \sin \left\{ (K-j + \frac{1-D}{2}) (\pi/2) + (x|\beta)^{1/D} \right\} \\ & \quad + \sum_{j=1}^{\infty} x^{-a_j|e_j} \left( A_j + B_j x^{1|e_j} + \dots + U_j x^{-M_j|e_j} \right) \\ & \quad + 0 \left( x^{-\sigma_0} \right), \end{aligned}$$

donde  $\nu_j$ ,  $j=0, 1, \dots, N$ ;

$$A_j, B_j, \dots, U_j; j=1, \dots, p;$$

son constantes dependientes de los parámetros

$$a_i, e_i; i=1, \dots, p;$$

$$b_i, c_i; i=1, \dots, q;$$

pero independientes de  $x$ .

Si  $q-p$  es un entero par positivo (en lugar de la condición (viii)) entonces en la expresión anterior debemos reemplazar el seno por coseno. La demostración de esta teorema así del mismo tipo del de Fox [4, p. 417].

## 2. LAS TRANSFORMADAS DE LAPLACE Y MELLIN

La transformada de Laplace de  $\Phi(x)$  se define por

$$(2.1) \quad L\{\Phi(x)\} = \int_0^\infty e^{-xt} \Phi(x) dx = \psi(t).$$

si  $M[h(u)] = H(s)$  y  $M[f(u)] = F(s)$  luego

El teorema de Mellin-Parseval establece que

$$(2.2) \quad \int_0^\infty h(u) f(u) du = (2\pi)^{-1} \int_C H(s) F(1-s) ds,$$

donde  $C$  es un contorno conveniente en el plano  $s$ .

### 3. LA INTEGRACION DE (1.1) ES UNA ECUACION INTEGRAL

TEOREMA 2. Si,

- (i)  $\operatorname{Re}(b_i) > -c_i/2$ ,  $i=1, \dots, q$ ;  $c_i > 0$ ,  $i=1, \dots, q$ ;
- (ii)  $f(x) \in L_2(0, \infty)$ ;
- (iii)  $s^{D(s-1/2)} F(1-s) \in L(1/2-i\infty, 1/2+i\infty)$ ;
- (iv)  $F(1-s) \in L(1/2-i\infty, 1/2+i\infty)$ ;
- (v)  $y^{-1/2} f(y) \in L(0, \infty)$  donde  $f(y)$  es variación limitada cerca del punto  $y=x$ , luego la solución en (1.1), como una ecuación integral de  $f(u)$  es

$$(3.1) \quad f(x) = \int_0^\infty H_{2\rho, 2\nu}^{0, \rho} \begin{pmatrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, 2\nu \end{pmatrix} \times$$

$$\times [t^{b_1} L \{ \dots [t^{b_{\nu-1}} - 2 L \{ \dots [u^{v-1} L \{ \tau^{v-1-1} [t^{b_{\nu}} L \{$$

$$L \{ u^{b_{\nu-1}} \Phi(u^{-c_{\nu}}) \} \}_{t=1/(1/\tau)}^{(c_{\nu-1}/c_{\nu})} \dots \}_{t=u^{1/c_{\nu}}}^{1/c_{\nu}} du .$$

DEMOSTRACION. En primer lugar llevamos (2.2) a la parte izquierda de la ecuación (1.1). Para valores grandes positivos de  $u$  y  $x > 0$ , su desarrollo asintótico de  $H_{2\rho, \nu}^{0, \rho}(x)$  discutido en (1.9), nos da

(3.2)

$$H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \begin{pmatrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, \nu \end{pmatrix}$$

$$= (xu/\beta)^{(1-D)/2D} \sum_{j=0}^N v_j (xu|\beta)^{-j|D} \sin \{ (K-j+(1-D)/2)\pi/2 + (\frac{xu}{\beta})^{1/D} \}$$

$$+ \sum_{j=1}^{\rho} (xu)^{-a_j|e_j} \{ A_j + B_j (xu)^{-1|e_j} + \dots + U_j (xu)^{-M_j|e_j} \}$$

$$+ 0 \left( u^{-\sigma_0} \right) ,$$

donde  $v_j$ ;  $j=0, 1, \dots, N$ ;

$A_j, B_j, \dots, U_j$ ;  $j=1, \dots, p$ ;  
son constantes que dependen de los parámetros

$a_i, e_i$ ;  $i=1, \dots, p$ ,  
 $b_i, c_i$ ;  $i=1, \dots, q$ ;

pero son independientes de  $x, u$ .

Resulta de (3.2) que  $H_{2\beta, \nu}^{0, \rho}(xu) \in L_2(0, \infty)$ . Este resultado combinado con la condición (ii),  $f(u) \in L_2(0, \infty)$ , justifica el uso del Teorema 72, p. 95 [6], con  $k=\frac{1}{2}$ , de modo que podemos aplicar (2.2) en el lado izquierdo de (1.1). Usando (1.4), obtenemos

$$(3.3) \quad \Phi(x) = (2\pi i)^{-1} \int_{\frac{1}{2}-i\infty}^{\frac{1}{2}+i\infty} M_{\nu, 2\beta}(s) x^{-s} F(1-s) ds, \quad (x>0),$$

donde  $M_{\nu, 2\beta}(s)x^{-s}$  y  $F(s)$  son transformadas de Mellin de  $H_{2\beta, \nu}^{0, \rho}(xu)$  y  $f(u)$  respectivamente, y el contorno en el plano-s es la línea recta  $s=\frac{1}{2}+i\tau$ ,  $\tau$  varía de  $\alpha$  a  $\infty$ .

En esta parte de la demostración trataremos de introducir nuevos factores de la función Gama en el integrando (3.3), por el uso de la capacidad del operador  $L$  de introducir nuevos factores de la función Gama. En primer lugar introduciremos el factor de orden  $q$  de la función Gama  $\Gamma(b_\nu + c_\nu s)$  en el integrando usando la técnica del operador  $L$ . Luego, de modo similar, podemos introducir los otros factores de orden  $(q-1)$ , esto es  $\Gamma(b_1 + c_1 s), \dots, \Gamma(b_{q-1} + c_{q-1} s)$ , y así, llegaremos a un resultado con núcleo simétrico de Fourier y la solución es luego inmediata.

Ahora usamos el operador  $L$  para llevar el factor de la función Gama  $\Gamma(b_\nu + c_\nu s)$ ,  $c_\nu > 0$ ,  $\operatorname{Re}(b_\nu) - c_\nu/2$  en el integrando de (3.3).

Considerando  $\Phi(x^{-c_\nu})$  llegamos al resultado:

$$(3.4) \quad \Phi(x^{-c_\nu}) = (2\pi i)^{-1} \int_{\frac{1}{2}-i\infty}^{\frac{1}{2}+i\infty} M_{\nu, 2\beta}(s) x^{c_\nu s} F(1-s) ds$$

Usando el operador  $L$ , encontramos

$$L \{ x^{b_\nu - 1} \Phi(x^{-c_\nu}) \}$$

(3.5)

$$= \int_0^\infty e^{-tx} x^{b_v-1} \{ (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) x^{c_v s} F(1-s) ds \} dx .$$

Ahora con (1.8) podemos escribir para  $|\tau|, s = 1/2 + i\tau$  grandes

$$(3.6) \quad M_{v, 2p}(s) F(1-s) = s^{D(s-1/2)} F(1-s) \{ Q_1 + O(s^{-1}) \} ,$$

donde  $Q_1$  es una constante que puede tener un valor cuando  $\tau$  es grande y positiva y otro valor cuando  $\tau$  es grande y negativa.

Ya que  $s = 1/2 + i\tau$ , tiene potencias reales de  $x$  en (3.5) es  $\operatorname{Re}(b_v) + 1/2 c_v - 1$ , la cual por la condición (i) excede a  $-1$ . También por (3.6) y la condición (iii), el término de  $s$  en (3.5) pertenece a  $L(1/2 - i\infty, 1/2 + i\infty)$ . Por consecuencia, el integrando en (3.5) es una integral doble absolutamente convergente y podemos integrar con respecto a  $x$ . El resultado así obtenido es

$$(3.7) \quad \begin{aligned} & L \{ x^{b_v-1} \Phi(x^{-c_v}) \} \\ &= (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) \Gamma(b_v + c_v s) t^{-b_v - c_v s} F(1-s) ds . \end{aligned}$$

De modo similar, introducimos los factores de la función Gama  $\Gamma(b_{v-1} + c_{v-1}s)$  en el integrando. Tomemos  $t = (1/\tau)^{(c_{v-1}/c_v)}$ , en (3.7). De nuevo, con el uso del operador  $L$  y con la justificación del orden de integración, obtenemos

$$(3.8) \quad \begin{aligned} & L \left\{ \tau^{b_{v-1}-1} \left[ t^{b_v} L \left\{ x^{b_v-1} \Phi(x^{-c_v}) \right\} \right]_{t=(1/\tau)^{(c_{v-1}/c_v)}} (c_{v-1} c_v) \right\} \\ &= (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) \Gamma(b_{v-1} + c_{v-1}s) \Gamma(b_v + c_v s) x^{-b_{v-1} - c_{v-1}s} F(1-s) ds . \end{aligned}$$

Luego, por medio de (q-2) series del operador  $L$  podemos llegar al resultado:

$$[t^{b_1} L \{ \dots [x^{b_{v-1}} L \{ \tau^{b_{v-1}-1} [t^{b_v} L \{ x^{b_v-1} \Phi(x^{-c_v}) \} ] \} ]$$

$$(3.9) \quad \left[_{t=(1/\tau)} \left( c_{v-1} | c_v \right) \right] \dots \left[_{t=(x^1/c_1)} \right]$$

$$= (2\bar{\kappa}i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{2v, 2\rho}(s) x^{-s} F(1-s) ds ,$$

donde

$$(3.10) \quad M_{2v, 2\rho}(s) = \prod_1^v \Gamma(b_i + c_i s) \prod_1^v \Gamma(a_i - e_i s) \times$$

$$\times \left\{ \prod_1^v \Gamma(b_i + c_i - c_i s) \prod_1^v \Gamma(a_i - e_i + e_i s) \right\}^{-1}$$

Si hacemos la parte a la izquierda de (3.5) igual a  $\psi(x)$ , luego (3.9) toma la forma concisa siguiente:

$$(3.11) \quad \psi(x) = (2\bar{\kappa}i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{2v, 2\rho}(s) x^{-s} F(1-s) ds$$

$$\psi(x) = (2\bar{\kappa}i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M \left[ H_{2\rho, 2v}^{v, \rho} \left( u \begin{matrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, 2v \end{matrix} \right) \right] x^{-s} F(1-s) ds$$

en vista de (1.5).

Usando [5, p. 391, eqn. (12)] a la derecha de (3.12) puede expresarse por una integral conteniendo el producto  $H_{2\rho, 2v}^{v, \rho} \left( x u \begin{matrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, 2v \end{matrix} \right)$  y  $f(u)$ . El resultado está dado por la relación

$$(3.13) \quad \int_0^\infty H_{2\rho, 2v}^{v, \rho} \left( x u \begin{matrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, 2v \end{matrix} \right) f(u) du = \psi(x) :$$

Y como  $H_{2\rho, 2v}^{v, \rho} \left( x u \begin{matrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, 2v \end{matrix} \right)$  es un núcleo simétrico de Fourier indicado por Fox [4, p. 408, eqn. (52)], llegamos formalmente a la solución:

$$(3.14) \quad f(x) = \int_0^\infty H_{2\rho, 2v}^{v, \rho} \left( x u \begin{matrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, 2v \end{matrix} \right) \psi(u) du$$

$$(3.15) \quad = \int_0^\infty H_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( \begin{matrix} (a_i, e_i) & 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) & 1, 2\nu \end{matrix} \right) \times \\ \times [t^{b_1} L \{ \dots L \{ \tau^{b_{\nu-1}} [t^{b_\nu} L \{ u^{b_\nu-1} \Phi(u^{-c_\nu}) \} ] \\ ]_{t=(1/\tau)} (c_{\nu-1} | c_\nu) \} ] \dots ]_{t=u^{1/e_1}} du .$$

#### 4. CASOS PARTICULARES

(i) Tomando  $e_i=1$ ,  $i=1, \dots, p$ ;  $c_i=1$ ,  $i=1, \dots, q$ , en el Teorema 2, la ecuación integral

$$(4.1) \quad \int_0^\infty G_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{matrix} (a_i) & 1, 2\rho \\ (b_i) & 1, \nu \end{matrix} \right) f(u) du = \Phi(x) , \quad (x > 0) ,$$

tiene la solución

$$(4.2) \quad f(x) = \int_0^\infty G_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( \begin{matrix} (a_i) & 1, 2\rho \\ (b_i) & 1, \nu \end{matrix} \right) \times \\ \times [t^{b_1} L \{ \dots [u^{b_{\nu-1}} L \{ \tau^{b_{\nu-1}} [t^{b_\nu} L \{ u^{b_\nu-1} \Phi(u^{-1}) \} ] \\ ]_{t=(1/\tau)} \} ] \dots ]_{t=u} du :$$

donde  $G_{\rho, \nu}^{m, n}(x)$  es la función G de Meijer [1].

(ii) Con  $e_i=1$ ,  $i=1, \dots, p$ ;  $c_i=1$ ,  $i=1, \dots, q$ ;  $q=1$ ,  $p=0$ ,  $b_1=\nu$  en el Teorema 2, y usando [1, p. 216, (3)], la ecuación integral

$$(4.3) \quad \int_0^\infty G_{0, 1}^{0, 0} (xu^{1-\nu}) f(u) du = \Phi(x) , \quad (x > 0) ,$$

tiene la solución

$$(4.14) \quad f(x) = \int_0^\infty J_{2\nu} [2(xu)^{1/2}] [t^\nu L \{ \Phi(u^{-\nu}) \}] du ,$$

donde  $G_{\rho, \nu}^{m, n}(x)$  es la función G de Meijer [1, p. 207].



# APPLICATION OF LAPLACE TRANSFORMS IN THE SOLUTION OF INTEGRAL EQUATIONS

Por: R. U. VERMA

## ABSTRACT

In the present work certain integral equation involing the H-function [1, p.49] as kernel has been transformed, by introducing new Gamma function factors into the integrand by means of operator L into another integral equation with a symmetrical Fourier kernel introduced by Fox [4] and the solution is then immediate. L and  $L^{-1}$  denote the Lapace transform and its inverse.

1. INTRODUCCION. Fox [2], [3] and Verma [8] have shown that L and  $L^{-1}$  operators, when acting upon Mellin type integrals, have the power, to annihilate or to introduce new Gamma function factors into the integrand. Here we have employed the powers of L of introducing new Gamma function factors into the integrand for transforming the given integral equation into another integral equation with a symmetrical Fourier kernel given by Fox [4] and the solution is then immediate. Since this symmetrical Fourier kernel is a generalisation of a large variety, of functions that occur frequently in problem may be of general interest.

Integral equations of the type

$$(1.1) \quad \int_0^\infty H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( xu \mid \begin{array}{l} (a_i, e_i)_{1, 2\rho} \\ (b_i, c_i)_{1, \nu} \end{array} \right) f(u) du = \phi(x) ,$$

where  $\phi$  is given and f is the function to be found, will be considered here.

In (1.1),

$$H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( x \mid \begin{array}{l} (a_i, e_i)_{1, 2\rho} \\ (b_i, c_i)_{1, \nu} \end{array} \right)$$

(1.2)

$$= (2\pi i)^{-1} \int_T \frac{\prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i s)}{\prod_{i=1}^q \Gamma(b_i + c_i - c_i s) \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i + e_i s)} x^{-s} ds ,$$

and the following assumptions are made:

- (i)  $c_i > 0, i=1, \dots, q; e_j > 0, j=1, \dots, p;$
- (ii) all the poles of the integrand of (1.2) are simple;
- (iii) the contour  $T$  is a straight line parallel to the imaginary axis in the  $s (= \sigma + \tau)$  plane and the poles of  $\Gamma(a_i - e_i s)$ ,  $i=1, \dots, p$ , lie to the right of it;
- (iv)  $D = \sum_1^q c_i - 2 \sum_1^p e_i > 0$  ;
- (v)  $\operatorname{Re}(a_j) > e_j/2D, j=1, \dots, p; \operatorname{Re}(b_j) \geq c_j/2D, j=1, \dots, q.$

We shall write (1.2) in the form:

$$(1.3) \quad H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( x \begin{matrix} (a_i; e_i) 1; 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, \nu \end{matrix} \right) = (2\pi i)^{-1} \int_T M_{\nu, 2\rho}(s) x^{-s} ds ,$$

where

$$(1.4) \quad M_{\nu, 2\rho}(s) = \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i s) \left\{ \prod_{i=1}^q \Gamma(b_i + c_i - c_i s) \prod_{i=1}^p \Gamma(a_i - e_i + e_i s) \right\}^{-1}$$

For the sake of brevity, we shall write  $H(x)$  for the left hand side of (1.3).

from (1.3), it follows that

$$(1.5) \quad M \left[ H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( x \begin{matrix} (a_i; e_i) 1; 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, \nu \end{matrix} \right) \right] = M_{\nu, 2\rho}(s) ;$$

where  $M$  denotes the Mellin transform.

We now estimate the asymptotic behaviour of  $M_{\nu, 2\rho}(s)$ ,  $s = \sigma + i\tau$ ,  $\sigma$  and  $\tau$  real when  $|\tau|$  large. For large  $s$  the asymptotic expansion of Gamma function [7] is given by

$$(1.6) \quad \log \Gamma(s+a) = (s+a - \frac{1}{2}) \log s - s + \frac{1}{2} \log(2\pi) + O(s^{-1}),$$

where  $|\arg s| < \pi$ , and  $O$  is the usual order symbol. To find the asymptotic expansion of  $M_{\nu, 2p}(s)$  for large  $|\tau|$ , we replace Gamma functions involving  $-s$  into those containing  $+s$ , with the help of the relation.

$$(1.7) \quad \Gamma(z) \Gamma(1-z) = \pi \cosec \pi z.$$

Then using (1.6) and the assumptions, (i), (iv) and (v), one can obtain.

$$(1.8) \quad M_{\nu, 2p}(s) = |\tau|^{D(\sigma - \frac{1}{2})} \exp \{ i\tau (D \log |\tau| - B) \} \{ Q + O(|\tau|^{-1}) \},$$

where  $Q$  is a constant which may have one value when  $\tau$  is large and positive and another value when  $\tau$  is large and negative. From (1.8), it follows that if  $6 < \sigma < \frac{1}{2}$  then the integral of (1.3) is uniformly convergent with respect to  $x$ . It can be extended for the case  $\sigma = \frac{1}{2}$ .

In this section we find the asymptotic expansion of

$$H_{2p, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c} (a_i, e_i)_{1, 2p} \\ (b_i, c_i)_{1, \nu} \end{array} \right) \quad \text{when } x \text{ is large and positive, with error} \\ \text{term } O(x^{-\sigma}), \text{ where } O \text{ is the order symbol.}$$

**THEOREM 1.** If,

$$(i) \quad D = \sum_1^{\nu} c_i - 2 \sum_1^p e_i > 0;$$

$$(ii) \quad \alpha = \prod_1^{\nu} (c_i | D)^{\frac{c_i}{D}} \left/ \prod_1^p (e_i | D)^{\frac{2e_i}{D}} \right.;$$

$$(iii) \quad \beta = \alpha^D; K = \sum_1^{\nu} (b_i + c_i) - 2 \sum_1^p a_i;$$

$$(iv) \quad c_i > 0, i = 1, \dots, q; e_i > 0, i = 1, \dots, p;$$

(v)  $x$  is real and positive;

(vi) for given  $\sigma_0 > \frac{1}{2}$ ,  $N$  denotes the greatest integer in  $\{D(2\sigma_0 - 1) + 3\}/2$  and  $M_j$  denotes the greatest positive integer in  $\{e_i \sigma_0 - \operatorname{Re}(a_i)\}$ ,  $i = 1, \dots, p$ ;

(vii)  $\operatorname{Re}(b_i) > 0, i=1, \dots, q;$

$\operatorname{Re}(a_i) > e_i/2, i=1, \dots, p;$

(viii)  $q-p$  is an odd positive integer;

then

$$(1.9) \quad \begin{aligned} & H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c} (a_i - e_i) 1, 2\rho \\ x (b_i, c_i) 1, \nu \end{array} \right) \\ & = (x|\beta)^{(1-D)/2D} \sum_{j=0}^N \nu_j (x|\beta)^{-j/D} \sin \left\{ (K-j+\frac{1-D}{2}) (\pi/2) + (x|\beta)^{1/D} \right\} \\ & \quad + \sum_{j=1}^p x^{-a_j|e_j} \left( \Lambda_j + B_j x^{1|e_j} + \dots + U_j x^{-M_j|e_j} \right) \\ & \quad + 0 \left( x^{-\sigma_0} \right), \end{aligned}$$

where  $\nu_j, j=0, 1, \dots, N$ ;

$\Lambda_j, B_j, \dots, U_j; j=1, \dots, p$ ;

are constants depending on the parameters

$a_i, e_i; i=1, \dots, p$ ;

$b_i, c_i; i=1, \dots, q$ ;

but are independent of  $x$

If  $q-p$  is an even positive integer (instead of condition (viii)) the in the above expression we have to replace sine by cosine. The proof of this theorem is on similar lines as in Fox [4, p. 417].

## 2. THE LAPLACE AND MELLIN TRANSFORMS.

The Laplace transform of  $\Phi(x)$  is defined by

$$(2.1) \quad L \{ \Phi(x) \} = \int_0^\infty e^{-xt} \Phi(x) dx = \psi(t).$$

If  $M[h(u)] = H(s)$  and  $M[f(u)] = F(s)$ , then the Mellin-Parseval Theorem states that

$$(2.2) \quad \int_0^\infty h(u) f(u) du = (2\pi)^{-1} \int_C H(s) F(1-s) ds,$$

where  $S$  is a suitable contour in the  $s$ -plane.

### 3. THE SOLUTION OF (1.1) AS AN INTEGRAL EQUATION.

THEOREM 2. If,

- (i)  $\operatorname{Re}(b_i) > -c_i/2$ ,  $i=1, \dots, q$ ;  $c_i > 0$ ,  $i=1, \dots, q$ ;
- (ii)  $f(x) \in L_2(0, \infty)$ ;
- (iii)  $s^{D(s-1/2)} F(1-s) \in L(1/2-i\infty, 1/2+i\infty)$ ;
- (iv)  $F(1-s) \in L(1/2-i\infty, 1/2+i\infty)$ ;

(v)  $y^{-1/2} f(y) \in L(0, \infty)$  where  $f(y)$  is of bounded variation near the point  $y=x$ , then the solution of (1.1), as an integral equation for  $f(u)$  is

$$(3.1) \quad f(x) = \int_x^\infty H_{2\rho, 2\nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c} (a_i, e_i) 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, 2\nu \end{array} \right) \times$$

$$\times [ t^{b_1} L \{ \dots [ t^{b_{\nu-1}} L \{ \dots [ u^{c_{\nu-1}} L \{ \tau^{c_{\nu-1}-1} [ t^{b_{\nu}} L \{$$

$$L \{ u^{b_{\nu-1}} \Phi(u^{-c_{\nu}}) \} \}_{t=(1/\tau)}^{(c_{\nu-1}/c_{\nu})} \} \}_{t=u}^{1/c_1} du .$$

PROOF. Firstly, we apply (2.2) to the left-hand side of (1.1). For large positive  $u$  and  $x > 0$ , the asymptotic expansion of  $H_{2\rho, \nu}^{0, \rho}(x)$  discussed in (1.9) gives us

(3.2)

$$H_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( \begin{array}{c} (a_i, e_i) 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, \nu \end{array} \right)$$

$$= (xu/\beta)^{(1-D)/2D} \sum_{j=0}^N \nu_j (xu/\beta)^{-j|D|} \sin \{ (K-j+(1-D)/2)\pi/2 + (\frac{xu}{\beta})^{1/D} \}$$

$$+ \sum_{j=1}^{\nu} (xu)^{-a_j|e_j} \{ A_j + B_j (xu)^{-1|e_j} + \dots + U_j (xu)^{-M_j|e_j} \}$$

$$+ O \left( u^{-\sigma_0} \right) ,$$

where  $\nu_j$ ;  $j=0, 1, \dots, N$ ;

$$A_j, B_j, \dots, U_j ; j=1, \dots, p;$$

are constants depending on the parameters

$$a_i, e_i ; i=1, \dots, p,$$

$$b_i, c_i ; i=1, \dots, q;$$

but are independent of  $x, u$ .

It follows from (3.2) that  $H_{2p,v}^{0,p}(xu) \in L_2(0, \infty)$ . This result, combined with condition (ii),  $f(u) \in L_2(0, \infty)$ , justifies the use of Theorem 72,p.95[6], with  $k=1/2$ , so that we can apply (2.2) to the left-hand side of (1.1). Using (1.4), we obtain

$$(3.3) \quad \Phi(x) = (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) x^{-s} F(1-s) ds, \quad (x > 0),$$

where  $M_{v, 2p}(s)x^{-s}$  and  $F(s)$  are Mellin transforms of  $H_{2p,v}^{0,p}(xu)$  and  $f(u)$  respectively, and the contour in the  $s$ -plane is the straight line  $s=1/2+i\tau$ ,  $\tau$  varies from  $-\infty$  to  $\infty$ .

In this part of the proof, we shall try to introduce  $q$  new Gamma function factors into the integrand of (3.3) by using the power of  $L$  operator of introducing new Gamma function factors. In the first instance, we introduce the  $q$ -th new Gamma function factor  $\Gamma(b_v + c_v s)$  in the integrand by using the technique of operator  $L$ . Then, in similar manner, we can introduce the remaining  $(q-1)$  factors, namely,  $\Gamma(b_1 + c_1 s), \dots, \Gamma(b_{v-1} + c_{v-1} s)$ , and thus, we shall arrive at a result with symmetrical Fourier kernel and then solution is immediate.

Now we use operator  $L$  to introduce the Gamma function factor  $\Gamma(b_v + c_v s)$ ,  $c_v > 0$ ,  $\operatorname{Re}(b_v) > -c_v/2$ , into the integrand of (3.3).

Considering  $\Phi(x^{-c_v})$  we are led to the result:

$$(3.4) \quad \Phi(x^{-c_v}) = (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) x^{c_v s} F(1-s) ds$$

Using operator  $L$ , we find

$$L \{ x^{b_v-1} \Phi(x^{-c_v}) \}$$

(3.5)

$$= \int_0^\infty e^{-tx} x^{b_v-1} \left\{ (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) x^{c_v s} F(1-s) ds \right\} dx$$

Now using (1.8), we can write for large  $|\tau|$ ,  $s = 1/2 + i\tau$ ,

$$(3.6) \quad M_{v, 2p}(s) F(1-s) = s^{D(s-1/2)} F(1-s) \{ Q_1 + O(s^{-1}) \},$$

where  $Q_1$  is a constant which may have one value when  $\tau$  is large and positive and another value when  $\tau$  is large and negative.

Since  $s = 1/2 + i\tau$ , the real power of  $x$  in (3.5) is  $\operatorname{Re}(b_v) + 1/2c_v - 1$ , which by condition (i), exceeds  $-1$ . Also, by (3.6) and condition (iii), the terms in  $s$  in (3.5) belong to  $L(1/2 - i\infty, 1/2 + i\infty)$ . Hence, the integrand in (3.5) is an absolutely convergent double integral and we can integrate with respect to  $x$ . The result, thus, found is

$$(3.7) \quad \begin{aligned} & L \{ x^{b_v-1} \Phi(x^{-c_v}) \} \\ &= (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) \Gamma(b_v + c_v s) t^{-b_v - c_v s} F(1-s) ds. \end{aligned}$$

Similarly, we introduce the Gamma function factor  $\Gamma(b_{v-1} + c_{v-1}s)$  in the integrand. Let us take  $t = (1/\tau)^{(c_{v-1}|c_v)}$ , in (3.7). Again, using the operator  $L$  and justifying the change in the order of integration, we get

$$(3.8) \quad \begin{aligned} & L \left\{ \tau^{b_{v-1}-1} \left[ t^{b_v} L \left\{ x^{b_v-1} \Phi(x^{-c_v}) \right\} \right]_{t=(1|\tau)}^{(c_{v-1}|c_v)} \right\} \\ &= (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{v, 2p}(s) \Gamma(b_{v-1} + c_{v-1}s) \Gamma(b_v + c_v s) x^{-b_{v-1} - c_{v-1}s} F(1-s) ds. \end{aligned}$$

Hence, by means of  $(q-2)$  successions of  $L$  operator we can arrive at the result:

$$[t^{b_1} L \{ \dots [x^{b_{v-1}} L \{ \tau^{b_{v-1}-1} [t^{b_v} L \{ x^{b_v-1} \Phi(x^{-c_v}) \} ] \dots ] \dots ] \dots ]$$

$$(3.9) \quad \prod_{i=1/\tau} (c_{i-1}|c_i) \} \] \dots \} \]_{i=(x^1/c_1)}$$

$$= (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{2\nu, 2\rho}(s) x^{-s} F(1-s) ds ,$$

where

$$(3.10) \quad M_{2\nu, 2\rho}(s) = \prod_1^{\nu} \Gamma(b_i + c_i s) \prod_1^{\nu} \Gamma(a_i - e_i s) \times$$

$$\times \{ \prod_1^{\nu} \Gamma(b_i + c_i - c_i s) \prod_1^{\rho} \Gamma(a_i - e_i + e_i s) \}^{-1}$$

If we write left-hand side of (3.9) equal to  $\psi(x)$ , then (3.9) takes the following concise form:

$$(3.11) \quad \psi(x) = (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M_{2\nu, 2\rho}(s) x^{-s} F(1-s) ds$$

or

$$\psi(x) = (2\pi i)^{-1} \int_{1/2-i\infty}^{1/2+i\infty} M \left[ H_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \begin{pmatrix} u & (a_i, e_i) 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, 2\nu \end{pmatrix} \right] x^{-s} F(1-s) ds$$

in the light of (1.5).

On using [5, p. 391, eqn. (12)] to the right hand side if (3.12), it can be expressed by an integral involving the product of

$H_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( x u \begin{pmatrix} (a_i, e_i) 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, 2\nu \end{pmatrix} \right)$  and  $f(u)$ . The result, is given by the relation.

$$(3.13) \quad \int_0^{\infty} H_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( x u \begin{pmatrix} (a_i, e_i) 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, 2\nu \end{pmatrix} \right) f(u) du = \psi(x) :$$

Since  $H_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( x u \begin{pmatrix} (a_i, e_i) 1, 2\rho \\ (b_i, c_i) 1, 2\nu \end{pmatrix} \right)$  is a symmetrical Fourier

kernel introduced by Fox [4, p. 408, eqn. (52)], we are thus led formally to the solution as:

$$(3.14) \quad f(x) = \int_0^{\infty} H_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( xu \begin{matrix} (a_i, e_i) \\ (b_i, c_i) \end{matrix} \begin{matrix} 1, 2\rho \\ 1, 2\nu \end{matrix} \right) \psi(u) du$$

$$(3.15) \quad = \int_0^{\infty} H_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( xu \begin{matrix} (a_i, e_i) \\ (b_i, c_i) \end{matrix} \begin{matrix} 1, 2\rho \\ 1, 2\nu \end{matrix} \right) \times \\ \times [t^{b_1} L \{ \dots L \{ \tau^{b_{\nu-1}} [t^{b_\nu} L \{ u^{b_\nu^{-1}} \phi(u^{-c_\nu}) \} ] \\ ]_{t=u^{1/c_1}} (c_{\nu-1} | c_\nu) \} \dots ]_{t=u^{1/c_1}} du .$$

#### 4. PARTICULAR CASES.

(i) By taking  $e_i=1$ ,  $i=1, \dots, p$ ;  $c_i=1$ ,  $i=1, \dots, q$ , in Theorem 2, the integral equation

Theorem 2, the integral equation

$$(4.1) \quad \int_0^{\infty} G_{2\rho, \nu}^{0, \rho} \left( xu \begin{matrix} (a_i) \\ (b_i) \end{matrix} \begin{matrix} 1, 2\rho \\ 1, \nu \end{matrix} \right) f(u) du = \phi(x) , \quad (x > 0) ,$$

has the solution

$$(4.2) \quad f(x) = \int_0^{\infty} G_{2\rho, 2\nu}^{\nu, \rho} \left( xu \begin{matrix} (a_i) \\ (b_i) \end{matrix} \begin{matrix} 1, 2\rho \\ 1, \nu \end{matrix} \right) \times \\ \times [t^{b_1} L \{ \dots [u^{b_{\nu-1}} L \{ \tau^{b_\nu} [t^{b_\nu} L \{ u^{b_\nu^{-1}} \phi(u^{-1}) \} ] \\ ]_{t=u^{1/c_1}} \dots \} ]_{t=u^{1/c_1}} du :$$

where  $G_{2, \nu}^{m, n}(x)$  is Meijer's G-function [1].

(ii) With  $e_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, p$ ;  $c_i = 1$ ,  $i = 1, \dots, q$ ;  $q = 1$ ,  $p = 0$ ,  $b_i = \nu$  in Theorem 2, and using [1, p.216, (3)], the integral equation

$$(4.3) \quad \int_0^\infty G_{0,1}^{0,0} (|xu| - \nu) f(u) du = \Phi(x), \quad (x > 0),$$

has the solution

$$(4.14) \quad f(x) = \int_0^\infty J_{2\nu} [2(xu)^{\nu/2}] [t^\nu L\{\Phi(u^{-1})\}] du,$$

where  $G_{\rho,\nu}^{m,n}(x)$  is Meijers G-function [1, p. 207].

#### REFERENCIAS

1. - A. Erdélyi, Higher transcendental functions, vol. 1, McGraw-Hill, New York, 1953.
2. - C. Fox, Solving integral equations by L and L operators, Proc. Amer. Math. Soc., 29 (1971), N° 2 p. 299-306.
3. - C. Fox, Application of Laplace transforms and their inverses, Proc. Amer. Math. Soc., 35 (1972), N° 1, p. 193-200.
4. - C. Fox, The G and H functions as symmetrical Fourier kernels, Trans. Amer. Math. Soc. 98 (1961), p. 395-429.
5. - C. Fox, A formal solution of certain dual integral equations, Trans. Amer. Math. Soc., 119 (1965), p. 389-398.
6. - E. C. Titchmarsh, Introduction to the theory of Fourier integrals, Oxford, University Press, 1937.
7. - E. T. Whittaker and G. N. Watson, A course of modern analysis, Cambridge University Press, 1915.
8. - R. U. Verma, Solution of the integral equations by L and  $L^{-1}$  operators, An St Univ. Al. I. Cuza Iasi (Jassy), Vol. 20 (1974), in Press.

University of Cape Coast,  
Cape Coast, OHANA.

## UN RESULTADO EN COLORACION

Por: ARNOLDO J. MAAL

Departamento de Matemáticas  
Universidad de Carabobo

THE AUTHOR WILL MAIL AN ENGLISH TRASLATION OF THIS PAPER TO ALL INTERESTED READERS THAT ASK FOR ONE.

El principal objetivo de este trabajo es probar que no existe ciclo, frontera de una cara de un grafo plano, con número cromático mayor de 3.

### SUMARIO:

En este trabajo sólo consideramos grafos finitos no dirigidos, sin lazos ni lados múltiples.

El teorema tiene un Lema 1, probado por reducción al absurdo, usando el teorema de Headwood (1, 12.7, p. 130) para fijar como absurdo un grafo planar con un número cromático de seis.

El resto del teorema se prueba por inducción.

### DEFINICIONES:

La terminología y notación son tomados del libro Graph Theory, del Prof. F. Harary (1, p. 8 y 102).

Una coloración de un grafo, es una asignación de colores para los puntos del grafo, de manera que cada punto tenga un solo color y no existan dos puntos adyacentes con el mismo color.

Una  $n$  coloración usa  $n$  colores diferentes. En este trabajo,  $v_i (i=1, 2, 3, 4, 5, 6)$  indica un vértice (nombre de los puntos de un grafo plano) coloreado con el color  $i$ , y el uso de  $v_5$ , por ejemplo, significa que 4 otros colores diferentes han sido ya usados.

$P_{ij}$  es un sendero (1, p. 13) formado únicamente por vértices coloreados  $i$  ó  $j$ .

$C_n$  es un ciclo (1, p. 13) con  $n$  vértices, frontera o límite de la cara  $F$  en el grafo plano  $G$ .

$\chi$  es el número cromático [1, p. 126] o el mínimo  $m$  para el cual es posible una coloración que use sólo  $m$  colores diferentes.

$\chi(C_n)$  es el mínimo  $m$  para el cual una coloración con sólo  $m$  colores diferentes de  $C_n$  es posible, tal que  $\chi(G)$  no aumente de valor.

En este trabajo, dos puntos  $v_i$  y  $v_j$  se dicen conectados únicamente si la línea  $y = (v_i, v_j)$  o el sendero  $P_{ij}$  que incluye tanto  $v_i$  como  $v_j$  existen.

a) Conviene notar que si en cualquier grafo coloreado dos puntos cualesquiera, digamos  $w_i$  y  $v_j$  no están conectados,  $w_i$  y todos los puntos coloreados  $i$  ó  $j$  conectados con  $w_i$  pueden intercambiar colores, y  $v_j$  y todos los puntos coloreados  $i$  ó  $j$ , conectados con  $v_j$  pueden permanecer del mismo color que antes.

Cuando nosotros decimos que el punto  $v_j$  cambia su color para el color  $i$ , se entiende que todos los puntos coloreados  $j$  ó  $i$  en  $G$  intercambian colores si están conectados con  $v_j$ .

Teorema 1.

$$\chi(C_n) \leq 3$$

b) Nótese que es una premisa del Teorema 1 que  $G$  no contiene ningún lado embebido en  $F$ , adyacente a cualquier vértice de  $C_n$ , porque en ese caso  $F$  no está limitada por  $C_n$ .

## PRUEBA

Es trivial que un ciclo puede tener  $\chi=2$  ó  $3$  [1, p. 127].

Consideraremos primero el Lema 1.

Lema 1.

$$\chi(C_n) < 5$$

Si el lema es falso, existe un grafo  $G$  con un ciclo  $C_n$ , coloreado de tal manera que  $\chi(C_n)=5$ .

Consideraremos el grafo  $H$ , igual que  $G$  pero con uno o más vértices  $W$  embebidos en todas las caras  $F$  de  $G$ , limitadas por un ciclo con 5 o más puntos.

$W$  es adyacente con todos los puntos del ciclo correspondiente que limita su cara.

Es claro que  $H$  también es plano.

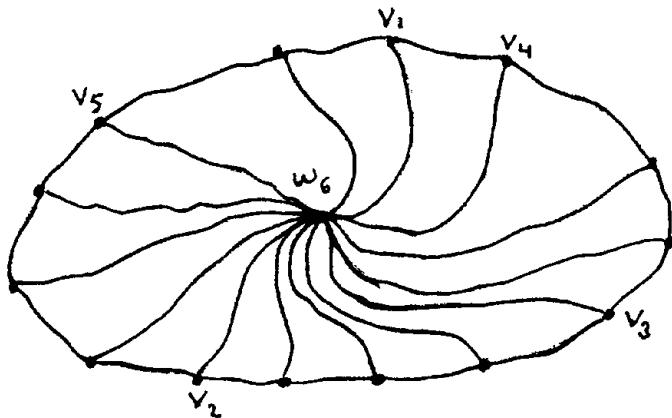


FIGURA 1

Si  $G$  tiene 5 colores en alguno de sus ciclos,  $H$  tiene  $\chi(H)=6$ , ya que el punto correspondiente  $w$  debe ser coloreado con el color 6, lo cual es absurdo, y por consiguiente ni  $G$  ni  $H$  tienen ciclo con  $\chi(C_n)=5$  y el lema está probado. Ver figura 1.

Queda por probar que ninguna cara de un grafo plano puede ser limitada por un ciclo que tenga  $\chi(C_n)=4$ . Ello será probado por inducción. Primero lo probaremos para  $n=3$  y  $n=4$ .

#### CASO 1.

$$\chi(C_3) < 4$$

Como  $C_3$  sólo tiene 3 vértices, sólo 3 colores son necesarios, ya que cada vértice usa sólo un color.

#### CASO II

$$\chi(C_4) < 4$$

Si  $\chi(C_4)=4$ , necesariamente cada vértice de  $C_4$  se colorea con un color diferente.

Si el vértice  $v_1$  no está conectado con el vértice  $v_3$  por una o varias líneas que pertenecen a  $G$ ,  $v_3$  puede ser coloreado 1 y  $\chi(C_4) < 4$ , entonces es necesario asumir que  $v_1$  está conectado con  $v_3$  (ver fig. 2) y por la premisa b), dicha conexión no está embebida en  $F$  ( $F$  está limitada por  $C_4$ ).

c) Como puede verse examinando la figura 2,  $v_2$  no puede estar conectada con  $v_4$  por un  $P_{2,4}$  que pertenezca a  $G$ , por lo menos una de las líneas que conectan  $v_2$  con  $v_4$  está embebida en  $F_1$  y  $v_4$  es exterior a  $F_1$  y un corolario del Teorema de Jordan, nos indica que si dos vértices en caras diferentes se unen, se produce un cruce de la frontera entre ambas caras, y siendo  $G$  plano, no existe en  $G$  ningún cruce, luego  $v_2$  no está conectada con  $v_4$ .

De a) y c) deducimos que  $v_2$  puede colorearse 4 y que el color 2 es eliminado de  $C_4$ ,  $\chi(C_4) < 4$ .

Si la conexión entre  $v_1$  y  $v_3$  fuera la línea:

$y = (v_1, v_3)$  el mismo razonamiento es válido.

d) Nótese que al cambiar  $v_2$  a  $v_4$ , la coloración de otros posibles ciclos en  $G$  que contengan al vértice  $v_2$ , ahora  $v_4$  cambia, pero únicamente en los colores que usa, no hay aumento en el número de diferentes colores, porque todos los otros vértices 4 en  $F_1$  son cambiados a 2.

También  $\chi(G)$  no cambia, ya que ambos colores envueltos en el cambio estaban originalmente en  $G$ .

Ahora, suponemos que todo  $C_{n-1}$ , frontera de la cara  $F$  tienen  $\chi(C_{n-1}) < 4$  y probaremos que todo  $C_n$ , frontera de  $F$  tienen también  $\chi(C_n) < 4$ .

Si la hipótesis inductiva es falsa,  $n$  es el menor número para el cual  $\chi(C_n) = 4$  y  $\chi(C_{n-1}) < 4$ .

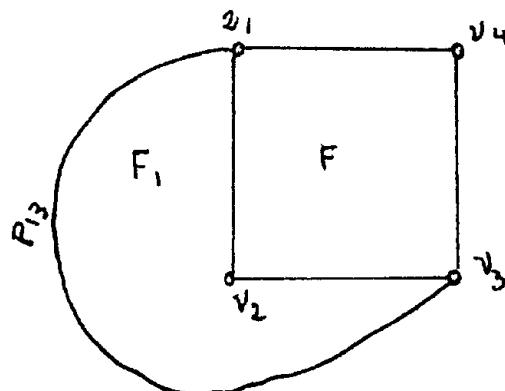


FIGURA 2

Lema 2.

Si  $\chi(C_n)=4$ , necesariamente un sub-grafo de  $C_n$  es un sendero con por lo menos 4 vértices, que principia en el vértice  $v_i$  y termina en el vértice  $v_j$ .

También  $P_{ij}$ , incluyendo ambos  $v_i$  y  $v_j$  existe en  $G$ .

La prueba es como sigue:

Por simplicidad, sin perder generalidad usaremos números por los colores:

$v_4$  necesariamente está conectada con un no adyacente vértice  $v_i$  y entre  $v_4$  y  $v_i$  hay más que un vértice, porque: Si fuera sólo uno, digamos  $W_1$ , entre  $v_4$  y  $v_3$ ,  $P_{3,4}$  o  $y = (v_3v_4)$  aisla  $W_1$  de  $v_2$ , el otro vértice de  $C_n$  adyacente con  $v_4$ . (ver fig. 3).

En consecuencia,  $W_1$  puede colorearse 2. Entonces  $v_4$  debe estar conectado con otro vértice, coloreado 1, si con  $W'_1$ ,  $v_2$  está aislado por  $P_{4,1}$ , o  $y_1 = (v_4, W'_1)$  de  $v_3$ , luego  $v_2$  puede cambiar a 1. Luego  $v_4$  debe estar conectado con otro vértice coloreado 1 para cualquier vértice que escogamos, hay más de un vértice entre ellos.

Eso prueba el Lema 2.

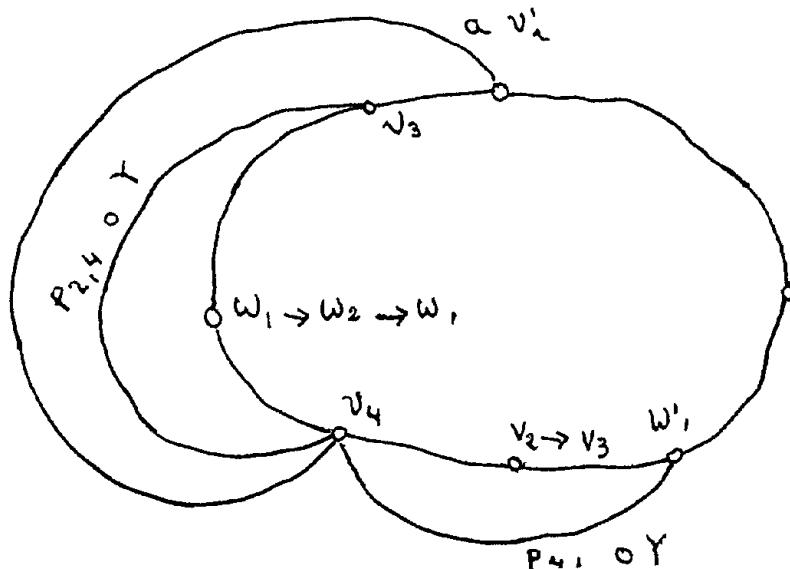


FIGURA 3

Para la inducción, consideraremos los dos casos posibles:

### CASO 1

$v_i$  está conectado con  $v_j$  por  $y = (v_i, v_j)$ .

Formamos el grafo  $G'$ , añadiendo a  $G$  el vértice  $v_q$  y los radios  $X_1 = (v_q, v_i)$  y  $X_2 = (v_q, v_j)$ .

Entonces  $G'$  tiene las caras  $F_1$  y  $F_2$  en lugar de  $F$ ,  $F_1$  cercada por el ciclo  $C_1$  y  $F_2$  por el ciclo  $C_2$ .

Por el lema 2 tanto  $C_1$  como  $C_2$  tienen menos de  $n$  vértices y  $v_i$ ,  $v_j$  y  $v_q$  son vértices tanto de  $C_1$  como  $C_2$ . (Ver fig. 4).

Ahora, procederemos a colorear el grafo  $G'$  con su número cromático.

Como  $v_i$ ,  $v_j$  y  $v_q$  forman un triángulo en  $G'$ , están coloreados diferente.

Los ciclos  $C_1$  y  $C_2$ , pueden ser coloreados con 3 colores diferentes cada uno, y como ya tienen esos tres colores, ( $v_i$ ,  $v_j$  y  $v_q$  pertenecen a ambos ciclos) los demás puntos de  $C_1$  y  $C_2$  usan alguno de esos mismos 3 diferentes colores.

Luego, removemos  $v_q$ , y obtenemos  $G$ , ya coloreado y con  $\chi(C_n) \leq 3$ .

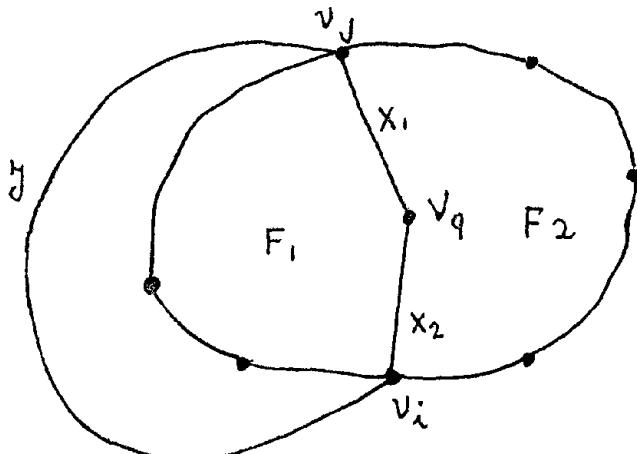


FIGURA 4

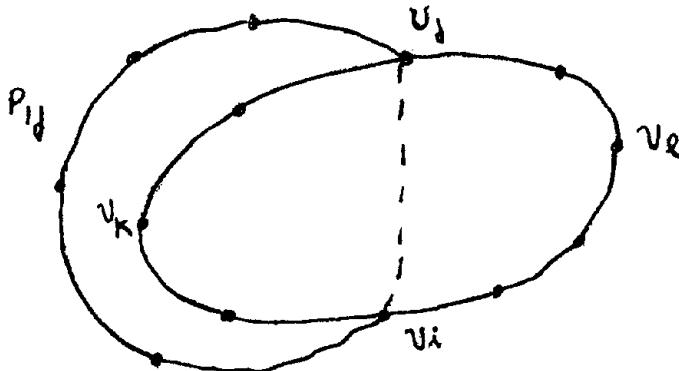


FIGURA 5

## CASO 2.

$v_i$  está conectado con  $v_j$  por  $P_{ij}$ .

Si nos imaginamos la diagonal  $Z = (v_i, v_j)$  dividiendo la cara  $F$ , tachemos dos nuevas caras, una limitada por  $C_1$  y la otra por  $C_2$ , ambas con menos de  $n$  vértices, luego ambas coloreables con a lo sumo 3 colores diferentes.

$C_1$  y  $C_2$  tienen dos vértices comunes  $v_i$  y  $v_j$ , los cuales por adyacentes están coloreados con colores distintos. Luego, el caso más interesante es cuando  $C_1$  tiene uno o más vértices coloreados  $k$  y  $C_2$  uno o más vértices coloreado 1, además de los que tengan coloreados  $i$  y  $j$ .

Como  $P_{ij}$  evita a cada vértice  $v_k$  de estar conectado con un vértice  $v_i$  (de  $C_n$ ). Esos vértices  $v_i$  pueden colorearse  $k$  y  $C_n$  tiene  $\chi(C_n) = 3$ .

Ello prueba el teorema.

e) Nótese que el teorema sólo prueba que cada ciclo de  $G$  usa como máximo 3 colores diferentes, pero el teorema no considera la relación entre los diferentes colores de dos ciclos de  $G$  que no tengan vértices comunes, los cuales pudieran usar diferentes colores. (Por el Teorema de Hadwood sabemos que no pueden usar más de 5 colores diferentes).

## COROLARIO

Ningún grafo planar tiene  $\chi > 4$ .

## PRUEBA

Para que el corolario sea falso, se requiere la existencia de un vértice  $v_5$  en un grafo plano.

Probaremos que si  $v_5$  existe en  $G$ , también necesariamente existe un ciclo  $C_n$  con  $\chi(C_n) > 3$ , contrario al teorema 1, en un grafo planar  $G'$ .

Llamando  $W_i$ ,  $i = 1, 2, 3$ , y  $4$  los vértices de un grafo planar  $G$ , adyacentes a  $v_5$ , consideraremos cualquier vértice  $W_1$ ,  $P_{1,2}$ ,  $W_2$ ,  $P_{2,3}$ ,  $W_3$ ,  $P_{3,4}$ ,  $W_4$ .

Dicho sendero necesariamente existe, porque:

- Principiando desde cualquier  $W_1$ , buscamos un vértice  $W_2$  conectado con nuestro escogido  $W_1$ . Si existe, vamos a b). Si no existe tal vértice  $W_2$ , el color de nuestro vértice inicial se cambia a 2. Si no hay vértice  $W_1$  conectado con un vértice  $W_2$ ,  $v_5$  se puede colorear 1.
- Desde nuestro encontrado  $W_2$ , buscamos un vértice  $W_3$  conectado con nuestro  $W_2$ , si existe, pasamos a C), si no existe, el mencionado vértice  $W_2$  es coloreado 3 y vamos a a).
- Desde nuestro particular  $W_3$  conectado con  $W_2$ , buscamos un vértice  $W_4$ , conectado con nuestra  $W_3$ , si no existe  $W_3$  es coloreado 4 y vamos a b).

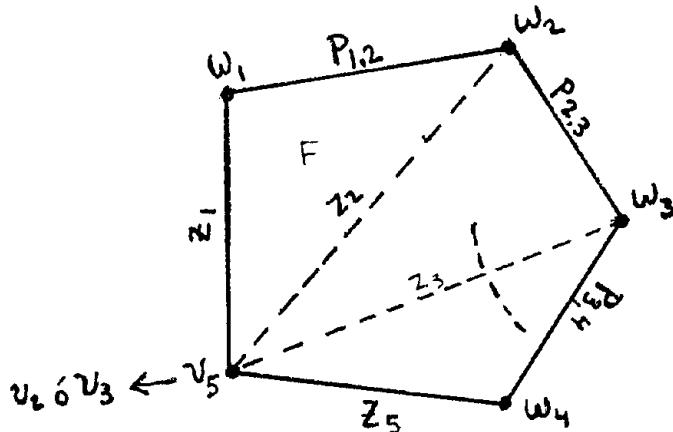


FIGURA 6

Si existe, tenemos el sendero  $W_1, P_{1,2}, W_2, P_{2,3}, W_3, P_{3,4}, W_4$  (los  $P_{i,j}$  no son necesarios) (ver fig. 6).

- d) Con  $v_5$ , es formado un ciclo  $C_n$ , ver fig. 6, que es límite de la cara  $F$ .
- e) Si nosotros removemos todas las líneas y vértices embebidos en  $F$ , obtenemos  $G'$ . Naturalmente que  $v_5$  puede cambiar color por 2 ó 3, ya que las líneas  $Z_2 = (v_5, W)$  y  $Z_3 = (v_5, W_3)$  fueron removidas y además probamos en el Lema 1 que ningún ciclo puede tener  $\chi(C_n) = 5$ .
- f) El ciclo  $C_n$  tiene  $\chi(C_n) = 4$  contrario al Teorema 1, luego es necesario para contradecir al Teorema 1 que los lados removidos sean necesarios para la coloración de los vértices y líneas embebidas en  $F$ . Por inspección hay dos posibilidades:
  - 1) Vértices 2 cambian a 4 (o viceversa)
  - 2) Vértices 1 cambian a 3 (o viceversa)ya que los senderos conectan directamente los vértices con los otros colores.
- g) Como ambos casos son similares, probaremos únicamente que el caso 1 es imposible.

Primero, notemos que el color de cualquier vértice en  $F$ , removido para obtener  $G'$ , puede ser cambiado, y además, si cualquier vértice  $v_2$  (en  $C_n$ ), aún  $W_2$  fuera conectado con algún vértice de  $C_n$  coloreado 4, por vértices y líneas embebidas en  $F$ , esa conexión cruzaría la línea  $Z_3 = (W_3, v_5)$ , porque en nuestro  $C_n$ , en el sentido del reloj no hay ningún vértice  $v_4$  antes de  $W_3$  y ningún vértice  $v_2$  después de  $W_3$  y como  $G$  es plano, ese cruce es imposible.

Entonces, si  $W_4$  puede cambiar a 2 en  $G'$ , también puede cambiar en  $G$ . Entonces en  $G'$ ,  $C_n$  quedaría con  $\chi(C_n) = 4$  y la existencia de  $v_5$  contradice al teorema 1.

#### REFERENCIA:

1. F. Harary. "Graph Theory", Addison Wesley 1969.



## NOTA SOBRE LA INTEGRACION DE LA FUNCION DE LOMMEL

Por: R. S. DAHIYA

### 1) La ecuación integral

$$(1.1) \quad \phi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-px} f(x) dx, \quad R(p) > 0$$

representa la transformación clásica de Laplace de una variable y las funciones  $\phi(p)$  y  $f(x)$  relacionadas por (1.1) se dice están relacionadas operacionalmente una a otra.  $\phi(p)$  es llamada la imagen y  $f(x)$  la primitiva.

Podemos escribir simbólicamente.

$$(1.2) \quad \phi(p) \doteq F(x) \text{ or } f(x) \doteq \phi(p),$$

y el símbolo  $\doteq$  se llama operacional.

El objeto de la presente nota es evaluar las integrales que contienen la función de Lommel (véase [1], pág. 372) usando el cálculo operacional.

### 2) Teorema principal: si se supone

$$(i) \quad \phi(p) \doteq h(x)k(x),$$

$$(ii) \quad ph(\sqrt{p}) \doteq g(x),$$

$$(iii) \quad pg(p) \doteq f(x),$$

$$(iv) \quad \psi(p,y) \doteq \frac{k(x)}{x^2 + y},$$

será

$$(2.1) \quad \phi(p) = \int_0^{\infty} f(y) \psi(p,y) dy,$$

siempre que sea permitido un cambio en el orden de la integración.

Demostración: De (i) y (ii) tenemos

$$(2.2) \quad \phi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-px} h(x) k(x) dx$$

y

$$(2.3) \quad h(\sqrt{p}) = \int_0^{\infty} e^{-\sqrt{p}x} g(x) dx$$

usando ahora (2.3) en (2.2), obtenemos

$$(2.4) \quad \phi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-xp} k(x) \left[ \int_0^{\infty} e^{-x^2 t} g(t) dt \right] dx$$

Interpretando con ayuda de (iii), tenemos

$$\phi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-px} k(x) \left[ \int_0^{\infty} e^{-x^2 t} \left\{ \int_0^{\infty} e^{-yt} f(y) dy \right\} dt \right] dx$$

Cambiando el orden de la integración, resulta

$$(2.5) \quad \begin{aligned} \phi(p) &= p \int_0^{\infty} e^{-px} k(x) \left[ \int_0^{\infty} f(y) \left\{ \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y)t} dt \right\} dy \right] dx \\ &= p \int_0^{\infty} e^{-px} k(x) \left[ \int_0^{\infty} \frac{f(y)}{x^2+y} dv \right] dx \\ &= \int_0^{\infty} f(y) \left[ p \int_0^{\infty} e^{-px} \frac{k(x)}{x^2+y} dx \right] dy \\ \phi(p) &= \int_0^{\infty} f(y) \psi(p, y) dy, \quad \text{por (IV).} \end{aligned}$$

Esto completa la demostración del Teorema.

3) Integrales de la función de Lommel.

$$\begin{aligned} \text{Supongamos } h(x) &= \exp(x^2/4) D_{-\mu}(x) \text{ y } k(x) = x^\nu. \\ h(x)k(x) &= x^\nu \exp(x^2/4) D_{-\mu}(x) = p^{\mu-\nu} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{[\mu]_r 2r}{r!} \end{aligned}$$

$$\Gamma(\nu - 2r - \mu + 1) \left(-\frac{p^2}{2}\right)^r = \phi(p)$$

(Véase [1], resultado (1), pág. 210)

$$ph(\sqrt{p}) = pe^{p/4} D_{-\mu}(\sqrt{p}) \doteq \frac{x^{\mu/2-1} (x + 1/2)^{-\mu/2-1/2}}{\frac{\mu+1}{2} \frac{2}{2} \Gamma(\mu/2)}$$

(Véase [1], resultado (20), pág. 139)

$$pg(p) = \frac{1}{2^{\frac{\mu+1}{2}} \Gamma(\mu/2) (p + 1/2)^{\frac{\mu+1}{2}}} \doteq \frac{\frac{1}{2} \frac{(1-\mu)}{2} e^{-x/4}}{2^{\mu+1/2} \Gamma(\mu/2) \pi}.$$

$$[D_{\mu-1}(-\sqrt{x}) - D_{\mu-1}(\sqrt{x})] \equiv f(x)$$

(Véase [1], resultado (4), pág. 210)

$$K(x) = \frac{x^\nu}{x^2 + y} \doteq \frac{\pi}{\pi} \cosec[(\nu + 1)\pi] y^{\frac{\nu-1}{2}} p V_{\nu+1}(2\sqrt{y}p, o) \equiv \psi(p, y)$$

(Véase [1], resultado (9), pág. 138)

Luego de (2.1) se obtiene

(3.1)

$$\int_0^\infty y^{\frac{\nu-1}{2}} \exp\left(-\frac{y}{4}\right) [D_{\mu-1}(\sqrt{y}) - D_{\mu-1}(\sqrt{y})] V_{\nu+1}(2\sqrt{y}p, o) dy$$

$$= \frac{\Gamma(\frac{\mu}{2}) 2^{\mu+1/2} p^{\mu-\nu-1}}{\Gamma(\frac{1-\mu}{2}) \cosec[(\nu+1)\pi]} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\frac{(\mu)}{2} 2r}{r!} \Gamma(\nu - 2r - \mu + 1) \left(-\frac{p^2}{2}\right)^r,$$

$$2 > \operatorname{Re}(\nu) > -1$$

De modo similar, si consideramos el par  $\{h(x), k(x)\}$  como:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{2\sqrt{\pi}x^{-2}\log x}{x^{\nu-2}k_v(2\sqrt{ax}) \text{ and } k(x)} \\ \frac{1}{x(x+a)} \end{cases} = \begin{cases} x^{n+1} \\ x^{\mu-\nu+2} \\ x^{\nu+1} \end{cases}$$

y según la técnica dada en (3.1), luego llegamos a los siguientes resultados

(3.2)

$$\int_0^{\infty} y^{\frac{n-1}{2}} \log y V_{n+2}(2\sqrt{y}p, 0) dy = \frac{2\Gamma(n+1)}{p^{n+1} \cosec[(n+2)\pi]}$$

$[\Psi(n+1) - \log p]$ ,  $|\operatorname{Re}(n)| < 1$ .

(3.3)

$$\int_0^{\infty} Y^{\frac{\mu-1}{2}} J_{\nu}(2\sqrt{ay}) V_{\mu-\nu+3}(2\sqrt{y}p, 0) dy = -\frac{2 \sin(\mu\pi) \sin[(\mu-\nu+3)\pi]}{\pi \sin[(\mu+\nu)\pi]} \\ \frac{\Gamma(\mu-\nu+1)}{(p^2-4a)} \frac{Q_{\mu}^{\nu}}{2} \left( \frac{p}{\sqrt{p^2-4a}} \right)$$

$\operatorname{Re}(p) > 2a$ ,  $\operatorname{Re}(\mu-\nu) > 1$ ,  $0 < \operatorname{Re}(\nu) < 7/2$ ,  $\operatorname{Re}(\nu-\mu) > 0$ .

(3.4)

$$\int_0^{\infty} \frac{Y^{\frac{\nu-1}{2}}}{y+a^2} V_{\nu+2}(2\sqrt{y}p, 0) dy = \frac{\Gamma(1+\nu) a^{\frac{\nu-3}{2}} \exp(\frac{ap}{2})}{\cosec[(\nu+2)\pi] p^{\frac{\nu+1}{2}}} \\ w \left( \frac{\nu+1}{2} \frac{\nu}{2} \right)$$

$|\operatorname{Re}(\nu)| < 1$ .

---

1. Erdélyi, Magnus, Oberhettinger, Tricomi; Tables of Integral Transforms. Vol. 1 (1954). Bateman Project. McGraw-Hill book company, inc.

## A NOTE ON INTEGRATION OF LOMMEL'S FUNCTION

By: R. S. DAHIYA

1. The integral equation

$$(1.1) \quad \phi(p) = p \int_0^\infty e^{-px} f(x) dx, \quad R(p) > 0$$

represents the classical Laplace transformation of one variable and the functions  $\phi(p)$  and  $f(x)$  related by (1.1), are said to be operationally related to each other.  $\phi(p)$  is called the image and  $f(x)$  the original.

Symbolically we can write

$$(1.2) \quad \phi(p) \doteq F(x) \text{ or } f(x) \doteq \phi(p),$$

and the symbol  $\doteq$  is called 'operational'.

The object of the present note is to evaluate integrals involving Lommel's Function (see [1], page 372) by using operational calculus.

2. *The Main Theorem:* suppose

- (i)  $\phi(p) \doteq h(x)k(x),$
- (ii)  $ph(\sqrt{p}) \doteq g(x),$
- (iii)  $pg(p) \doteq f(x),$
- (iv)  $\psi(p,y) \doteq \frac{k(x)}{x^2+y}$

then

$$(2.1) \quad \phi(p) = \int_0^\infty f(y) \psi(p,y) dy,$$

provided a change in the order of integration is permissible.

*Proof:* From (i) and (ii) we have

$$(2.2) \quad \phi(p) = p \int_0^\infty e^{-px} h(x) k(x) dx$$

and

$$(2.3) \quad h(\sqrt{p}) = \int_0^{\infty} e^{-px} g(x) dx.$$

Now using (2.3) in (2.2), we get

$$(2.4) \quad \phi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-px} k(x) \left[ \int_0^{\infty} e^{-x^2 t} g(t) dt \right] dx.$$

By interpreting with the help of (iii), we have

$$\phi(p) = p \int_0^{\infty} e^{-px} k(x) \left[ \int_0^{\infty} e^{-x^2 t} \left\{ \int_0^{\infty} e^{-yt} f(y) dy \right\} dt \right] dx.$$

On changing the order of integration, it follows

$$\begin{aligned} (2.5) \quad \phi(p) &= p \int_0^{\infty} e^{-px} k(x) \left[ \int_0^{\infty} f(y) \left\{ \int_0^{\infty} e^{-(x^2+y)t} dt \right\} dy \right] dx \\ &= p \int_0^{\infty} e^{-px} k(x) \left[ \int_0^{\infty} \frac{f(y)}{x^2+y} dy \right] dx \\ &= \int_0^{\infty} f(y) \left[ p \int_0^{\infty} e^{-px} \frac{k(x)}{x^2+y} dx \right] dy \\ \phi(p) &= \int_0^{\infty} f(y) \psi(p, y) dy, \quad \text{by (IV).} \end{aligned}$$

This completes the proof of the theorem.

### 3. Integrals of Lommel's functions.

Suppose  $h(x) = \exp(x^2/4) D_{-\mu}(x)$  and  $k(x) = x^\nu$

$$h(x)k(x) = x^\nu \exp(x^2/4) D_{-\mu}(x) \stackrel{def}{=} p^{\mu-\nu} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\binom{\mu}{r} 2^r}{r!}$$

$$\frac{\Gamma(\nu-2r-\mu+1)}{2} (-p^2)^r = \phi(p)$$

(See [1], result (4), page 210)

$$ph(\sqrt{p}) = pe^{p/4} D_{-\mu}(\sqrt{p}) \doteq \frac{x^{\mu/2-1}(x+\frac{1}{2})^{-\mu/2-\frac{1}{2}}}{2^{(\mu+1)/2} \Gamma(\mu/2)} \equiv g(x)$$

(See [1], result (20), page 139)

$$pg(p) = \frac{1}{\frac{\mu+1}{2} \frac{2}{\Gamma(\mu/2)} \frac{(p+\frac{1}{2})^{\frac{\mu+1}{2}}}{2}} \doteq \frac{\Gamma(\frac{1-\mu}{2}) e^{-x/4}}{2^{\mu-1/2} \Gamma(\mu/2) \pi}.$$

$$\cdot [D_{\mu-1}(-\sqrt{x}) - D_{\mu-1}(\sqrt{x})] \equiv f(x)$$

(See [1], result (4), page 210).

$$\frac{K(x)}{x^2+y} = \frac{x^\nu}{x^2+y} \doteq \pi \operatorname{cosec} [(\nu+1)\pi] y^{\frac{\nu-1}{2}} p V_{\nu+1}(2\sqrt{y}p, 0) \equiv \psi(p, y)$$

(See [1], result (9), page 138).

Hence from (2.1), we get

$$(3.1) \quad \int_0^\infty y^{\frac{\nu-1}{2}} \exp\left(-\frac{y}{4}\right) [D_{\mu-1}(\sqrt{y}) - D_{\mu-1}(\sqrt{y})] V_{\nu+1}(2\sqrt{y}p, 0) dy$$

$$= \frac{\Gamma(\frac{\mu}{2}) 2^{\mu+1/2} p^{\mu-\nu-1}}{\Gamma(\frac{1-\mu}{2}) \operatorname{cosec} [(\nu+1)\pi]} \sum_{r=0}^{\infty} \frac{\frac{(\mu)}{2} 2r}{r!} \Gamma(\nu-2r-\mu+1) \left(-\frac{p^2}{2}\right)^r,$$

$$2 > \operatorname{Re}(\nu) > -1$$

Similarly if we consider the pairs  $\{h(x), k(x)\}$  as:

$$h(x) = \begin{cases} \frac{(2\sqrt{\pi}x^{-2}\log x)}{x^{\nu-2}k_\nu(2\sqrt{ax})} y k(x) \\ \frac{1}{x(x+a)} \end{cases} = \begin{cases} \frac{x^{n+1}}{x^{\mu-\nu+2}} \\ \frac{1}{x^{\nu-1}} \end{cases}$$

and follow the technique given in (3.1), then we arrive at the following results:

$$(3.2) \quad \int_0^{\infty} y^{\frac{n-1}{2}} \log y \ V_{n+2}(2\sqrt{y}p, \alpha) dy = \frac{2\Gamma(n+1)}{p^{n+1} \cosec[(n+2)\pi]}$$

$$(3.3) \quad [\psi(n+1) - \log p], \quad |\operatorname{Re}(n)| < 1.$$

$$\int_0^{\infty} Y^{\frac{\mu-1}{2}} J_{\nu}(2\sqrt{ay}) V_{\mu-\nu+3}(2\sqrt{y}p, \alpha) dy = -\frac{2 \sin(\mu\pi) \sin[(\mu-\nu+3)\pi]}{\pi \sin[(\mu+\nu)\pi]} \\ \frac{\Gamma(\mu-\nu+1)}{(p^2-4a)\frac{\mu+1}{2}} Q_{\mu}^{\nu} \left( \frac{p}{\sqrt{p^2-4a}} \right);$$

$$\operatorname{Re}(p) > 2a, \quad \operatorname{Re}(\mu+\nu) > 1, \quad \alpha < \operatorname{Re}(\nu) < \frac{7}{2}, \quad \operatorname{Re}(\nu-\mu) > 0.$$

(3.4)

$$\int_0^{\infty} Y^{\frac{\nu-1}{2}} V_{\nu+2}(2\sqrt{y}p, \alpha) dy = \frac{\Gamma(1+\nu) a^{\frac{\nu-3}{2}} \exp(\frac{ap}{2})}{\cosec[(\nu+2)\pi] p^{\frac{\nu+1}{2}}} \\ w - \frac{\nu+1}{2}, \frac{\nu}{2} \quad (ap),$$

$$|\operatorname{Re}(\nu)| < 1.$$

---

1. Erdélyi, Magnus, Oberhettinger, Tricomi; Tables of Integral Transforms. Vol. 1 (1954). Bateman Project. McGraw-Hill book company, inc.

**LIBROS DONADOS A LA ACADEMIA POR LA FAMILIA  
DEL DR. FRANCISCO J. DUARTE**

510. *Matemática General*

Adler, Irving; *Initiation a la mathematique*, Paris, Vuibert, 1927.  
225 p. 23 cm. (N-55).

510.

Callandreau, Edouard; *Célébre problèmes mathématique*. Paris, A. Michel /c. 1949/. 477 p. 26 cm. (C-13).

510.

Courant, Richard y Herbert Robbins; *¿Qué es la Matemática?* Madrid, Aguilar, 1955. 534 p. 22 cm. (C-833).

510.

Denjoy, Arnaud; *Un demi-siecle (1907-1956) de notes communiques aux académies*. T. I. *La variable complexe*. T. II. *Le champ réel*. Paris, Gauthier-Villars, 1957. 225-589 p. 25 cm. (D-41).

510.

Félix, Lucienne; *Exposé moderne des mathématiques élémentaires*. Paris, Dunod, 1959. 421 p. 25 cm. (F-335).

510.

Félix, Lucienne; *Exposé moderne des mathématique élémentaires*. Paris, Dunod, 1959. 421 p. 25 cm. (F-335).

510.

Nothrop, Eugene P.; *Paradojas Matemáticas*. México, Hispano-American /c. 1949/. 355 p. 19 cm. (N-818 p).

510.

Jordán, Ch.; *Mémoires de mathématiques /s.n.t./. /p.v./.* 25 cm.  
(J- 561).

510.

Klein Félix; Matemática elemental, desde un punto de vista superior. Vol. I-II. Madrid /Nuevas Gráficas/, 1908. 404-328 p. 24 cm. (K-674).

510.

Mémoires de Mathématiques; Varios autores /s.n.t./, p.v. 29 cm. (M-51).

510.

Mémoires de Mathématiques; Paris, Villars, 1875 p.v. 28 cm. (M-51).

510.

Montessus de Ballore, r. de; Folletos de matemática general, o Memorias de matemática /s.n.t./ (M-765).

510.

Pisot, Charles y Marc Zamansky; Mathématiques générales. Paris, Dunod, 1963. 648 p. 25 cm. (P-676).

510.

Smith, David Eugene; A source book in mathematics. New York, McGraw-Hill, 1929. 701 p. 23 cm. (S-61).

510.

Steinhaus, H. H.; Mathematical snapshots. New York, Stechert /s.f./. 135 p. dig. 25 cm. (S-34).

510.

Tietze Heinrich; Famous problems of mathematics. Baltimore, Gray-Lock, 1965. 367 p. 23 cm. (T-44).

510-1. *Historia de las Matemáticas*

Ahrens, W. Dr.; Mathematiker-Anekdoten. Leipzig, Verlag, 1916. 56 p. 18 cm. (A-73).

510-1.

Bartolotti, Ettore; L'Ecole mathematique de Bologne. N. Zanichelli, 1928. 75 p. ilus., 19 cm. (B-645).

510-1.

Boutroux, Pierre; L'Idéal scientifique des mathématiciens. Paris, Félix Alcan, 1920. 274 p. 19 cm. (B-64).

510-1.

Boyer, Jacques; Histoire des mathématiques. Paris, Villars, 1900. 260 p. ilus. 22 cm. (B-694).

510-1.

Biot, M. J. B.; Une anecdote relative a M. Laplace /s.l./ /s.e./. 1850. 7 p. 26 cm. (B-52).

510-1.

Bruins, M. E. M.; Nouvelles découvertes sur les mathématiques babyloniennes. Paris, Conférence faite au Palais de la Découverte, 1951. 29 p. 18 1/4 cm. (B-8-N).

510-1.

Caro, Víctor E.; Los Números. Su historia. Sus propiedades. Sus mentiras y verdades. Bogotá, Minerva, 1937. 291 p. 20 cm. (C-22).

510-1.

Denjuoy, Arnaud; Jubilé scientifique. /Paris/ Gauthier-Villars /1956/. 110 p. 23 cm. (D-41).

510-1.

Fernández Bolívar, Víctor José; "La interpretación militar de la matemática de la historia modifica conceptos fundamentales del arte de la guerra". Suplemento de la revista de las Fuerzas Armadas de Venezuela. Paris, 1<sup>a</sup> ed. en español, 1963. 77 p. ilus., map., 23 cm. (F-391).

510-1

Hoefer, Ferdinand; Histoire des mathématiques. Paris, Hachette, 1879. 602 p. 18 cm. (H-671).

510-1.

Isely, L.; Histoire des Sciences Mathématiques dans la Suisse Française Neuchatel, Nouvelle, 1901. 215 p. 22 cm. (I-1).

510-1.

Kobori, M. Akira; Les étapes historiques des mathématiques au Japon. Paris, Les Conférences du Palais de la Découverte, 1956. 21 p. 18 1/2 cm. (K-791).

510-1.

Loria Gino; Histoire des Sciences Mathématiques dans L'Antiquité Hellénique. Paris, Gauthier-Villars, 1929. 215 p. 19 1/2 cm. (L-89).

510-1.

Loria, Gino; Storia delle matematiche, dall'alba della civiltà al tramonto del secolo XIX. Milano, Ulrico, 1950. 975 p. 25 cm. (L-89).

510-1.

Picard, Emile; Sciences Mathématiques en France depuis un Demi-siecle. Paris, Gauthier-Villars, 1917. 25 p. 26 cm. (P-581).

510-1.

Reymond, Arnold; Histoire des sciences Exactes et Naturelles dans L'Antiquité Gréco-Romaine. Paris, Blanchard, 1924. 238 p. 23 cm. (R-331).

510-1

Smith, David Eugene y Jeruthiel Ginsburg; A history of mathematics in America Before 1900. The Mathematical Association of America /c. 1934/. 209 p. 20 cm (S-51).

510-1.

Tahan, Malba; O homem que calculava. Rio de Janeiro, Conquista, 1950. 106 p. 25 cm. (T-766).

501-1.

Tannery, Paul; Pour L'Histoire de la science Hellene. Paris, Gauthier-Villars, 1930. 435 p. 25½ cm. (T-158).

510-1.

Temple Bell, Eric; La reina de las Ciencias. Buenos Aires, Losada /c. 1944/. 141 p. 21 cm. (T-247).

510-1.

Zeuthen, H. G.; Histoire des Mathématiques dans L'Antiquité le Moyen Age. Paris, Gauthier-Villars, 1902. 296 p. 23 cm. (Z-58).

510-2. *Filosofía de las Matemáticas*

Amoroso Costa, Manuel; Asideas Fundamentaes da Mathematica. Rio de Janeiro, Pimenta de Mello, 1929. 246 p. 25 cm. (A-68).

510-2.

Ball, W. W. Rouse; Mathematical Recreations & Essays. London, MacMillan, 1949. 418 p. 20½ cm. (B-21).

510-2.

Darbon, André; La philosophie des mathématiques. Paris, Presses Universitaires, 1949. 203 p. 23 cm. (D-242).

510-12.

Beth, Evert W.; The Foundations of mathematics, a study in the philosophy of science. Amsterdam, North-Holland, 1958. 741 p. 23 cm. (B-466).

510-2.

Félix, Lucienne; The modern aspect of mathematics. New York, Science, 1961. 194 p. 21 cm. (F-335).

510-2.

Gonseth, D. F.; Les fondements des mathématiques. Paris, Blanchard, 1926. 243 p. 25½ cm. (G-587).

510-2.

Gonset, F.; Les entretiens de Zurich sur les fondements et la méthode des sciences mathématiques. Zurich, Leeman, 1941. 209 p. 23 cm. (G-587).

510-2.

Hasse, Helmunt; Proben mathematischer forschung in allgemeinverständlicher behandlung. Frankfurt, Verlag, 1955. 103 p. 23 cm. (H-277).

510-2.

Hasse, Helmunt; Proben mathematischer forschung in allgemeinverständlicher behandlung. Frankfurt, Verlag 1955. 103 p. 23 cm. (H-277).

510-2.

Kasner, Edward y James Newman; Matemáticas e Imaginación. Buenos Aires, Hachette /1944/. 396 p. 22½ cm. (K-15).

510-2.

Leite López, José; Sobre os principios do conhecimiento matemático. Recife, Jornal do comercio, 1938, 24 p. 23 cm. (L-536).

510-2.

Lionnais, F. Le; Les grands Courants de La Pensée Mathematique. Cahiers Du Sud, 1948. 553 p. 23 cm. (L-661).

510-2.

Niklitschek, Alexander; El prodigioso Jardín de las Matemáticas. Barcelona, Iberia /1944/. 359 p. 21 cm. (N-585).

510-2.

Northrop, E. P.; Fantaisies et paradoxes mathématiques. Paris Dunod, 1964. 225 p. 22 cm. (N-811).

510-2.

Pacotte, Julien; La pensée mathématique contemporaine. Paris, Félix Alcan, 1925. 126 p. 19 cm. (P-114).

510-2.

Rey Pastor, J. y P. Puig Adam; Metodología de la Matemática elemental. Buenos Aires /Ibero-Americana/, 1948. 161 p. 21 cm. (R-33).

510-2.

Russell, Bertrand; The principles of mathematics. Cambridge, University Press, 1903. 534 p. 25 cm. Vol. I (R-911).

510-2.

Volterra, Vito; Henri Poincaré; L’Oeuvre Scientifique. L’Oeuvre Philosophique. Paris, F. Alcan, 1914. 264 p. 19 cm. (V-889).

510-3. *Lógica Simbólica*

Beth, E. W.; Les fondements logiques des mathématiques. Paris, Gauthier-Villars, 1950. 222 p. 25 cm. (B-466).

510-3.

Boll, Marcel; Manuel de logique scientifique. Paris, Dunod, 1948. 544 p. 24 cm. (B-639).

510-3.

Bochenski, I. M.; Ancient Formal Logic. Amsterdam, North-Holland, 1957. 122 p. 22 cm. (B-631).

510-3.

Curry, Haskell B.; Leçons de logique algébrique. Paris, Gauthier-Villars, 1925. 163 p. 25½ cm. (C-937).

510-3.

García Baca, David; Introducción a la lógica moderna. Barcelona, Labor /1936/. 251 p. 19 cm. (G-125).

510-3.

Luquet, G.H.; Logique Formelle. Paris, Alcan, 1925. 98 p. 19 cm. (L-96).

510-3.

Piaget, Jean; Traité de logique. Paris, Armand Colin, 1949. 423 p. 23 cm. (P-571).

510-3.

Rosser, J. Barkley; Logic for mathematicians. New York, MacGraw-Hill, 1953, 530 p. 23 cm. (R-735).

510-4. *Obras Completas*

Sylvester, J. J.; Collected Papers /s.n.t./. Tomos I-II-III. p.v. 22-30 cm. (S-57).

510-5. *Biografías.*

Appel, Paul; Cinquantenaire Scientifique. Paris, Presses Universitaires, 1927. 48 p. 23 cm. (A-48).

510-5.

Appel, Paul; Henri Poincaré. Paris, Plon /c. 1925/. 119 p. 20 cm. (A-48).

510-5.

Alexander, H. C.; The Leibniz-Clarke correspondence. New York, Philosophical /c. 1956/. 200 p. 19 cm. (A-27).

510-5.

Ceil, I.; Sonja Kowalewsky, Halle, Verlag /1892/. 118 p. 18 cm. (C-32).

510-5.

Dijksterhuis, E. J. Archimedes. Copenhagen, Munksgaard, 1956. 422 p. 23 cm. (D-54).

510-5.

Dreyer, J. L. E.; Tycho Brahe. Edinburgh, Charles Black, 1890. 405 p. 23 cm. (D-825).

510-5.

Dupuy, P.; La vida de Evaristo Galois. Caracas, Americana, 1947, 85 p. 23 cm. (D-929).

510-5.

Du Pasquier, Gustave; Léonard Euler et ses amis, Paris, Hermann, 1927. 125 p. 25½ cm. (D-85).

510-5.

Dunnington, G. Waldo; Carl Friedrich Gauss Titan of Science. New York, Exposition, 1955. 479 p. ilus. 21 cm. (D-922).

510-5.

Ferreter Mora, José y Hugues Leblanc; Logica Matemática. México, Fondo de Cultura Económico, 1955. 210 p. 22 cm. (F-415).

510-5.

Hermite, Ch.; 1822-1892 Jubilé de M. Hermite. Paris, Gauthier-Villars. 1893. 45 p. 26 cm. (H-427).

510-5.

Launay, Louis de; Legrand Ampére. Paris, Perrin, 1925. 274 p. 21 cm. (L-371).

510-5.

Lebon, Ernest y Gaston Darboux; Bibliographie analytique des écrits. Paris, Gauthier-Villars, 1910. 72 p. 29 cm. (L-493).

510-5.

Leffler, A. Ch.; Souvenirs D'Enfance de Sophie Kovalewksy por Elle-Meme. Paris, Hachette, 1895. 334. p. 18 cm. (L-52)..

510-5.

Lecat, Maurice; Bibliographie du calcul des variations. 1850-1913. Paris, Hermann, 1913. 113 p. 25½ cm. (L-494).

510-5.

Mansion, P; Le centenaire D'Abel. /Belgique/, /Pollennis/, /1902/. 16 p. 23 cm. (M-318).

510-5.

Mittag-Leffler, G.; Niels Henrik Abel. Paris, Revue du Mois, 1907. 48 p. 24 cm. (M-698).

Nörlund, N. E.; G. Mittal-Leffler /s.n.t./. Acta mathematica № 50. 23 p. 30 cm. (N-75).

510-5.

Pantaleo, Mario; Albert Einstein. Formigini, 1925. 63 p. 11 cm. (P-196).

510-5.

Smith, David Eugene; Protraits of Eminent Mathematicians. New York, Scripta Mathematica, 1946. 36 cm. ilus. (S-51). Portafolio I.

510-5.

Smith David Eugene; Portraits of Eminent Mathematicians, New York, Scripta Mathematica, 1938. 36 cm. Ilus. (S-51). Portafolio II.

510-5.

Stunicka, F. J. Dr.; Prager Tychoniana. Prag, Verlag, 1901. 69 p. ilus. 27 cm. (St-94).

510-5.

Tannery, Jules; Manuscrits de Evariste Galois. Paris, Villars, 1908. 67 p. 25 cm. (T-158).

510-5.

Taton, René; L'Oeuvre scientifique de Monge. Paris, Presses Universitaires, 1951. 441. p. 23 cm. (T-188).

510-5.

Vassilief, A.; P. L. Tchébychef et son oeuvres scientifique. Turin, Clauen, 1898. 56 p. 24 cm. (V-445).

510-5.

Ver Ecke, Paul; Diophante D'Alexandrie. Paris, Blanchard, 1959. 299 p. 28 cm. (V-58).

510-5.

Ver Ecke, Paul; Proclus de Lycie. Bruges, Brouwer, 1948. 372 p. 28 cm. (V-58).

510-6. *Enseñanzas de las Matemáticas*

Bianchi, R y F. Huré Initiation aux Mathématiques modernes. Paris, L. de la Radio /s.f./. 367 p. 21 cm. (B-47).

510-6.

Calame, André; Mathématiques modernes I. Suisse, Griffon /c. 1945/. 198 p. 22½ cm. (C-125).

510-6.

Gardner, Martin; Mathematical puzzles & diversions. New York, Simon, 1961. 253 p. 22 cm. (C-17).

510-6.

Gamow, G. y M. Stern; Jeux Mathématiques, quelques casse-tete. Paris, Dunod, 1959. 105 p. 21 cm. (C-148).

510-6.

Hogben, Lancelot, Les mathématiques pour tous. Paris, Payot, 1939. 687 p. 23 cm. (H-679).

510-6.

Kraitchik, Mauricio; Matemáticas recreativas. Buenos Aires, El Ateneo, 1964. 381 p. 24 cm. (K-857).

510-6.

Lahoz, Primitivo; Curiosidades matemáticas. Madrid, Sáez, 1924. 59 p. 16 cm. (L-139).

510-6.

Richardson, M.; Elements de mathématiques modernes. Paris, Dunod, 1963. 605 p. 22½ cm. (R-421).

510-6.

Symposium; sobre algunos problemas matemáticos que se están estudiando en Latino América. Punta del Este, UNESCO, 1951. 183 p. 24 cm. (S-68).

510-6.

Symposium; sobre algunos problemas matemáticos que se están estudiando en Latino América. 2º Villavicencio, UNESCO, 1954. 329 p. 24 cm. (S-68).

510-6.

Suter, Herbert; *Mathématiques modernes I*. Suisse, Griffon /c. 1965/. 259 p. 22½ cm. (S-83).

510-6.

Tahan, Malba; *O homem que calculava*. Rio de Janeiro, Conquista, 1950. 291 p. ilus., 20 cm. (T-13).

510-6.

Thébault, Victor; *Les recreations mathématique*. Paris, Gauthier-Villars, 1952. 297 p. 26 cm. (T-712).

510-6.

Young, J. W. A.; *Fines, valor y métodos de la enseñanza matemática*. Buenos Aires, Lozada /c. 222/ p. 21 cm. (Y-84).

### 511. *Aritmética*

Arnoux, Gabriel; *Arithmétique Graphique, Introduction L'Etude des Fonctions Aritmétiques*. Paris, Gauthier-Villars, 1906. 225 p. 26 cm. (A-63).

511.

Itard, Jean; *Les livres arithmétiques d'Euclide*. Paris, Hermann, /c. 1961/. 230 p. 21 cm. (I-Ia).

511.

Jones, Burton W.; *The arithmetic Theory of quadratic forms*. The Mathematical Association of America /c. 1950/. 212 p. 19½ cm. (J-73).

511.

Niewenglowski, B.; *Questions D'Arithmétique*. Paris, Vuibert, 1927. 225 p. 23 cm. (N-55).

### 511-1. *Teoría de los Números*

Appell, Paul y Edouard Goursat; *Theorie Fonctions Algebriques et de leurs integrales. Tome 1, Etude des fonctions analytiques sur une surface de riemann*. Paris, Gauthier-Villars, 1929. 526 p. 26 cm. (A-48).

511-1.

Bianchi, Luigi; *Lezioni sulla teoría dei numeri algebrici*. Pisa, Spoerri, 1923. 643 p. 24½ cm. (B-47a).

511-1.

Boccardi, J.; *Tables logarithmiques des factorielles jusqu'a 10.000*. Cavaillón, Mistral, 1932. 36 p. 22 cm. (B-631).

511-1.

Dantzig, Tobias; *Number the language of science*. Garden City N.Y.; Doubleday, 1956. 345 p. 18½ cm. (D-235).

511-1.

Denjoy, Arnaud; *L'Enumeration transfinie*. T. I. *La notion de Rang*. T. II. *L'Arithmétisation du transfinie* Paris. Gauthier-Villars, 1946-1952. 206-436 p. 26 cm. (D-41).

511-1.

Desmaret, E.; *Théorie des nombres traité de L'Analyse Indéterminée*. Paris, Lefevre, 1852. 312 p. 28 cm. (D-463).

511-1.

Dickson, Leonard Eugene; *Modern elementary theory of numbers*. Chicago, University Press /c. 1950/. 309 p. 20 cm. (D-55).

511-1.

Errera, A.; *Analysis situs un problème D'Enumeration*. Bruxelles, La-martin, 1931. 26 p. 26 cm. (E-78).

511-1.

Feuter, Rudolf; *Synthetische zahlentheorie*. Berlin, Walter de Gruyter, 1925. 276 p. 24 cm. (F-952).

511-1.

Jacobi, C. C.; *Canon Arithmeticus*. Berlin, Verlag, 1956. 432 p. 25 cm. (J-151).

511-1.

Kraitchik, M.; *Introduction a la théorie des nombres*. Paris, Gauthier-Villars, 1952. 202 p. 25½ cm. (K-857).

511-1.

Kraitchik, M.; *Téorie des Nombres*. T. III, *Analyse diophantine et applications aux cuboides rationnels*. Paris, Gauthier-Villars, 1947. 135 p. 25 cm. (K-857).

511-1.

Laurent, H.; Théorie des nombres ordinaires et algébriques. Paris, C. Naud, 1904. 181 p. 21 cm. (L-363).

511-1.

Laurent, H.; Sur les principes fondamentaux de la Théorie des Nombres et de la Géometrie. Paris, Gauthiers-Villars, 1911. 68 p. 20 cm. (L-373).

511-1.

Lebon, Ernest; Table de caractéristiques, Tome I. Paris, Gauthier-Villars, 1920. 56 p. 29 cm. (L-493).

511-1.

Legendre, A. M.; Théorie des Nombres. Tome I-II. Paris, Hermann, 1900. 406-463 p. 28 cm. (L-524).

511-1.

Lucas, Edouard; Recherches sur l'Analyse indéterminée et l'Arithmétique de Diopante. Paris, Blanchard, 1961. 92 p. 25½ cm. (L-96).

511-1.

Mémoires sur la théorie des nombres. /s.n.t./. p.v. 27 cm. (M-51).

511-1.

Nielsen, Niels; Traité élémentaire des nombres de Bernoulli. Paris, Gauthier-Villars, 1923. 398 p. 26 cm. (N-554).

511-1.

Niven, Ivan y Herbert S. Zuckerman; An Introduction to the theory of Numbers. New York, Wiley /c. 1960/. 250 p. 24 cm. (N-644).

511-1.

Perron Oscar; Irrationalzahlen. Berlin, Walter de Gruyter, 1947. 199 p. 21½ cm. (P-426).

511-1.

Pizá, Pedro A.; Escalator Numbers. Santurce P. R., Soltero, 1946. 27 p. 22 cm. (P-689).

511-1.

Pollard, Harry; The theory of algebraic numbers. The mathematical Association of America /c. 1950/. 143 p. 19½ cm. (P-761).

511-1.

Poulet, Paul; La chasse aux nombres. Bruxelles, Stevens Frères, 1929. 72 p. 24 cm. (P-863).

511-1.

Poulet, Paul; La Chasse aux nombres, Fascicule II, Les suites primo-genes. Bruxelles, Sphinx, 1934. 188 p. 25 cm. (P-863).

511-1.

Reichmann, W. J.; La fascination des nombres. Paris, Payot, 1959. 194 p. 23 cm. (R-272).

511-1.

Scott, W. T. y H. S. Wall; A convergence theorem for continued fractions. Transactions of the American Mathematical Society, 1940. pp. 155-172. 28 cm. (S-84).

511-1.

Shanks, Daniel y John W. Wrench; Calculation of  $\pi$  to 100,000 decimals. USA., mathematical of computation, 1962. 77-99 p. 25½ cm. Vol XVI, Nº 77. (S. 18).

511-1.

Thurston, H. A.; The Number-System. New York, Interscience, 1956. 134 p. 23 cm. (T-425).

511-1.

Vandiver, H. S. y G. E. Wahlin; Algebraic Numbers. II. Washington, National Research Council /p. 1927/. 120 p. 26 cm. (V-28).

511-1.

Vinogradov, I. M.; The method of trigonometrical sums in the theory of numbers. London, Interscience /p. 1947/. 180 p. 24 cm. (V-771).

511-1.

Vivanti, Giulio: Il concetto di numero e le sue successive estensioni. Milano, Editrice politecnica, 1929. 31 p. 25 cm. (V-65).

## 512. *Algebra*

Adhémar, R. D.; Les équations sur dérivées partielles à caractéristiques réelles. Paris, Villars, 1907. 84 p. 20 cm. Scientica Nº 29 (A-4le).

Anastassiadis, Jean; Recherches algébriques sur le théorème de Picard-Montel. Paris, Herman /c. 1959/. 52 p. 24 cm. (A-15).

512.

Aitken, A. C. Dr.; Determinantes y matrices. Madrid, Dossat, /s.f./, 151 p. 22 cm. (A-93).

512.

Autonne, León; Sur les groupes commutatifs et pseudo-nuls de quantités hypercomplexes. Lyon. A. Rey. 1912. 92 p. 25½ cm. (A-82).

512.

Autonne, León; Sur les matrices hypermitiennes et sur les matrices unitaires. Lyon. A. Rey. 1915. 77 p. 25½ cm. (Au-82).

512.

Banach, Stefan; Théorie des opérations linéaires. New York, Hafner, /p. 1932/. 254 p. 24 cm. (B-22).

512.

Banachiewicz, Th.; Calcul des déterminants à l'aide de cracoviens. Cracow, Observation. 1937. 8 p. 25½ cm. (B-22).

512.

Bodewig, E.; Matrix calculus. Amsterdam, North-Holland, 1956. 334 p. 23 cm. (B-632).

512.

Barinaga, J.; Miscelánea matemática. Madrid, Nuevas Gráficas, 1937. 127 p. 24 cm. (B-23).

512.

Bernays, Paul; Axiomatic set theory. Amsterdam, North-Holland, 1958. 226 p. 23 cm. (B-457).

512.

Bes, K.; La dependance ou L'Indépendance d'un système d'équations algébriques. Amsterdam, Müller, 1904. 28 p. 27 cm .(B-464).

512.

Breuer, J.; Initiation a la théorie des ensembles. Paris, Dunod, 1961. 121 p. 22 cm. (B-757).

512.

Bruxelles; Colloque sur la théorie des suites, Centre Belge de Recherches mathématiques. Paris, Gauthier-Villars, 1958. 167 p. 25½ cm. (B-83).

512.

Cajori, Florian; An introduction to the modern theory of equations. New York, MacMillan, 1936. 239 p. 19 cm. (C-11).

512.

Couturat, L.; L'Algébre de la Logique. /Paris/, /Villars, 1905. 100 p. 20 cm. Scientia N° 24 (C-837).

512.

Carvallo, Michel; Principes et applications de l'analyse Booléenne. Paris, Gauthier-Villars, 1965. 131 p. 24 cm. (C-253).

512.

Catalan Eugene; Mélanges mathématiques. Mémoires de la Société Royale des Sciences. Liege, Chez J., 1867. 352. p. 23 cm. (C-581).

512.

Chela, Raimundo; Curso de Algebra. Caracas, Publicaciones del Instituto Pedagógico, 1957. 738 p. 22 cm. (Ch-418).

512.

Corral, José Isaac; Nueva solución del problema de Lord Kelvin sobre ecuaciones de coeficientes reales, Madrid, Clásica Española, 1926. 89 p. 25 cm. (C-81).

512.

Corral, José Isaac; Brigadas de Sustituciones. 1<sup>a</sup> parte, Propiedades de las Brigadas. Habana, Bouza, 1934. 125 p. 24 cm. (C-81). Brigadas de Sustituciones, 2<sup>a</sup> parte, Brigadas Imperfectas. Toledo, A. Medina, 1935. 358 p. 24 cm. (C-81).

512.

Denjoy, Arnaud; Articles et mémoires. Paris, Gauthier-Villars, 1955 /p.v./. 25½ cm. (D-41).

512.

Doneddu, A.; Cours de mathématiques supérieures. Tome I, Algébre et Géometrie. Paris, Dunod, 1966. 583 p. 24 cm. (D-717).

512.

Deruyts, Jacques; Essai d'une Théorie générale des formes algébriques. Paris, Hermann, 1891. 96 p. 24½ cm. (D-449).

512.

Dickson Leonard Eugene; New First course in the theory of equations. New York, Wiley. 1949. 182 p. 23 cm. (D-55).

512.

Dieudonné, Jean; Algèbre linéaire et géometrie élémentaire. Paris, Hermann /c. 1964/. 223 p. 23 cm. (D-563).

512.

Dixmier, Jacques; Les algebres D'Operateurs dans L'Espace Hilbertien (Algebres de von Neumann). Paris, Gauthier-Villars. 1957. 367 p. 24½ cm. (D-643).

512.

Dubreil, Paul; Algebre. Paris, Gauthier-Villars, 1954. 467 p. 25½ cm. (D-851).

Dubreil, P. y M. L. Dubreil-Jacotin; Leçons D'Algebre moderne. Paris. Dunod, 1961. 393 p. 25 cm. (D-859).

512.

Dubreil-Jacotin; M. L., L. Lesieur, R. Croisot; Leçons sur la théorie des treillis des structures algébriques ordonnées et des treillis géométriques. Paris, Gauthier-Villars. 1953. 385 p. 25½ cm. (D-854).

512.

Dumont, M.; Etude intuitive des ensembles. Paris, Dunod, 1964. 87 p. 27 cm. (D-897).

Dunod, 1961. 393 p. 25 cm. (D-859).

512.

Fischer, Paul B.; Determinanten, Berlin. Göschen. 1917. 136 p. 16 cm. (F-522).

512.

Gantmacher, F. R.; Applications of the theory of matrices. New York, Interscience /1959/. 317 p. 24 cm. (G-158).

512.

García, Godofredo y Alfred Rosemblatt; Análisis algebraico. Lima, /s.n.t./, 1955. 252 p. 25 cm. (G-165).

512.

Godeaux, Lucien; Les transformation birationnelles de l'espace. Paris, Gauthier-Villars, 1934. 64 p. 26 cm. (G-542).

512.

Greiff B., Luis de; Resolución numérica de ecuaciones algebraicas. Medellín /s.e./, 1949. 12 p. 13 cm. (G-863).

512.

Hadamard, M. y M. Mandelbrojt; La série de Taylor et son prolongement analytique. Paris, Gauthier-Villars, 1926. 108 p. 20 cm. (H-117).

512.

Hadamard, J.; La série de Taylor et son prolongement analytique. /Paris/, /Villars/, 1901. 112 p. 20 cm. Scientia N° 12 (H-117).

512.

Hasse, Helmut; Higher algebra. New York, Frederick Ungar /c. 1954/. 336 p. 21 cm. (H-277).

512.

Halmos, Paul R.; Finite-Dimensional Vector Spaces. 2 ed. New York, Van Nostrand /1958/. 199 p. 23 cm. (H-16).

512.

Hasse, Helmut y Walter Klobe; Exercises to Higher Algebra. New York, Frederick Ungar /c. 1954/. 212 p. 21 cm. (H-277).

512.

Hu, Sze-Tsen; Homotopy theory, New York, Academic Press, 1959, 347 p. 24 cm. (H-86).

512.

Iñiguez Almech, José M.; Operadores lineales en los espacios métricos. Zaragoza, El Noticiero, 1946. 273 p. 25 cm. (I-5).

512.

Jackson, Dunham; Fourier series and orthogonal polynomials. The mathematical Association of America /c. 1948/. 234 p. 20 cm. (J-132).

512.

Jaffard, Paul; Les systèmes D'Idéaux. Paris, Dunod, 1960. 132 p. 25 cm. (J-18).

512.

Kamke, E.; Théorie des Ensembles. Paris, Dunod. 1964. 228 p. 17 cm. (K-128).

512.

Kaplansky, Irving; An introduction to differential álgebra. Paris, Hermann /c. 1957/. 63 p. 24 cm. (K-141).

512.

Klein, Félix; Elementary mathematics from an advanced standpoint Arithmetic, Algebra, Analysis. New York, Dover, 1945. 277 p. 22½ cm. (K-674).

512.

Kober, H.; Dictionary of conformal representations. New York, Dover /c. 1952/. 208 p. 24½ cm. (K-794).

512.

Kraitchik, M.; Traité des Carrés Magiques. Paris, Gauthier-Villars, 1930. 108 p. 25 cm. (K-857).

512.

Lagrange, René; Produits D'Inversions et metrique conforme. Paris, Gauthier-Villars, 1957. 329 p. 24 cm. (L-135).

512.

Larrieu, J.; Principes D'Algébre Linéaire. Paris, Dunod, 1965. 169 p. 24 cm. (L-32).

512.

Laurent, H.; L'Elimination. Paris, Carré, 1900. 75 p. 20 cm. Scientia N° 7. (L-373).

512.

Laurent, H.; Traité D'Algébre, compléments. Paris, Gauthier-Villars, 1864. 56 p. 23 cm. (L-373).

512.

Lecat, Maurice; Multiplication des déterminants supérieurs. /s.n.t./. 16-53 p. 25 cm. (L-494).

512.

Lentin, A. y J. Rivaud; Leçons d'Algèbre Moderne. Paris, Vuibert, 1964. 427 p. 24 cm. (L-549).

512.

Lichtenstein, Maurice; La démonstration du théorème de Fermat. Paris /s.e./, 1927. 51 p. 26 cm. (L-618).

512.

Massoutié, L.; Déterminants équations et formes linéaires. Paris. Vuibert, 1924. 53 p. 23 cm. (M-338d).

512.

MacDuffee, Cyrus Colton; An introduction to Abstract Algebra, New York, Wiley /c. 1950/. 303 p. 24 cm. (M-116).

512.

McCoy, Neal H.; Rings and ideals. The Mathematical Association of America /c. 1948/. 216 p. 20 cm. (M-3).

512.

Muir, Thomas; A treatise on the theory of determinants. London, Mac-Millan, 1882. 240 p. 18 cm. (M-896).

512.

Méray, M. Ch.; Exposition nouvelle de la théorie des formes linéaires et des determinants. Paris, Gauthier-Villars, 1884. 104 p. 28½ cm. (M-532).

512

Millos, Henri; Principes methodes génératrices. Paris, Gauthier-Villars. 1953. 300 p. 25½ cm. (M-61).

512.

Nagell, M. T.; L'analyse indeterminée de degré supérieur. Paris, Gauthier-Villars. 1929. 63 p. 25½ cm. (E-78).

512.

Pascal, E. I. Determinanti. 2º ed. Milano, Ulrico-Hoepli, 1923. 392 p. 15 cm. (P-26).

512.

Petrovskii, I. G.; Lectures on the theory of integral equations. Rochester, N. Y., Graylock. 1957. 97 p. 24 cm. (P-449).

512.

Pham, Daniel; Techniques du calcul matriciel. Paris, Funod. 1962. 279 p. 25 cm. (P-It).

512.

Rickart, Charles E.; General theory of Banach Algebras. New York, Van Nostrand, /1960/. 394 p. 24 cm. (R-425).

512.

Riesz, Frederic; Les systemes D'Equations linéaires a une infinité D'Inconnues. Paris, Gauthier-Villars. 1913. 182 p. 25½ cm. (R-446).

512.

Schwartz, Laurent; Etude des sommes d'exponentielles. Paris. Hermann, /c. 1959/. 151 p. 24 cm. (S-96).

512.

Sierpinski, Waclaw; Hypothèse du continu. Warszawa, Lwów. 1934. 192 p. 26 cm. (S-17).

512.

Turnbull, H. W.; Teoría de ecuaciones. Madrid, Dossat /s.f./. 193 p. 22 cm. (T-849).

512.

Ulam, S. H.; A collection of mathematical problems. New York, Interscience, /1960/. 150 p. 24 cm. (U-1).

512.

Van Der Waerden, B. L.; Modern Algebra. New York, Ungar, /1950/ 2 tomos. Tomo I 264 p. Tomo II 222. p. 24 cm. (V-26 M).

512.

Valiron, Georges; Equations fonctionnelles applications. Paris, Masson, 1945. 605 p. 25½ cm. (V-23).

512.

Walsh, Correa Moylan; An attempted proof of fermat's last theorem by a new method. New York, Stechert, 1932. 44 p. 21 cm. (W-14).

512.

Weiss, Marie J.; Higher algebra for the Undergraduate. New York, Wiley /c. 1949/. 165 p. 22 cm. (W-436).

512.

Wieleitner H.; Algebraische Kurven. Berlin, Verleger, 1919. 122 p. 16 cm. (W-637).

512.

Zamansky, Marc; Introduction a L'Algébre et L'Analyse modernes. Paris, Dunod, 1963. 435 p. 23 cm. (H-16).

512.

Zariski, Oscar y Pierre Samuel; Commutative Algebra. Ney York, Van Nostrand /c. 1958/. 329 p. 24 cm. (Z-19).

512.

Zamansky, Marc; Introduction a L'Algébre et L'Analyse modernes. Paris, Dunod, 1958. 333 p. 25 cm. (Z-15).

512-1. *Teoría de las Probabilidades.*

Borél, Emile; Eléments de la théorie des probabilités. Paris, Hermann, 1910. 191 p. 26 cm. (B-645).

512-1.

Chung, J. H. y D. B. DeLury; Confidence limits for the hypergeometric distribution. Ontario, Research Foundation, 1950. /s. p./ 31 cm. (Ch-472).

512-1.

Darmois, G.; Statistique Mathématique. Paris, Gaston Doin. 1928. 363 p. 18 cm. (D-25).

512-1.

Dovaz, René; Les épreuves répétées et les formules de Laplace. Genéve, Albert Kunding. 1928. 59 p. 24 cm. (D-75).

512-1.

Gallego Díaz, J.; Problemas de cálculo de probabilidades. Madrid, Hispano-Argentina. 1948. 121 p. 19 cm. (G-136).

512-1.

Knopk, Otto. Cálculo de probabilidades. Barcelona, Labor. 1948. 230 p. 19 cm. (K-757).

512-1.

Lovitt, William Vernon; Linear Equations. New York, Dover. 1950. 253 p. 20½ cm. (L-94).

512-1.

Montessus de Ballore, R. de; Probabilité et statistiques. Paris, Hermann, 1931. 211 p. 25 cm. (M-765).

512-1.

Montessus, R. de; Leçons élémentaires sur le calcul des probabilités Paris, Villars. 1908. 191 p. 25 cm. (M-765).

512-1.

Rietz, Henry Lewis; Mathematical Statistics. Illinois. The mathematical Association of America /c. 1927-1943/. 181 p. 20 cm. (R-447).

512-1.

Sanabria, José; Errores y mínimos cuadrados. Caracas, Americana, 1936. 32 p. 32 cm. (S-51).

512-1.

Thrall, R. M., C. H. Coombs y R. L. Davis; Decisión Processes. New York, Wiley, /c. 1954/. 332 p. 22 cm. (Th-411).

512-1.

Von Mises, Richard; Probability Statistics and truth. New York, Mac-Millan, 1939. 323 p. 22½ cm. (V-89).

512-2. *Análisis.*

Ahlfors, Lars V.; Complex analysis. New York, McGraw-Hill, 1953. 247 p. 24 cm. (A-47).

512-2.

Apostol, Tom.; Mathematical Analysis. Massachusetts Addison- Wesley /c. 1957/. 553 p. 24 cm. (A-46).

512-2.

Bananchiewics, Th.; Etudes d'analyse pratique. Cracovie, L'Université, 1938. 389-413 p. 24¼ cm. (B-22).

512-2.

Berg, Ernst Julius; Heaviside's operational calculus. New York, McGraw-Hill, 1936. 258 p. 21 cm. (B-453).

512-2.

Bohren, Arnold; Über die fresnelschen integrale. Bern, Wyss, 1901. 48 p. 23 cm. (B-635).

512-2.

Buhl, M. A.; Nouveaux éléments d'analyse. Tome III Equations différentielles. Paris, Villars, 1940. 191 p. 25 cm.

Tome IV. Equations aux dérivees partielles. Paris, Villars, 1943. 206 p. 25 cm. (B-867).

512-2.

Chominski, A.; Application des cracoviens aux problemes d'analyse pratique. Cracovie, L'Université, 1938. 8 p. 24½ cm. (Ch-34).

512-2.

Denis-Papin, Maurice y A. Kaufmann; Cours de Calcul opérationnel. Paris, Albin, 1950. 237 p. 25 cm. (D-415).

512-2.

Danis-Papin, Maurice y A. Kaufmann; Cours de calcul matriciel. Paris, Albi, 1951. 304 p. 25 cm. (D-415).

512-2.

Denis-Papin, Maurice y A. Kaufmann; Cours de calcul tensoriel. Paris Albin, 1953. 388 p. 25 cm. (D-415).

512-2.

Demartes, M.; 1890-91 Cours D'Analyse. Paris, Hermann, 1892. 168 p. 29 cm. (D-392).

512-2.

Dieudonné, J. Fondements de L'Analyse Moderne. Paris, Gauthier-Villars, 1963, 374 p. 24½ cm. (P-563).

512-2.

D'Ocagne, Maurice; Calcul Simplifié 2: ed. Paris, Vilars, 1905. 228 p. 22 cm. (D-IC).

512-2.

Dölp, H. y Eugen Netto; Grundzüge und aufgaben der differential- und integralrechnung. Gieben, Verlag. 1912. 216 p. 22 cm. (D-698).

512-2.

Egnell, Axel; L'Ochematique le calcul vectoriel ses applications géometriques le calcul différentiel absolu. Paris, Villars, 1926. 572 p. 25 cm. (E-68).

512-2.

Fleury, Henry; L' Analyse dite Infinitésimale. Paris, Scientifiques, 1896. 40 p. 23 cm. (F-639).

512-2.

Frehet, M. F.; Recueil d'exercices sur le calcul Infinitésimal. Paris, Villars. 1891. 536 p. 22 cm. (F-887).

512-2.

Halmos Paul R.; Measure Theory. New York, Van Nostrand, 1950. 304 p. 23 cm. (H-16).

512-2.

Henry, Alfred; Le calcul des différences finies et ses applications. Paris, Hermann, 1923. 210 p. 25 cm. (H-396).

512-2.

Hyslop, J. H.; Series Infinitas. 3<sup>a</sup> ed. Madrid, Dossat, 1945. 128 p. 22 cm. (H-991).

512-2.

Julia, Gaston; Principes géometriques D'Analyse. Fas. VI. Paris Gauthier-Villars, 1930. 116 p. 25½ cm. (J-942).

512-2.

—Julia, Gaston; Principes géometriques D'Analyse. Fas XI. Paris Gauthier-Villars, 1923. 120 p. 25½ cm. (J-942).

512-2.

Julia, Gaston; Exercices D'Analyse. Tomo I. 1928. 454 p. Tomo II, Fonctions analytiques. 1933. 344 p. Tomo III, Equations differentielles, 1933. 287 p. Tomo IV, Equations aux derives partielles du premier ordre, 1935. 230 p. Paris, Gauthier-Villars, 25½ cm. (J-942).

512-2.

Kaplan, Wilfred; Calcul avanzado. México, Continental, 1960, 861 p. 23 cm. (K-141).

512-2.

La Vallée Poussin, C. de; Integrales de Lebesgue Fonctions D'Ensemble Classes de Baire. Gauthier-Villars. 1934. 193 p. (L-382).

512-2.

Landau, Edmund; Einführung in die differentialrechnung und integralrechnung. Groningen, Nordhoff, 1934. 368 p. 25 cm. (L-23).

512-2.

La Vallée Poussin, Ch. J. de; Cours d'Analyse infenitésimale. Tome I-II New York, Dover. 1946. 460-524 p. 22 cm. (L-382).

512-2.

Lebesgue, Henri; Leçons sur L'Integration et la recherche des fonctions primitives. Paris, Gauthier-Villars, 1950, 342 p. 25 cm. (L-492).

512-2.

Levi-Civita, Tullio; Lezioni di calcolo differenziale assoluto. Roma, Alberto-Stock, 1925. 314 p. 25 cm. (L-579).

512-2.

Louvin; Colloque de Géométrie différentielle, du 11 au 14 avril 1951. C. B. R. M. Liege, Georges Thone, 1951. 235 p. 25 cm. (L-937).

512-2.

Marchand-Bey, E. E.; Nouvelle méthode calculs differentiel et integral a la portée de tous. Paris, Chez, 1926. 113 p. 25 cm. (M-332).

512-2.

Onofri L. y V. Bononcini; Esercizi di analisi matematica. Padova, Cerdan, 1952. 331 p. 25½ cm. (O-6).

512-2.

Osgood, Williams F.; Differential and integral calculus. New York, MacMillan, 1907. 428 p. 20 cm. (Os-Id).

512-2.

Palacio Gros, Angel; Ejercicios de Análisis matemático. Caracas, B. U. C. V.; 1968. 1050 p. 24½ cm. (P-171).

512-2.

Palacio Gros, A.; Lecciones de análisis matemático. Caracas, U. C. V.; /p. 1951/. 440 p. 23 cm. (P-171).

512-2.

Pascal, E.; Esercizi critici di calcolo differenziale e integrale. Milano, Ulrico Hoepli, 1921. 286 p. 15 cm. (P-26).

512-2.

Pascal Ernesto; Le funzioni ellittiche. 2º ed. Milano Hoepli, 1924. 342 p. 15 cm. (P-26).

512-2.

Pascal, Ernesto; Lezioni de calcolo infinitésimale. Parte prima y segunda de calcolo integrale. Milano, Hoepli, 1924. 313-330 p. 15 cm. (P-26).

512-2.

Picone, Mauro y Tullio Viola; Lezioni sulla teoria moderna dell'integrazione. /Torino/, Einaudi, 1952. 404 p. 24 cm. (P-58).

512-2.

Ríos, Sixto; Conceptos de integral. /Madrid/ P. del Instituto "Jorge Juan" de Matemáticas, 1946. 79 p. 24 cm. (R-477).

512-2.

Ríos Sixto; La prolongación analítica de la integral de dirichletstielts. Madrid, Consejo S. de I. Científicas, 1944. 93 p. 24 cm. (R-477).

512-2.

Rudin, Walter; Principales of mathematical analysis. New York, McGraw-Hill, 1953. 227 p. 23 cm. (R-834).

512-2.

Saltyrow, N.; Etude sur L'Evolution de méthodes modernes D'Intégration. Bruxelles, Palais des Academias. 1934. 37 p. 26 cm. (S-37).

512-2.

Stankiewicz, L.; Etudes d'analyse pratique approximation successives. Cracovie, L'Université. 1938. 35 p. 24½ cm. (S-24).

512-2.

Young, L. C.; Intégrales généralisées de stieltjes et convergence des séries de fourier. Paris, Gauthier-Villars. 1938. 11 p. 25 cm. (Y-841).

512-2.

Yvon, Marcell; Solutions de problèmes de Calcul Differentiel et Calcul Integral. Paris, Croville-Morant. 1930. 240 p. 26 cm. (Y-96).

512-2.

Zaanen, Adriaab C.; An introduction to the theory of integration. Amsterdam, North-Holland. 1958. 254 p. 23 cm. (Z-11).

512-3. *Ecuaciones Diferenciales.*

Bocher, Maxime; Leçons sur les méthodes de Sturm. Paris, Gauthier-Villars. 1917. 118 p. 25½ cm. (B-631).

512-3.

Denjoy, Arnaud; Les equations différentielles périodiques. Paris, Gauthier-Villars. 1959. 42 p. 27 cm. (D-41).

512-3.

Ince, E. L.; Integración de ecuaciones diferenciales ordinarias, 4<sup>a</sup> ed. Madrid, Dossat /c1943?/. 154 p. 22 cm. (I-2).

512-3.

Legras, J.; Résolution pratique des équations différentielles. Paris, Dunod. 1954. 114 p. 21 cm. (L-526).

512-3.

Phillips, H. B.; Ecuaciones diferenciales, México, Hispano-American, /c. 1945/. 175 p. 19 cm. (P-54).

512-3.

Toyos, Daniel Marín; Ecuaciones diferenciales. 3<sup>a</sup> ed. Madrid, Suárez, 1950. 640 p. 26 cm. (T-668).

512-4. *Teoría de Funciones.*

Anastassiadis, Jean; Définition des fonction eulériennes par des équations fonctionnelles. Paris, Gauthier-Villars. 1964. 77 p. 24 cm. (A-15).

512-4.

Appel, Paul y Edouard Goursat; Théorie des fonctions algébriques. Paris, Villars. 1895. 530 p. 25 cm. (A-48).

512-4.

Appell, Paul y Edoard Goursat; Théorie des fonctions algébriques d'une variable. Paris, Villars. 1930. 521 p. 25 cm. tome II (A-48).

512-4.

Bruxelles, Colloque sur les fonctions de plusieurs variables, du 11 au 14 mars 1953. C. B. R. M. Liège, Georges Thone. 1953. 157 p. 25 cm. (B-83).

512-4.

Curtis, David Raymond; Analytic Functions of a Complex variable. The mathematical Association of America, 1948. 173 p. 19½ cm. (C-941).

512-4.

Du Bois-Reymond, Paul; Théorie générale des fonctions. Nice, Nicoise. 1887. 223 p. 23 cm. (D-85).

512-4.

Fantappié, L.; Teoría de los funcionales analíticos y sus aplicaciones. Barcelona. C. S. de I. C., 1943. 174 p. 25 cm. (F-212).

512-4.

Favard, J.; Leçons sur les fonctions presque-Périodiques. Paris, Gauthier-Villars, 1933. 181 p. 25½ cm. (F-277).

512-4.

Giraud, Georges; Leçons sur les Fonctions automorphes. Paris, Gauthier-Villars, 1920. 126 p. 26 cm. (G-442).

512-4.

Goudet, Georges; Les fonctions de Bessel. Paris, Masson, 1954. 90 p 26 cm. (G-723).

512-4.

González, Mario O.; Fundamentos de la teoría de funciones de variable compleja. Habana, Cultural, 1952. 208 p. 24½ cm. (G-587).

512-4.

Hancock, Harris; Foundations of the theory of algebraic numbers, New York, MacMillan, 1931-32. 602-654 p. 21 cm. 2 tomos. (H-19).

512-4.

Hoüel, J.; Supplément Logarithmique par Leonelli. Paris, Gauthier-Villars, 1876. 75 p. 23 cm. (H-814).

512-4.

Julia, Gaston; Essai sur le développement de la théorie des fonctions de variables complexes. Paris, Gauthier-Villars, 1933. 53 p. 20 cm. (J-942).

512-4.

Julia, Gaston; Leçons sur la représentation conforme des aires simplement connexes. Paris, Gauthier-Villars, 1931. 114 p. 26 cm. (J-942).

512-4.

Knopp, Konrad; Teoría de Funciones. Barcelona, Labor, 1926. 290 p. 19 cm. (K-1).

512-4.

Koenigsberger, Leo Dr.; Vorlesungen über die theorie der Elliptischen Functionen. Leipzig, Verlag, 1874. 219 p. 24 cm. (K-818).

512-4.

Kolmogorov, A. N. y S. V. Fomin; Elements of the theory of functions and functional analysis. Vol. I Metric and normed spaces. Rochester, Graylock, 1957. 129 p. 24 cm. (K-83).

512-4.

Lévy Paul; Leçons analyse fonctionnelle. Paris, Villars, 1922. 442 p. 24 cm. (L-575).

512-4.

Montessus de Ballore, R. de; Leçons sur les foctions elliptiques en vue de leurs applications. Paris, Villars, 1917, 267 p. 25 cm. (M-).

512-4

Natason, I. P.; Theory of functions of a real variable. New York, Ungar, /1955/. 277 p. 26 cm. (N-191).

512-4.

Nevanlinna, Rolf; Le théorie de Picard-Borel et la théorie des fonctions méromorphes. Paris, Gauthier-Villars, 1929. 174 p. 26 cm. (N-411).

512-4.

Nouvelles annales de mathématiques; Principales formules de la théorie des fonctions elliptiques, Paris, Villars. 1900. 12 p. 22 cm. (N-85).

512-4.

Picard, Sophie; Przycynek do badania funkcji Mirimanoff'a. Warszawa, Société des Sciences, 1932. 18 p. 24½ cm. (P-582).

512-4.

Phillips, E. G.; Funciones de una variable compleja y sus aplicaciones 2<sup>a</sup> ed. Madrid, Dossat /p. 1943/. 150 p. 22 cm. (P-541).

512-4.

Pincherle, Salvatore; Gli elementi della teoria delle funzioni analitiche. Bologna, Zanichelli /1922/. 401 p. 24½ cm. (P-652).

512-4.

Riesz, Frigyes y Béla SZ. Nagy; Functional analysis. New York, Ungar 1955. 467 p. 26 cm. (R-446).

512-4.

Riesz, Fréderico y Béla SZ. Negy; Leçons d'Analyse Fonctionnelle. Paris, Villars, 1955, 488 p. 24 cm. (R-446).

512-4.

Robin, Louis; Fonctions Sphériques de Legendre et Fonctions Sphéroïdales. Paris, Gauthier-Villars. 1957-58. 201-384 p. 25 cm. (2 tomos) (R-552)

512-4.

Thron, Wolfgang J.; Introduction to the theory of functions of a Complex Variable. New York, Wiley, c. 1953. 230 p. 30 cm. (T-416).

512-4.

Valiron, Georges; Théorie des Fonctions. Paris, Massot. 1948. 522 p. 26 cm. (V-23).

512-4.

Volterra, Visto y Joseph Péres; Leçons sur la composition et les fonctions permutables. Paris, Gauthier-Villars. 1924. 179 p. 25½ cm. (V-889)

512-4.

Watson, G. N.; A treatise on the theory of Bessel functions. 2<sup>a</sup> ed. Cambridge, University Press. 1952. 804 p. 27 cm. (W-331).

512-4.

Weierstrass, M. K.; Formules et propositions pour l'emploi des fonctions Elliptiques. Paris, Villars. 1894. 96 p. 29 cm. (W-425).

512-5. *Análisis numérico y Tablas de Funciones.*

Alliaume, Maurice; Tables jusqu'à n-1200 Des Factorielles n'. Louvain, Librarie Universitaire. 1928. 481 p. 26 cm. (A-55).

512-5.

Andoyer, H.; Tables Logarithmiques a treize décimales. Paris, Hermann, 1922. 30 p. 29 cm. (A-23).

512-5.

Andoyer, H.; Tablas Logarithmiques a treize décimales. Paris, Hermann, 1922. 27 p. 28 1/2 cm. (An-25).

512-5.

Archibald Raymond Clare; Mathematical table Makers. New York, Scripta Mathematica. 1948. 82 p. 25 cm. (A-25).

512-5.

Arnaudeau, A.; Table de triangulaires de 1 A 100.000. Paris, Villars. 1896. 40 p. 25 cm. (A-61).

512-5.

Bananchiewicz, Thadée; Tables fondamentales pour la résolution de L'Equation de Gauss. Paris, Villars. 1916. 28 p. 33 cm. (B-22).

512-5.

Barlow's; Barlow's tables, of squares cubes square roots cube roots reciprocals. London, Spon, 1897. 232 p. 19 cm. (B-248).

512-5.

Bellavitis, G.; Tavole numeriche del logaritmo-integrales. Venezia /s.e./. 1874. 125-162 p. 33 cm. (B-414).

512-5.

Brandicourt, M.; Tables a 8 décimales des valeurs naturelles des sinus, cosinus et tangentes. Paris, Dorel 1925 /p.v./. 28 cm. (B-733).

512-5.

Bürklen, O. Th.; Formelsammlung und repetitorium der mathematik Berlin. Vergeler, 1919. 228 p. 16 cm. (B-918).

512-5.

Emde, Fritz; Tafeln elementarer funktionen. Leipzig, Teubner, 1948. 181 p. 25 cm. (E-27).

512-5.

Emde, Fritz; Jahnke-Emde Tafeln höherer Funktionen. Leipzig, Teubner, 1948. 300 p. 25 cm. (E-27).

512-5.

De Lalande, Jérôme; Tables Logarithmes. Paris, Villars, 1895, 278 p. 16 cm. (D-36).

512-5.

De Lalande, Jérôme; Tables de Logarithmes pour la résolution des triangles. Paris. Villars. 1921. 278 p. 16 cm. (D-34).

512-5.

Guillemin, Augusto; Tables de Logarithmes a 3 quatrades. Paris, Gauthier-Villars, 1921. 26 p. 25½ cm. (G-946).

512-5.

Haussner, Robert Dr.; Tafeln für das Goldbach'sche Gesetz. Halle. Karras, 1897. 214 p. 32 cm. (H-295).

512-5.

Henderson, James; Bibliotheca tabularum mathematicarum, part I. Logarithmic tables. Cambridge, University Press, 1926, 208 p. 24 cm. (H-383).

512-5.

Holtappel, H. W.; Tafels van e<sup>x</sup>. Groningen, Noordhoff, 1938. 132 p. 24 cm. (H-743).

512-5.

Jahnke, Eugen y Fritz Emde; Funktionentafeln mit formeln und kurven. Berlin, Verlag, 1933. 330 p. 25 cm. (J-193).

512-5.

Kuntzmann, J.; Méthodes numériques interpolation-dérivées. Paris, Dunod, 1959. 252 p. 25½ cm. (K-962).

512-5.

L'Armé. Service géographiques; Tables des logarithmes a huit décimales des nombres entiers de 1A 120.000. Paris. Nationale, 1891. 79 p. 37 cm (L-1s).

512-5.

Mirimanoff, D.; Sur les bases de Calcul de Généralisation. Geneve, Ch Eggimann, 1900. 84 p. 24 cm. (M-677).

512-5

Namur A.; Tables de Logarithmes a 12 décimales. Bruxelles, F. Hayez, 1877. 118 p. 24½ cm. (N-15).

512-5

Nepero, Ionne y Barone Merchiston; Mirifici Logarithmorum canonis constructio. Paris. Hermann, 1895. 63 p. 24 cm. (N-351).

512-5

Thoman, Féodor; Tables de Logarithmes a 27 décimales pour les calculs de précision. Paris, Impériale, 1867. 58 p. 26 cm. (T-361).

512-5

Wittstein, Thedor; Logarithmes de Gauss.; Siebenstellige Gaussische Logarithmen. Hannover. Hahn'sche, 1866. 127 p. 25 cm. (W-788).

512-6.

Bliss, Gilbert Ames; Calculus of variations. The mathematical Association of America. C. 1944/. 189 p. 20 cm. (B-618).

512-6.

Leconte, Th. y R. Deltheil; Eléments calcul différentiel et de calcul integral. París, Armand Colin, 1939. 220 p. 17½ cm. (L-494).

512-7. *Análisis vectorial*

Arocena, A.; Los vectores y sus transformaciones. Madrid, Bermejo, 1944. 63 p. 25 cm. (A-67).

512-7.

Bouligand, Georges; Leçons de géometrie vectorielle. Paris, Vuibert, 1924. 360 p. 25 cm. (B-66).

512-7.

Brand, Louis; Vector and Tensor analysis. New York, Wiley /c. 1947/. 439 p. 22 cm. (B-733).

512-7.

Bouligand, G. y G. Rabate; Initiation aux méthodes vectorielles et aux applications géométriques de l'analyse. Paris, Vuibert, 1936. 215 p. 23 cm. (B-664).

512-7.

Burali-Forti, C. y R. Marcolongo; Transformation linéaires, Pavie, Mattei, 1912. 179 p. 25 cm. (B-899).

512-7.

Burali-Forti, C.; *Eléments de Calcul Vectoriel*. Paris, Herman, 1910 229 p. 24½ cm. (B-899).

512-7.

Coffin, J. G.; *Calcul vectoriel*. Paris, Gauthier-Villars, 1914. 212 p 23 cm. (C-654).

512-7.

Denis-Papin, M. A. Kaufmann, y R. Faure; *Exercices de calcul matriciel et de calcul tensoriel avec leur solutions*. Paris, Eyrrolles, 1958. 173 p 24 cm. (D-415).

512-7.

Gans, Richard; *Introducción al análisis vectorial con aplicaciones a la Física Matemática*. Barcelona, Labor, 1946. 187 p. 19 cm. (G-15).

512-7.

Gouyon, René; *Calcul Tensoriel*. Paris, Vuibert, 1963. 242 p. 24 cm. (G-72).

512-7.

Guioit, J.; *Le calcul vectoriel et ses applications a la géometrie réglée*. Paris, Hermann, 1912. 128 p. 25 cm. (G-94).

512-7.

Hay, G. E.; *Vector and Tensor analysis*, New York, Dover /c. 1953/. 193 p. 21 cm. (H-321).

512-7.

Macduffee, Cyrus Colton; *Vectors and Matrices*. The mathematical Association of America /c. 1949/. 203 p. 20 cm. (M-116).

512-7.

Mataix Aracil, Carlos; *Cálculo Vectorial intrínseco*. 3<sup>a</sup> ed. Madrid, Dossat, 1951. 136 p. 25 cm. (M-412).

512-7.

Olivares, Alberto E.; *Iniciación a los tensores para ingenieros*. Caracas, Separata del Boletín N° 52 de la Academia de Ciencias Físicas, Matemáticas y Naturales, 1960. 211 p. 22 cm. (O-3).

512-7.

Phillips, H. B.; *Análisis Vectorial*. México, Hispano-América /c. 1946/. 319 p. 19½ cm. (P-54).

512-7.

Rutherford, D. E.; Métodos vectoriales, Madrid, Dossat /p. 1939/. 144 p. 22 cm. (R-933).

512-7.

Silberstein, L.; Eléments D'Algebre vectorielle et D'Analyse vectorielle. Paris, Gauthier-Villars, 1921. 129 p. 19 cm. (S-32).

512-7.

Sheppard, W. F.; From determinant to tensor. Oxford, Clarendon Press, 1923. 127 p. 19 cm. (S-49).

512-7.

Veronnet, Alex; Lecalcul vectoriel Cours D'Algebre. Paris, Gauthier-Villars, 1933. 249 p. 26 cm. (V-599).

512-8. *Teoría de Grupos*

Abhyankar, Sheeram; Ramification theoretic methods in algebraic geometry. Princeton, University Press /c. 1959/. 96 p. 26 cm. (A-46).

512-8.

Alexandroff, P. S.; Introduction a la théorie des groupes. Paris, Dunod, 1965. 128 p. 22 cm. (A-26).

512-8.

Arocena Antonio; Teoría de Galois. Madrid, Bermejo, 1944. 83 p. 25 cm. (A-67).

512-8.

Autonne, León; Sur les groupes de matrices linéaires non invertible. Lyon, A Rey, 1909. 77 p. 26 cm. (A-82).

512-8.

Bouligand, Georges; Premières leçons sur la théorie générales des groupes. Paris, Vuibert, 1935. 241 p. 25½ cm. (B-664).

512-8.

Gaeta, Federico; Sobre la subordinación de la geometría a la teoría de la representación de grupos mediante transformaciones lineales. Buenos Aires /Coni/, 1960. 87 p. 23½ cm. (G-119).

512-8.

Kowalewski, Gerhard; Einführung in die theorie des kontinuierlichen gruppen. New York, Chelsea, 1950. 396 p. 21½ cm. (K-79).

512-8.

Ledermann, Walter; Introducción a la teoría de grupos finitos. Madrid Dossat /1952/. 184 p. 22 cm. (L-449).

512-8.

Lomont, J. S.; Applications of finite groups. New York, Academic Press, 1959. 246 p. 24 cm. (L-838).

512-8.

Serret, Jean-Pierre; Groupes algébriques et corps de classes, Paris Hermann /c. 1959/. 202 p. 24 cm. (S-60).

### 513. Geometría

Abascal, Vidal; Introducción a la Geometría Diferencial. Madrid, Dossat, 1956. 333 p. 25 cm. (A-11).

513.

Appel, Paul; Eléments de la théorie des vecteurs et de la géometrie analytique. Paris, Payot. 1921. 147 p. 16 cm. (A-48).

513.

Barbarin, P.; La Géometrie Non Euclidienne. Paris, Villars. 1928 176 p. 18 cm. (Scientia N° 15). (B-232).

513.

Berge, Claude; Théorie des graphes et ses applications. Paris, Dunod 1958. 277 p. 25 cm. (B-453).

513.

Blaschke, W.; Conferencias de Matemática. Madrid. Publicaciones de Instituto "Jorge Juan", 1950. 41 p. 24½ cm. (B-613).

513.

Bonola, Roberto y H. Liebmann; Die Nichteuklidische geometrie. Leipzig. Teubner. 1919. 207 p. 21 cm. (B-644).

513.

Bonnesen, T.; Les problèmes des Isopérimètres et des Isépiphanes Paris, Gauthier-Villars, 1929. 174 p. 25½ cm. (B-643).

513.

Boucher, Maurice; Essai sur L'Hyperespace. Paris, Félix Alcan. 1903. 204 p. 19 cm. (B-661).

513.

Bouligand, Georges; Introduction a la Géometrie Infinitésimale directe. Paris, Vuibert. 1932. 229 p. 25 cm. (B-665i).

513.

Bouligand, Georges: Les principes de L'Analyse Géometrique. Paris, Vuibert. 1950. 209 p. 24 cm. (B-664).

513.

Bouligand, Georges; Notions sur la géometrie réglée et sur la théorie du complexe quadratique. Paris, Vuibert, 1929. 84 p. 23 cm. (B-664).

513.

Braude, L.; Les coordonnées intrinséques; théorie et applications. Paris, Villars, 1914. 100 p. 20 cm. (Scientia N° 34). (B-738).

513.

Briot, C y J. C. Bouquet; Leçons de géometrie analytique. Paris, s.e., 1865. 548 p. 21 cm. (B-76).

513.

Brisac, Robert; Exposé élémentaire des principes de la géometrie euclidienne. Paris, Gauthier-Villars, 1955. 77 p. 26 cm. (B-774).

513.

Brocard, H. y T. Lemoine; Courbes géometriques remarquables (Courbes spéciales) Planes & Gauches. Paris, Vuibert, 1919. 451 p. 25½ cm. (B-782).

513.

Buhl, A.; Géometrie et analyse des intégrales doubles. Paris, Villars, 1920. 66 p. 19 cm. (Scientia N° 36). (B-887).

513.

Busemann, Herbert; Convex surfaces N° 6. New York, Interscience /1958/. 196 p. 24 cm. (B-96).

513.

Cartan, E.; La théorie des groupes et la géometrie. Weyl, H.; Sur la representation des groupes continus. Genève, L' Enseignement mathématique, 1927. 200-239 p. 26 cm. (C-241).

513.

Casciaro, Pedro; Sobre la geometría de las coordenadas de un Espacio de Riemann. Barcelona, C. S. de I. C.; 1948. 47 p. 24½ cm. (C-26).

513.

Cuny, Georges; Un théorem de Géometrie et ses applications. Paris Vuibert, 1923. 102 p. 25½ cm. (C-914).

513.

Desboves, M.; Théorèmes et problèmes sur les normales aux coniques. Paris, Mallet-Bachelier, 1861. 46 p. 23 cm. (D-478).

513.

Duporcq, Ernest; Premiers principes Géometrie Moderne. Paris, Gauthier-Villars, 1912. 174 p. 23 cm. (D-928).

513.

Einstein, Albert; La géometrie et L'Expérience. Paris, Gauthier-Villars 1921. 19 p. 22½ cm. (E-67).

513.

Enriques, Federico; Fundamentos de la Geometría. Valladolid, Castellana, 1921. 384 p. 23½ cm. (E-71).

513.

Favard, J.; Cours de géometrie différentielle locale. Paris, Gauthier-Villars, 1937. 553 p. 24 cm. (F-277).

513.

Gallego-Díaz, J. A.; A note on the conics. The mathematical association of America, 1959. 225-228 p. 25½ cm. (G-136).

513.

Gauss, C. F.; Solution générale de Ce problème Représenter les Parties D'Une surface Donnée. Paris, Hermann, 1915. 38 p. 26 cm. (G-238).

513.

Gauss, M. C. F.; Recherches générales sur les Surfaces Courbes. Grenoble, Prudhomme, 1870. 160 p. 28 cm. (G-238).

513.

Gauthier, D.; Hyperboles étoilées et dévelopante. Paris, Gauthier-Villars, 1911. 81 p. 23 cm. (G-239).

513.

Géometrie Non Euclidienne. /s.n.t./ p.v. 23 cm. (G-29).

513.

Godeaux, Lucien; Géometrie algébrique. Tomo I, Transformations birationnelles géometrie projective hyperspatiale. Tomo II, Géometrie sur une courbe algébrique géometrie algébrique du plan. Paris, Massin /s.f./. 236-210 p. 25 cm. (G-542).

513.

Gonseth, Ferdinand; La géometrie et le problème de L'Espace (5 tomos). T. I, La doctrine préalable, 1945. T. II, Les trois aspects de la géometrie, 1946. T. III, L'Edification axiomatique, 1947. T. IV, La synthèse dialectique, 1949. T. V, Les géometries non euclidiennes, 1952. Paris, Dunod, 453 p. 24 cm. (G-587).

513.

Hesse, Otto; Vorlesungen aus der Analytischen Geometrie der geraden linie, des punktes und der freises in der ebene. Leipzig, Teubner, 1906. 251 p. 23 cm. (H-464).

513.

Hilbert, David; Grundlagen der Geometrie. Leipzig, Teubner, 1922. 265 p. 20 cm. (H-542).

513.

Hilbert, David; Fundamentos de la Geometría. Madrid, Publicaciones del Instituto "Jorge Juan", 1953. 319 p. 24½ cm. (H-542).

513.

Julia, Gaston; Eléments Géometrie Infinitésimale. Paris, Gauthier-Villars, 1936. 262 p. 25½ cm. (J-942).

513.

Julia, Gaston; Leçons sur la représentation conforme des Aires multiplément Connexes. Paris, Gauthier-Villars, 1934. 93 p. 25½ cm. (J-942).

513.

Kaufmann, Arnold; Die Inverse der konchoide des Nikomedes. München, Wolf & Sohn, 1919. 95 p. Dig. 24 cm. (K-162).

513.

Klein, Félix; Famous problems of elementary geometry. New York, Dover, 1956. 107 p. 21 cm. (K-674).

513.

Laurent, H.; La géometrie analytique générale. Paris, Hermann, 1906. 151 p. 26 cm. (L-373).

513.

Lebesgue, Henri; Les Coniques. Paris, Gauthier-Villars, 1942. 187 p. 25½ cm. (L-492).

513.

Lefschetz, S.; L'Analysis situs et la Géometrie Algébrique. Paris, Gauthier-Villars 1924. 151 p. 25½ cm. (L-52).

513.

Legendre, A. M.; Eléments de Géometrie avec des notes. Paris, Didos, 1823. 431 p. fig., 21 cm. (L524).

513.

Lemoine, T.; Les Lieux Géométriques en Mathematiques speciales. Paris, Vuibert, 1923 146 p. 26 cm. (L-544).

513.

Liège; Colloque de Géometrie Algébrique, les 19, 20 et 21 decembre 1949. C.B.R.M. Liège, Georges Thone, 1950. 197 p. 25 cm. (L-62).

513.

Liège; Deuxième Colloque de Géometrie Algébrique, les 9, 10, 11 et 12 juin 1952. C.B.R.M. Liège, Georges Thone, 1952. 243 p. 25 cm. (L-62).

513.

Lobatschewsky, N. I.; Etudes géométriques sur la théorie des parallèles. Paris, Villars, 1866. p.v. 24 cm. (L-782).

513.

Massoutié, Georges; Le traité des nombres polygones de diophante D'Alexandre, Macon, Protat, 1911. 32 p. 26 cm. (M-388).

513.

Mec Leod, A.; Introduction a la Géometrie Non-Euclidienne. Paris Hermann, 1922. 433 p. 21 cm. (M-116).

513.

Niewenglowski, B.; Cours de Géometrie analytique. Paris, Gauthier Villars 1926, 212 p. 25½ cm. (N-55).

513.

Papelier, G.; Leçons sur les coordonnées tangentièlles. 2<sup>e</sup> partie, Géometrie dans L'Espace. Paris, Vuibert, 1895. 358 p. 23 cm. (P-198).

513.

Pizá, Pedro A.; Fermagoric triangles. Santurce P. R., Soltero, 1945 155 p. 22½ cm. (P-689).

513.

Poincaré, Henri; Des fondements de la géometrie. Paris, Chiron /p. 1898/. 65 p. 23 cm. (P-755d).

513.

Quemper de Lanascol, A.; Géometrie du compas. Paris, Blanchard, 1925. 406 p. 23 cm. (Q-34).

513.

Rey Pastor, J.y L. A. Santaló Sors; Geometría Integral. Buenos Aires. Espasa-Calpe /c. 1951/. 284 p. 20½ cm. (R-33).

513

Rougier, Louis; La philosophie géométrique de Henri Poincaré. Paris, Félix Alcan, 1920. 208 p. 23 cm. (R-756).

513.

Ser, J.; Essai de Linéométrie. Paris, Gauthier-Villars, 1913. 79 p. 23 cm. (S-65).

513.

Stackel, Paul y Friedrich Engel; Gauss les deux Bolyai et la géometrie non euclidienne. Paris, Gauthier-Villars, 1897. 23 p. 24 cm. (S-12).

513.

Struik, Dirk J.; Geometría diferencial clásica. Madrid, Aguilar, 1955. 256 p. 22 cm. (S-81).

513.

Tannenberg, W. de; Conférences sur les transformations en géometrie plane. Paris, Vuibert, 1921. 50 p. 25½ cm. (T-157).

513.

Tresse, A.; Theorie élémentaire des géometries non euclidiennes Paris, Gauthier-Villars, 1957. 150 p. 24 cm. (T-71).

513.

Türk, Albert; Introduction élémentaire a la Géometrie Lobatschewkienne. Géneve, Kündig, 1914. 170 p. 23 cm. (T-843).

513.

Verriest, Gustave. Introduction a la géometrie non euclidienne. Par la méthode élémentaire. Paris, Gauthier-Villars, 1951. 193 p. 25½ cm. (V-612.)

513.

Vuibert, H.; Les anaglyphes géométrique. Paris, Vuibert /c. 1912/. 40 p. 26 cm. (V-973).

513.

Young, John Wesley; Projective Geometry. The Mathematical Association of America /c. 1930/. 185 p. 20 cm. (Y-84).

513-1. *Topología*

Aleksandrov, P. S.; Combinatorial topology. Rochester, N. Y., Graylock, 1956. 225 p. 23 cm. (A-25).

513-1.

Berge, Claude; Espaces topologiques fonctions multivoques. Paris, Dunod, 1959. 272 p. 25 cm. (B-453).

513-1.

Bruxelles; Colloque de topologie (Espaces Fibres). Paris, Masson, 1951. 136 p. 25 cm. (B-83).

513-1.

Lefschetz, Solomon; Algebraic Geometry. Princeton, University Press, 1953. 233 p. 24 cm. (L-52).

513-1.

Pontryagin, L. S.; Foundations of combinatorial topology. Rochester N. Y., Graylock, 1952. 99 p. 24 cm. (P-777).

513-1.

Severi, Francesco; Topología. Buenos Aires, I. de la Universidad, 1931. 165 p. 26½ cm. (S-83).

513-1.

Sierpinski, Waclaw; General Topology. Toronto. University Press, 1956. 290 p. 24 cm. (S-17).

513-2. *Trigonometría*.

Serret, J. A.; Traité de trigonométrie. Paris, Gauthier-Villars, 1916. 336 p. 23 cm. (S-68).

514. *Teoría de la Information*.

Broglie, Louis de; La Cybernétique théorie du Signal et de L'Information. Paris, D'Optique. 1951. 318 p. 22 cm. (B-784).

530. *Filosofía y Ensayos.*

García Dacca, David; *Filosofía de las Ciencias, teoría de la relatividad.* México, Séneca, 1941. 295 p. 24 cm. (G-165 f).

530-1. *Teoría de la Física.*

Brillouin, León; *Cours de physique théorica. Les tenseurs en mécanique et en élasticité.* Paris, Masson. 1949. 370 p. 25 cm. (B-76).

530-1.

Crosby, H. Lamar; *Thomas of Bradwardine his tractatus de proportionibus.* Madison, University Wisconsin Press, 1955. 203 p. 24 cm. (C-884).

531. *Mecánica.*

Mach, Ernst; *La Mecanique.* Paris. Hermann. 1904. 408 p. 25 cm. (M-116).

531-1. *Teoría de la Relatividad.*

Galbrun, H.; *Introduction a la théorie de la relativité.* Paris. Villars, 1923. 457 p. 25 cm. (G-13).

531-1.

Weyl, H.; *Temps, Espace, Matière leçons sur la théorie de la relativité générale.* Paris, Blanchard, 1922. 290 p. 25 cm. (W-542).

531-2. *Mecánica Cuántica.*

Dirac, Paul A. M.; *The development of Quantum Theory.* New York, Gordon, 1971. 66 p. 17 cm. (D-627).

535. *Optica.*

Garavito, A., Julio; *Nota sobre Optica Matemática, explicación de algunos fenómenos ópticos que se relacionan con la astronomía. Aberración y refracción.* Bogotá. Estado Mayor General, 1913. 42 p. 21 cm. (G-161).

535.

Garavito, A. Julio; *Optica Astronómica. Teoría de la refracción y la aberración anual.* Bogotá, Aguila, 1920. 40 p. 23 cm. (G-161).

535.

Garavito, A., Julio; *La paradoja de la óptica matemática, teoría de la aberración y de la refracción de la luz.* Bogotá, Imprenta Nacional, 1916. 63 p. 25 cm. (G-161).

**SE TERMINO DE IMPRIMIR ESTE BOLETIN  
EN LOS TALLERES DE ITALGRAFICA, S. R. L.  
CARACAS, EN EL MES DE ABRIL DE 1975**

