

DISEÑO Y FABRICACION DE UN MODELO EXPERIMENTAL LEVA ARMONICA-SEGUIDOR PARA EL ESTUDIO DEL INTERVALO DE VELOCIDAD ANGULAR EN EL CUAL OCURRE EL FENOMENO DE SALTO. (*)

*J. A. Méndez Adriani (**)*

I - INTRODUCCION.

El propósito de este trabajo, es reportar el descubrimiento de una segunda velocidad angular de salto, para un sistema mecánico leva armónica - seguidor [1](***), que bien podría llamarse velocidad de estabilización del seguidor, y establecer los límites entre los cuales ocurre el fenómeno de salto. Las condiciones bajo las cuales existe un intervalo de velocidad angular, para el cual se produce el fenómeno de salto, deben también ser determinadas.

II - OBJETIVOS.

Mediante el proyecto, el cálculo y la construcción de un modelo experimental leva armónica - seguidor, se pretende demostrar que con ciertos conjuntos de valores para los parámetros del sistema mecánico, inercial, elástico, de amortiguación, compresión inicial y alza de la leva armónica, existe un intervalo de velocidad angular de la leva en el cual ocurre la separación del seguidor, del perfil de la leva, con los consecuentes impactos de choque. Para esto es necesario la definición de un modelo idealizado (señalando cuando es válido), el diseño de un modelo físico adaptado a este modelo matemático, y la comprobación experimental de la solución analítica.

(*) Trabajo distinguido con el Premio Anual de Investigación "Fundación C.J. M." 1982.

(**) Profesor Agregado, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela.

(***) Números entre corchetes designan referencias al final del trabajo.

III - MODELO MATEMATICO.

El modelo matemático del sistema mecánico leva armónica-seguidor se muestra en la **Figura 1 (a)**, donde c_t es la constante de amortiguación torsional, K_t es la constante elástica torsional del resorte espiral, K_{t1} es la constante elástica torsional del fleje, I_0 es el momento de inercia del seguidor y h es el alza de la leva armónica. El desplazamiento de un punto del fleje en contacto con la leva, medido a partir de la circunferencia base de la leva, está dado por:

$$y_1(t) = \frac{h}{2} (1 - \cos \omega t) \quad (1)$$

donde ω es la velocidad angular de la leva. El desplazamiento angular del seguidor, a partir de la posición de referencia (mínima elevación de la leva), viene dado por $\theta(t)$.

Este modelo idealizado es válido, mientras que la velocidad angular de rotación de la leva sea, menor que la frecuencia angular fundamental ω_1 del fleje, considerado como un medio continuo, puesto que cuando $\omega = \omega_1$ la lámina elástica adquiere la primera forma modal de vibración y ya no se comporta como un elemento puramente elástico^[2].

IV - TEORIA.

IV-a. Análisis Estático.

Antes del ensamblaje la condición de equilibrio es

$$K_t \theta_{est.} = W (\overline{OG}) \cos \theta_{g(est.)} \quad (2)$$

donde $\theta_{est.}$ es el ángulo rotado por el seguidor, ocasionado por el momento estático con respecto al punto 0 del subsistema seguidor (incluye el seguidor y el fleje), W es el peso del subsistema seguidor, (OG) la distancia del punto 0 al centro de gravedad G y $\theta_{g(est.)}$ el ángulo formado por (OG) y la recta que une los centros de rotación del seguidor y de la leva. En ese caso la fuerza de contacto P es cero y el desplazamiento $y_1 = 0$.

La **Figura 1 (b)**, muestra el sistema mecánico leva-seguidor después del ensamblaje. El análisis del diagrama de cuerpo libre (D.C.L.) del sistema mecánico, da la condición de equilibrio.

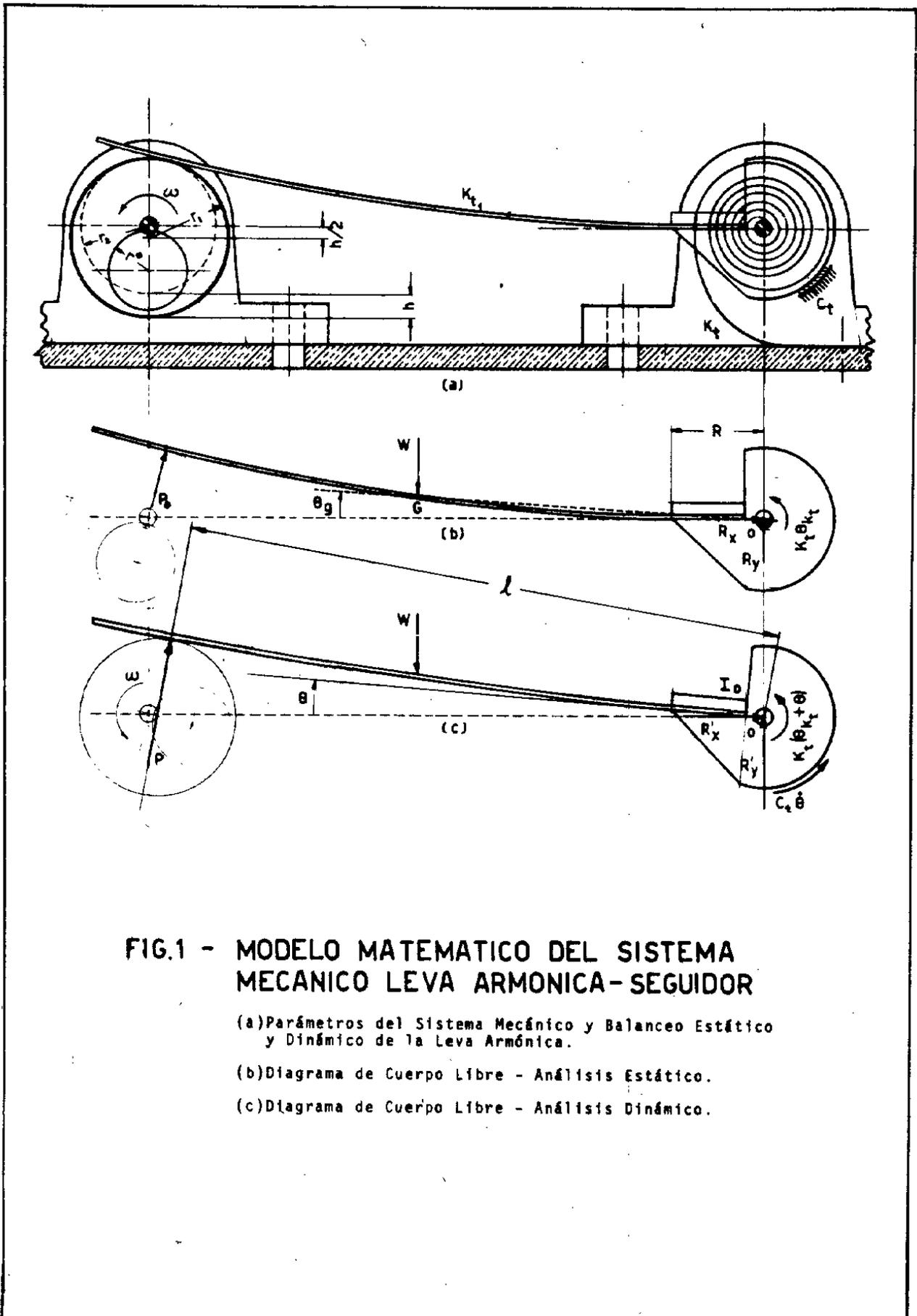


FIG.1 - MODELO MATEMATICO DEL SISTEMA MECANICO LEVA ARMONICA-SEGUIDOR

(a) Parámetros del Sistema Mecánico y Balanceo Estático y Dinámico de la Leva Armónica.

(b) Diagrama de Cuerpo Libre - Análisis Estático.

(c) Diagrama de Cuerpo Libre - Análisis Dinámico.

$$\Sigma M_O = P_O \ell - W(\overline{OG}) \cos \theta_g - K_t \theta_{Kt} = 0 \quad (3)$$

donde P_O es la fuerza de compresión inicial, siendo ℓ el brazo de momento. El torque de compresión inicial es $T_O = P_O \ell$ y la ecuación (3) se puede expresar como:

$$T_O = W(\overline{OG}) \cos \theta_g + K_t \theta_{Kt} \quad (4)$$

Por otra parte el momento flector sobre el fleje es:

$$M_f = P_O(\ell - R) = K_{t1} \theta_{Kt1} \quad (5)$$

donde θ_{Kt1} es el ángulo total rotado por el fleje.

La constante elástica torsional de la viga en voladizo es [3]

$$K_{t1} = \frac{2 E I}{(\ell - R)} \quad (6)$$

y la frecuencia angular fundamental de la viga uniforme en voladizo es [3]

$$\omega_1 = a_1 \sqrt{\frac{E I}{\mu_1 (\ell - R)^4}}; \quad a_1 = 3,52 \quad (7)$$

donde EI es la rigidez de la sección a la flexión y μ_1 es la masa por unidad de longitud.

El ángulo inicial θ_o rotado por el sistema durante el ensamblaje es

$$\theta_o = \theta_{est.} + \theta_{Kt} + \theta_{Kt1} \quad (8)$$

Asumiendo que $\theta_g \cong \theta_{g(est.)}$ y de las ecuaciones (2), (4), (5) y (8) se tiene

$$\theta_o = \frac{W(\overline{OG}) \cos \theta_g}{K_t} + \left\{ \frac{T_O}{K_t} - \frac{W(\overline{OG}) \cos \theta_g}{K_t} \right\} +$$

$$\left\{ \frac{T_O}{K_{t1}} - \frac{P_O R}{K_{t1}} \right\} = \frac{T_O}{K_t} + \frac{(T_O - P_O R)}{K_{t1}} \quad (9)$$

IV-b. Análisis Dinámico.

La figura 1 (c), muestra el fleje en contacto con la leva.

La aplicación de la ecuación de momentos al seguidor arroja la ecuación de movimiento.

$$\Sigma M_O = P l - W(\overline{OG}) \cos \theta_g' - \ddot{K}_t (\theta_{K_t} + \theta) - C_t \dot{\theta} = I_O \ddot{\theta} \quad (10)$$

Asumiendo que $\theta_g' \cong \theta_g$ y que $l \cong$ constante, e introduciendo la condición estática (4) dentro de la ecuación dinámica (10) y llamando $P l = T$, se tiene:

$$I_O \ddot{\theta} + C_t \dot{\theta} + K_t \theta = T - T_O \quad (11)$$

IV-c. Ecuación Diferencial de Movimiento.

La relación entre la constante elástica K_1 del fleje y la constante elástica torsional K_{t1} del fleje está dada por [3]:

$$K_{t1} = \frac{2}{3} K_1 (\ell - R)^2 \quad (12)$$

Por otra parte, suponiendo ángulos θ pequeños

$$P - P_O = K_1 (y_1 - \ell \theta) \quad (13)$$

Multiplicando esta ecuación por l

$$T - T_O = K_1 (y_1 - \ell \theta) \ell \quad (14)$$

Sustituyendo K_1 de la ecuación (12) en la ecuación (14)

$$T - T_O = \frac{3 K_{t1} \ell}{2 (\ell - R)^2} (y_1 - \ell \theta) \quad (15)$$

De las ecuaciones (11) y (15) se encuentra la ecuación diferencial de movimiento.

$$I_O \ddot{\Theta} + C_t \dot{\Theta} + \left[K_t + \frac{3 K_{t1} \ell^2}{2 (\ell - R)^2} \right] \Theta = \frac{3 K_{t1} \ell}{2 (\ell - R)^2} Y_1 \quad (16)$$

IV-d. Criterio para que ocurra el fenómeno de Salto.

Sea $y(t)$ el desplazamiento de un punto del fleje, situado a una distancia ℓ de "0", y medido a partir del círculo base de la leva.

Si la fuerza de contacto entre el fleje del subsistema seguidor y la leva es nula ($P = 0$), entonces de la ecuación (13)

$$P = P_0 + K_1 (y - \ell \Theta) < 0 \quad (17)$$

$$\Rightarrow \frac{P_0}{K_1} < \ell \Theta - y \quad (18)$$

Pero $\delta K_1 = P_0/K_1$ es la cantidad que K_1 fué inicialmente comprimido durante el ensamblaje [1]. Entonces

$$\delta K_1 < \ell \Theta - y \quad (19)$$

Cuando el salto del seguidor comienza, el fleje de constante K_1 pierde compresión, y no ejerce ninguna influencia sobre el sistema entretanto que se cumpla la ecuación (19).

De las ecuaciones (12), (16) y (19)

$$\ell \Theta > y + \delta K_1 \Rightarrow K_{t1} = 0 \quad (20)$$

y la ecuación diferencial de movimiento se reduce a

$$I_O \ddot{\Theta} + C_t \dot{\Theta} + K_t \Theta = 0 \iff K_{t1} = 0 \quad (21)$$

El fleje estará en contacto con la leva si y solo si

$$\ell \Theta \leq y + \delta K_1 \quad \& \quad y = Y_1 \quad (22)$$

IV-e. Solución Analítica.

Para la condición de contacto entre el fleje y la leva, utilizando las ecuaciones (1), (16) y (22)

$$I_0 \ddot{\theta} + c_t \dot{\theta} + \left[K_t + \frac{3 K_{t1} \ell^2}{2 (\ell - R)^2} \right] \theta = \frac{3 K_{t1} \ell}{2 (\ell - R)^2} \frac{h}{2} (1 - \cos \omega t) \quad (23)$$

Definamos

$$K_{t1}(\text{eq.}) = \frac{3 K_{t1} \ell^2}{2 (\ell - R)^2} \quad (24)$$

y dividamos la ecuación (23) entre I_0

$$\ddot{\theta} + \frac{c_t}{I_0} \dot{\theta} + \left[\frac{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}{I_0} \right] \theta = \frac{K_{t1}(\text{eq.}) h}{2 \ell I_0} (1 - \cos \omega t) \quad (25)$$

Por definición, la frecuencia angular natural amortiguada del sistema mecánico leva-seguidor es:

$$\omega_d^* = \omega_n^* \sqrt{1 - \xi^{*2}} \quad (26)$$

donde

$$\omega_n^* = \sqrt{\frac{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}{I_0}} \quad (27)$$

$$\xi^* = c_t / 2 \sqrt{I_0 [K_t + K_{t1}(\text{eq.})]} \quad (28)$$

Reescribiendo la ecuación (25) en función de las cantidades previamente definidas

$$\frac{d^2 \theta(t)}{dt^2} + 2 \xi^* \omega_n^* \frac{d \theta(t)}{dt} + \omega_n^{*2} \theta(t) = \frac{K_{t1}(\text{eq.}) (h/2 \ell)}{I_0} (1 - \cos \omega t) \quad (29)$$

Aplicando la transformada de Laplace para resolver la ecuación diferencial

$$\mathcal{L}\{\theta(t)\} = \Theta(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} \theta(t) dt; \quad \mathcal{L}^{-1}\{\Theta(s)\} = \theta(t) \quad (30)$$

y teniendo en cuenta las condiciones iniciales $\theta(0) = 0$ y $\dot{\theta}(0) = 0$, en forma análoga [1], la respuesta permanente es:

$$\theta(t) = \frac{K_{t1}(\text{eq.}) (h/2 \ell)}{I_0} \left\{ \frac{1}{(\xi^* \omega_n^*)^2 + \omega_d^{*2}} - \frac{1}{\sqrt{[(\xi^* \omega_n^*)^2 + \omega_d^{*2} - \omega^2]^2 + (2 \xi^* \omega_n^* \omega)^2}} \sin(\omega t + \phi_1^*) \right\}$$

$$\phi_1^* = t_g^{-1} \left\{ \frac{(\xi^* \omega_n^*)^2 + \omega_d^{*2} - \omega^2}{2 \xi^* \omega_n^* \omega} \right\} \quad (31)$$

IV.f. Determinación Analítica de la Velocidad Angular de Salto.

La solución se puede expresar análogamente [1] como

$$\theta(t) = \frac{K_{t1}(\text{eq.}) (h/2 \ell)}{I_0} \left\{ \frac{1}{(\xi^* \omega_n^*)^2 + \omega_d^{*2}} - \frac{1}{\sqrt{[(\xi^* \omega_n^*)^2 + \omega_d^{*2} - \omega^2]^2 + (2 \xi^* \omega_n^* \omega)^2}} \cos(\omega t - \phi) \right\}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \phi_1^* \quad (32)$$

La aceleración angular es

$$\ddot{\theta}(t) = \frac{(K_{t1}(\text{eq.}) h/2 \ell I_0) \omega^2}{\sqrt{[(\xi^* \omega_n^*)^2 + \omega_d^{*2} - \omega^2]^2 + (2 \xi^* \omega_n^* \omega)^2}} \cos(\omega t - \phi) \quad (33)$$

Además por la ecuación (26)

$$(\xi^* \omega_n^*)^2 + \omega_d^{*2} = \xi^{*2} \omega_n^{*2} + \omega_n^{*2} (1 - \xi^{*2}) = \omega_n^{*2} \quad (34)$$

El salto del seguidor, ocurre a la velocidad de salto, un tiempo de fase ($t_\phi = \phi / \omega_s$) después de que el punto de contacto entre el fleje y la leva se mueve de un lado de la leva al otro lado de la leva cuando el seguidor alcanza su máximo desplazamiento angular [4].

Reescribiendo la ecuación (11) de acuerdo al principio de D'Alembert

$$T - T_0 - C_t \dot{\theta} - K_t \theta + (-I_0 \ddot{\theta}) = 0 \quad (35)$$

La velocidad de salto puede ser calculada en forma análoga [1] de la siguiente ecuación

$$-T_0 - K_t \theta(\omega t = \pi + \phi) + [-I_0 \ddot{\theta}(\omega t = \pi + \phi)] = 0 \quad (36)$$

Introduciendo las ecuaciones (31), (32), (33) y (34) en la (36) se obtiene en manera análoga [1]

$$- \left\{ T_0 + \frac{K_t (K_{t1}(\text{eq.}) h/2 \ell I_0)}{\omega_n^{*2}} \right\} = \frac{(K_{t1}(\text{eq.}) h/2 \ell I_0) (K_t - I_0 \omega^2)}{\sqrt{(\omega_n^{*2} - \omega^2)^2 + (2 \xi^* \omega_n^* \omega)^2}} \quad (37)$$

De la definición de la frecuencia angular natural

$$\omega_n^2 = K_t/I_0 \quad (38)$$

Elevando al cuadrado ambos miembros de la ecuación (37) e introduciendo la (38)

$$\left\{ T_0 + \frac{(K_{t1}(\text{eq.}) h/2\ell) \omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right\}^2 = \frac{(K_{t1}(\text{eq.}) h/2\ell)^2 (\omega_n^2 = \omega^2)^2}{(\omega_n^{*2} - \omega^2)^2 + (2 \xi^* \omega_n^* \omega)^2} \quad (39)$$

Reagrupando, dividiendo la ecuación entre $(K_{t1}(\text{eq.}) h/2\ell)^2$ y efectuando las operaciones indicadas

$$\left\{ \frac{T_0}{K_{t1}(\text{eq.}) h/2\ell} + \frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right\}^2 = \frac{\omega_n^4 - 2 \omega_n^2 \omega^2 + \omega^4}{\omega_n^{*4} - 2 \omega_n^{*2} \omega^2 + \omega^4 + 4 \xi^{*2} \omega_n^{*2} \omega^2} \quad (40)$$

Reordenando

$$\omega^4 - 2 \omega_n^2 \omega^2 + \omega_n^4 = \left\{ \frac{T_0}{K_{t1}(\text{eq.}) h/2\ell} + \frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right\}^2 [\omega^4 - 2 \omega_n^{*2} (1 - 2 \xi^{*2}) \omega^2 + \omega_n^{*4}] \quad (41)$$

Llame

$$\Omega = \left\{ \frac{T_0}{K_{t1}(\text{eq.}) h/2l} + \frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right\}^2 \quad (42)$$

Agrupando términos semejantes

$$(1 - \Omega) \omega^4 + 2 \left[\omega_n^{*2} (1 - 2 \xi^{*2}) \Omega - \omega_n^2 \right] \omega^2 + (\omega_n^4 - \Omega \omega_n^{*4}) = 0 \quad (43)$$

Dividiendo la ecuación entre $(1 - \Omega) \omega_n^{*4}$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^{*2}} \right)^2 + \frac{2}{1 - \Omega} \left[(1 - 2 \xi^{*2}) \Omega - \frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right] \left(\frac{\omega^2}{\omega_n^{*2}} \right) + \\ & \frac{1}{1 - \Omega} \left[\left(\frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right)^2 - \Omega \right] = 0 \end{aligned} \quad (44)$$

La velocidad angular de salto se determina resolviendo la ecuación bicuadrática en ω / ω_n^* como

$$\begin{aligned} \frac{\omega}{\omega_n^*} = & \sqrt{\frac{-\frac{2}{1 - \Omega} \left[(1 - 2 \xi^{*2}) \Omega - \frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right] \pm}{2}} \\ & \sqrt{\frac{\frac{2^2}{(1 - \Omega)^2} \left[(1 - 2 \xi^{*2}) \Omega - \frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right]^2 -}{4 \cdot 1 \cdot \frac{1}{1 - \Omega} \left[\left(\frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right)^2 - \Omega \right]}} \end{aligned} \quad (45)$$

Simplificando

$$\frac{\omega}{\omega_{n^*}} = \sqrt{\frac{1}{1 - \Omega} \left[(1 - 2 \xi^{*2}) \Omega - \frac{\omega_n^2}{\omega_{n^*2}} \right] + \frac{\omega_n^2}{\omega_{n^*2}}}$$

$$\sqrt{\frac{1}{(1 - \Omega)^2} \left[(1 - 2 \xi^{*2}) \Omega - \frac{\omega_n^2}{\omega_{n^*2}} \right]^2 - \frac{1}{1 - \Omega} \left[\left(\frac{\omega_n^2}{\omega_{n^*2}} \right)^2 - \Omega \right]}$$

$$\frac{1}{1 - \Omega} \left[\left(\frac{\omega_n^2}{\omega_{n^*2}} \right)^2 - \Omega \right] \tag{46}$$

Reagrupando

$$\frac{\omega}{\omega_{n^*}} = \sqrt{\frac{\Omega}{\Omega - 1} \left[(1 - 2 \xi^{*2}) - \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega} \right] + \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega}}$$

$$\sqrt{\left(\frac{\Omega}{\Omega - 1} \right)^2 \left[(1 - 2 \xi^{*2}) - \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega} \right]^2 - \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega}}$$

$$\frac{\Omega^2}{(\Omega - 1)^2} \cdot \frac{1 - \Omega}{\Omega} \left[\frac{(\omega_n^2 / \omega_{n^*2})^2}{\Omega} - 1 \right] \tag{47}$$

La expresión matemática de la velocidad angular de salto ω_s es:

$$\frac{\omega_s}{\omega_{n^*}} = \sqrt{\frac{\left\{ (1 - 2 \xi^{*2}) - \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega} \right\} + \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega}}{1 - \frac{1}{\Omega}}}$$

$$\sqrt{\left\{ (1 - 2 \xi^{*2}) - \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega} \right\}^2 - \frac{\omega_n^2 / \omega_{n^*2}}{\Omega}}$$

$$\left\{ 1 - \frac{1}{\Omega} \right\} \left\{ 1 - \frac{(\omega_n^2 / \omega_{n^*2})^2}{\Omega} \right\}$$

donde

$$\Omega = \left\{ \frac{T_0}{K_{t1}(\text{eq.}) \cdot h/2 \ell} + \frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} \right\}^2 \quad (48)$$

$$\text{Si } \Omega=1 \Rightarrow \frac{\omega_s}{\omega_n^*} = \frac{0}{0}, \quad \infty$$

En general pueden existir dos valores para la velocidad angular de salto; el mas bajo define la velocidad angular inicial de salto ω_{IS} y el mas alto define la velocidad angular final de salto ω_{FS} . El intervalo de velocidad angular en el cual ocurre el fenómeno de salto es

$$[\omega_{IS}, \omega_{FS}] \quad (49)$$

En el caso de existir un solo valor, perteneciente al campo de los números reales R, entonces este valor corresponde a la velocidad angular de salto ω_s . El otro valor, perteneciente al campo de los números complejos C, indica que no existe una velocidad angular final de salto, y que el intervalo de fenómeno de salto es

$$[\omega_s, \infty) \quad (50)$$

V - DISEÑO DEL MODELO EXPERIMENTAL LEVA ARMONICA-SEGUIDOR.

V.a. Especificaciones de Proyecto.

Las especificaciones generales [5] son: Se requiere construir un modelo experimental leva armónica - seguidor, para demostrar la existencia del intervalo de fenómeno de salto, y cuyas dimensiones sean tales que quepa en un armario de laboratorio.

V.b. Planos del Prototipo.

Los planos [6] del modelo experimental leva armónica-seguidor, se muestran en las dos hojas siguientes.

V-c. Lista de Piezas.

La lista de piezas [6] para la construcción del modelo experimental leva armónica-seguidor, incluyendo el motor [7], el potenciómetro de precisión [8], el transformador diferencial [9] y las galgas extensométricas de deformación [10] [11] [12], se encuentran a continuación de los planos del prototipo.

Además se suministra junto con el modelo experimental leva-seguidor lo siguiente:

Un (1) dinamómetro, MALMBERG/FYSICA. Holland.

Un (1) juego de seis (6) llaves hexagonales para el montaje de 1/8" Int., 1/8" Ext., 5/32", 1/4", 5/16" y 4 mm. BEARGRIP, USA.

Una (1) llave doble de tuerca, ACESA, N° 704, de 7/16" y 1/2", Spain.

Una (1) llave doble de tuerca, ACESA, N° 702, de 6 mm. y 7 mm., Spain.

Un (1) destornillador, Xcelite, R 3322, U.S.A.

También las siguientes partes de repuesto:

Una (1) junta universal doble, Groupner, 2-3 (para el transformador diferencial), U.S.A.

Cuatro (4) tornillos con tuerca y arandela, Märklin, 7004, 2 mm. dia. y 4 mm. long., W. Germany.

Dos (2) tornillos prisioneros, 1/8" dia. y 5/16" long.

Un (1) tornillo prisionero, 4 mm. dia. y 8 mm. long.

Dos (2) tornillos de cabeza con hexágono interior con tuerca, de 1/4" dia. y 3/4" long.

VI.—FABRICACION DEL MODELO EXPERIMENTAL LEVA ARMONICA-SEGUIDOR

VI-a. Máquinas-Herramientas, Herramientas y Equipos utilizados para la Fabricación.

A continuación se da una lista de las Máquinas-Herramientas [13],

1	2	3	4	5
Nº de orden	Nº de piezas	Denominación	Nº del objeto	Observaciones
1	1	Seguidor de fleje		General Motors, U.S.A.
2	1	Leva Armónica		General Motors, U.S.A.
3	2	Polea		Märklin, W. Germany para n°s de orden 1 y 2
4	2	Eje de acero		Dremel, U.S.A.
5	4	Pieza de cierre para los rodamientos.		Dremel, U.S.A.
6	2	Rodamiento de bolas	624-2Z	SKF, FRANCE para n° de orden 4
7	2	Rodamiento de bolas	624-2Z	FAG, GERMANY para n° de orden 4
8	6	Alojamiento	Mandrel 440	Chicago Die Casting para n° de orden 18
9	4	Soporte para rodamiento		Dim. Ext. igual cojinete para n° de orden 8
10	1	Volante del seguidor		General Motors, U.S.A. para n° de orden 4
Materiales: Fleje: AISI E6150, Eje: AISI C1040, Soporte: ASTM B62-36				
		Fecha	Nombre	
		15-10-81	J.A. Mendez A.	
		Com.	J.A.M.A.	
		Id. Nor.	DIN J.A.M.A.	
		INVESTIGACION		
		MODELO EXPERIMENTAL		
		LEVA - SEGUIDOR		
		Nº 1		
		Lista de 5 hojas		
		U.C.V.		
Edición	Modific.	Fecha	Nom.	

1	2	3	4	5
Nº de orden	Nº de piezas	Denominación	Nº del objeto	Observaciones
11	1	Volante de 1a leva		General Motors, U.S.A. para n° de orden 4
12	3	Yugo de junta Cardán		Dremel, 2 piezas n° 4 1 pieza para n° 14
13	2	Cruceta de junta Cardán		Dremel, U.S.A. para n° de orden 12
14	1	Eje del resorte		Tubo Y casquillo en zona de Sec. cuadrada JAPAN
15	1	Resorte espiral		para n° de orden 14
16	2	Rodamiento		Dremel, U.S.A. para n° de orden 14
17	2	SopORTE para rodamiento		Dim. Ext. igual cojinete para n° de orden 8
18	1	Placa		Sin lista de piezas
19	1	Plaquita de retén		Para n° de orden 15 Märklin, W. Germany para n° de orden 18
20	1	Motor Eléctrico	1072	
		Materiales: Eje del Resorte: AISI C1040, Tubo: Aluminio, Casquillo: Cobre, Placa: Aluminio 43		
		Escr. 15-10-81 J.A. Mendez A.		
		Com. 16-10-81 J.A.M.A.		
		Id.Nor. DIN J.A.M.A.		
		INVESTIGACION		
		MODELO EXPERIMENTAL		
		LEVA - SEGUIDOR		
		Nº 1		
		U.C.V.		
Edi- cion	Modific.	Fecha	Norm.	

Lista de 5 hojas

1	2	3	4	5
Nº de orden	Nº de piezas	Denominación	Nº del objeto	Observaciones
21	1	Yugo tipo mordaza		Dremel, U.S.A. para nº de orden 20
22	1	Interruptor inversor de marcha		Märklin, Germany para nº de orden 18
23	1	Escudo Universidad Central		Ingeniería Metalúrg. para nº de orden 18
24	4	Pata de cobre		Para nº de orden 18
25	4	Pata de goma		para nº de orden 24
26	6	Tornillo con hexágono Int. y arandela de presión	1/8" DIA., 1/2" LONG.	2 para nº1, 2 para nº19, 2 para nº23
27	2	Tornillo prisionero	1/8" DIA., 5/16" LONG.	1 pieza para nº10 1 pieza para nº11
28	2	Tornillo prisionero	M4x8	1 pieza para nº1 1 pieza para nº2
29	4	Tornillo Hex. Int., arandela de presión y tuerca Hexag.	5/32" DIA., 1/4" LONG.	para nº de orden 20
30	2	Tornillo ranurado	5/32" DIA., 1/4" LONG.	VENEZUELA. Comercial para nº de orden 22
		Materiales: Pata: Cobre electrofítico		
		Fecha: 15-10-81 Escr. U.A. Mendez A.		
		Com. 16-10-81 J.A.M.A.		
		Id. Nor. DIN J.A.M.A.		
		INVESTIGACION		
		MODELO EXPERIMENTAL		
		LEVA - SEGUIDOR		
		Nº 1		
		Lista de 5 hojas		
		U.C.V.		

1	2	3	4	5
Nº de orden	Nº de piezas	Denominación	Nº del objeto	Observaciones
31	12	Tornillo Hex. Int., arandela de presión y tuerca Hexagon.	5/16" DIA., 5/4" LONG.	para nº de orden 8
32	1	Soporte para potenciómetro de precisión.		para nº de orden 18
33	1	Soporte para transformador diferencial.		para nº de orden 18
34	1	Soporte para conector de Ampheno1.		para nº de orden 18
35	6	Tornillo Hex. Int., arandela de presión y tuerca Hexagon.	1/4" DIA., 3/4" LONG.	2 para nº32, 2 para nº33 y 2 para nº 34
36	1	Caja de circuitos		caja Alum, 8 clav, 8 conectores (banana)
37	2	Galga extensométrica de deformación.	SR-4, FDE-25-35-EL SER. #5-A-RH, LOT #D-136	BLH Electronics, U.S.A. para nºs orden 1 y 43
38	1	Conector de Ampheno1 Niquel.		para nº de orden 34
39	1	Potenciómetro de precisión	TSP-R10K-L.5	Beckman, California para nº de orden 32
40	1	Transformador diferencial	R30A , S/N 3572	Schaevitz Engineering para nº de orden 33
		Materiales: Soportes para transductores y conector: Aluminio 6063-T5.		
		Fecha	Nombre	
		15-10-81	J.A. Mendez A.	
		Com.	J. A. M. A.	
		Id. Nor.	DIN U. A. M. A.	
		INVESTIGACION		
		MODELO EXPERIMENTAL		
		LEVA - SEGUIDOR		
		Nº 1 y Nº 2		
		U.C.V.		
		Lista de 5 hds		

Edi-
cion

Modific.
Fecha

Modific.
Nom.

1 2 3 4 5

Nº de Orden	Nº de piezas	Denominación	Nº del objeto	Observaciones
41	1	Junta Cardán doble		GROUPNER, U.S.A. para n° de orden 39
42	1	Acoplamiento flexible		para n° de orden 40
43	1	Fleje		Con strain gage para compensar temperatura Märklin, W. GERMANY para n° de orden 43
44	1	Tornillo cilíndrico ranurado	M2x4 , 7004	
45	8	Tornillo hexagonal, arandela de presión y tuerca Hexagon.	M4x20	4 piezas para n° 32 4 piezas para n° 33
46	4	Tornillo ranurado	5/32" DIA., 1" LONG.	para n°s de orden 24 & 25. Limar Long. Exced

Material es: Fleje: AISI E6150.

Fecha	Nombre	Modelo Experimental	Lista de 5 hojas
15-10-81	J.A. Mendez A.	MODELO EXPERIMENTAL LEVA - SEGUIDOR	
16-10-81	J.A.M.A.		
	J.A.M.A.		

INVESTIGACION

Nº 1 y Nº 2

Edición	Modific.	Fecha	Nom.	U.C.V.

Herramientas y Equipos necesarios para la fabricación del modelo experimental leva-seguidor.

- 1) Torno Paralelo, Colchester Student, England.
- 2) Fresadora Horizontal, Olivetti, Serial 936, Milano, Italia.
- 3) Taladradora Radial, Ing. Giovanni Breda S.p.A. (UCIMU), tipo R 1200L, 30-40, Serial 81097, Padova, Italia.
- 4) Taladradora de Columna, Progress N° 2 GS, Serial 170352-1567, Belliott & C° Ltd., MC N° BEC, England.
- 5) Taladradora de Palanca, Champion N° 3, England.
- 6) Taladradora Portátil, Black & Decker, ¼" Drill N° 7004, Type 1, U.S.A.
- 7) Cortadora de Sierra, Ruhm T 230, Deutschland.
- 8) Limadora Mecánica, Alba, Manufactured by Belliott & Co. Ltd., type 4S, Serial BEC 170345/75, England.
- 9) Limadora Mecánica, South Bend, Mod. 5K42JG50, England.
- 10) Esmeriladora de Banco (Grinder), Stanley, Delta Manufacturing Company, type J.A. 23-109, Serial 9378P800249, U.S.A.
- 11) Prensa de Palanca, construida en el taller mecánico de la Escuela de Ingeniería Mecánica, U.C.V., Venezuela.
- 12) Juegos de Machos de Roscar y Balancín, 1/8" - 40 Warrior, England; 1/8" - 40 SKC y 5/32", U.S.A.
- 13) Terraja y Balancín, 4-70, España.
- 14) Herramientas como limas, seguetas, etc.
- 15) Equipo de soldadura oxiacetilénica, Rego, U.S.A.

VI-b. Recomendaciones para la Fabricación, el Montaje y el Mantenimiento de la Máquina.

1) Las poleas deben ser soldadas al seguidor y a la leva respectivamente (usar varilla de cobre, 5% de plata), con un eje de 4 mm. de diámetro incorporado para asegurar el alineamiento correcto.

2) Todos los agujeros deben ser taladrados y todos los tornillos deben ser atornillados en el montaje, para garantizar un ensamblaje preciso.

3) Para pegar las galgas extensométricas de deformación, se debe limpiar previamente la superficie con algodón (Inca) empapado en alcohol isopropílico (Alcofar), fijar la posición del strain gage con cinta adhesiva (Scotch N° 810) y pegar con Epoxy (Devcon) [12].

Para soldar los cables a los terminales de las galgas extensométricas

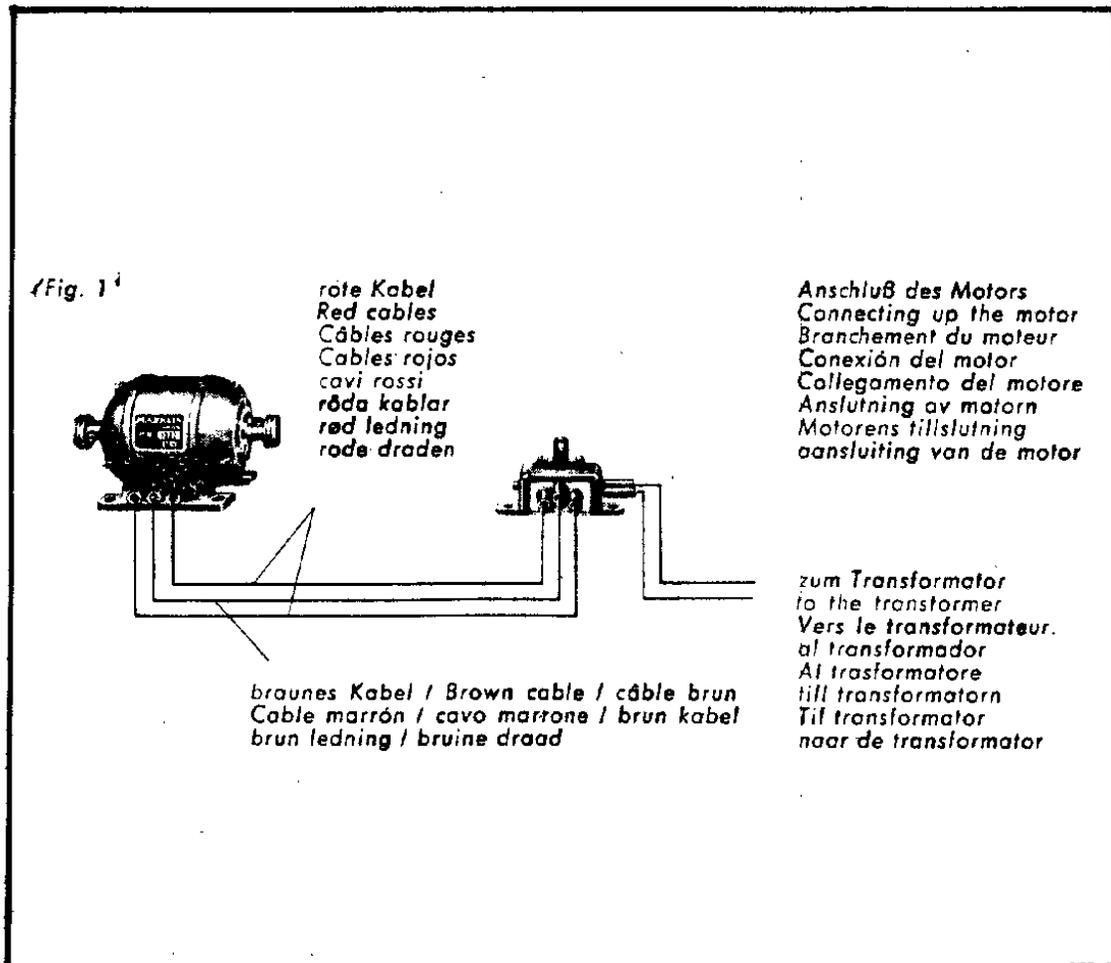
cas de deformación, usar soldadura con centro de resina, aleación de 60/40 y calibre 18 [12].

4) La lubricación de los rodamientos de la máquina se debe efectuar cada 7.200 horas (asumiendo 2.500 R.P.M. y 35°C como temperatura de funcionamiento) con aceite de viscosidad est 8 ó E° 1,5 [37].

La relación de velocidades de los ejes, que giran en sentido opuesto, del Electromotor 1072 es de 2,5.

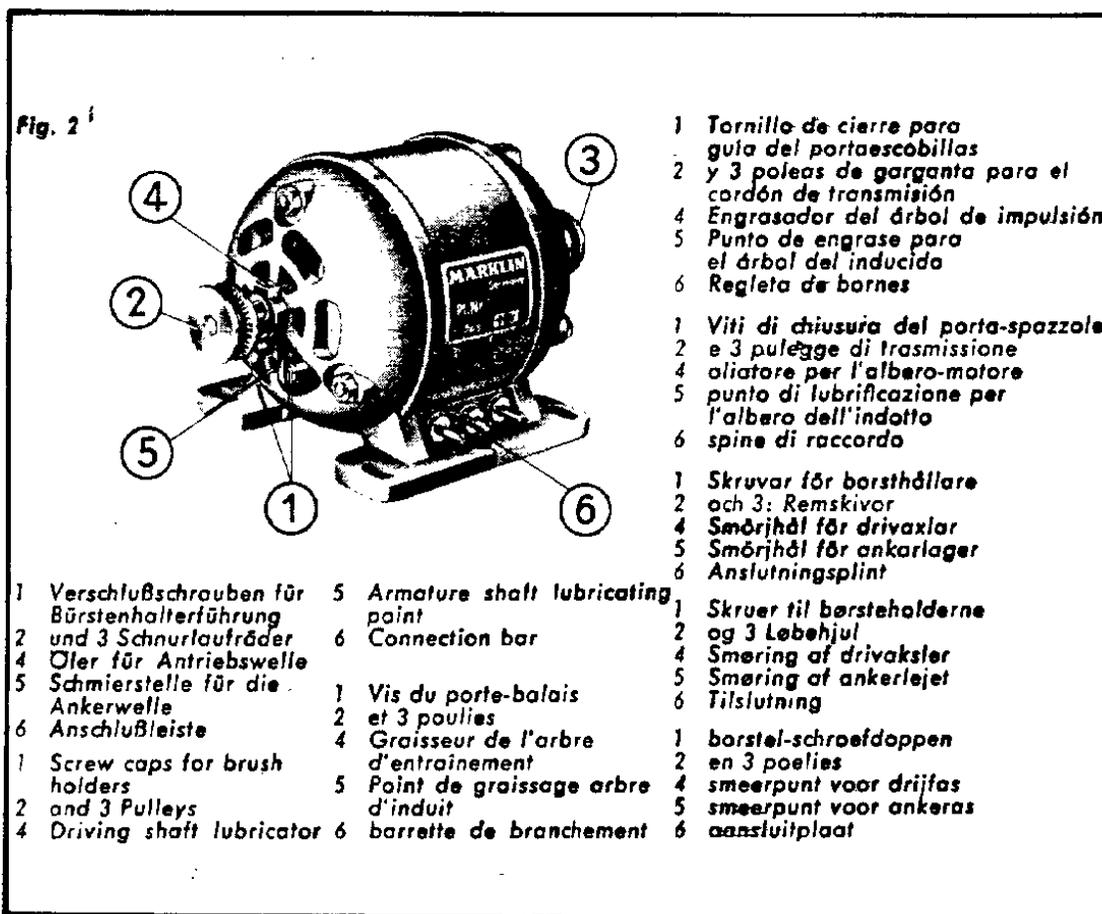
A la conexión del motor se procede como se ilustra en la **Figura 1'**, utilizando los cables suministrados y observando que se correspondan los colores.

La **Figura 2'**, indica los sitios de engrase para el motor eléctrico. En los dos cojinetes del eje del inducido (5) y en los ejes de impulsión (4) se pondrá, regularmente, una gota de aceite Märklin 7199 o de aceite para máquinas de coser de viscosidad media (3-EN-UNO). Sin embargo, se evitará que el aceite llegue al inducido o colector.



Las escobillas del motor estarán desgastadas después de unas 90 horas de servicio y se sustituyen por otras del número 60038.

5) NO MANTENGA NINGUNA VELOCIDAD A LA CUAL SE PRODUCEN IMPACTOS DE CHOQUE un tiempo excesivo (> 30 seg.) por experimento. El fleje puede romperse por fatiga.



VI.c. Tiempo de Fabricación.

El tiempo empleado para la fabricación del prototipo fue de cinco (5) semanas, trabajando 8 horas diarias de lunes a viernes. Es decir, el tiempo en horas de trabajo fue

$$8 \text{ horas} \times \frac{5 \text{ días}}{\text{semana}} \times 5 \text{ semanas} = 200 \text{ horas}$$

VI-d. Costo.

El costo de este trabajo de investigación, cuyo título debería ser: "Intervalo de Fenómeno de Salto para un Sistema Mecánico Leva Armónica-Seguidor" (Primera parte: "Programación del Computador Analógico/Híbrido para la Simulación de un Sistema Mecánico Leva-Seguidor"; segunda parte: "Diseño y Fabricación de un Modelo Experimental Leva Armónica-Seguidor para el Estudio del Intervalo de Velocidad Angular en el cual ocurre el Fenómeno de Salto"), incluyendo materiales, accesorios, equipos, transductores e instrumentos de medición para el modelo experimental leva-seguidor, la implementación del control remoto del registrador X - Y, HP-7004B por medio del computador analógico/híbrido EAI-180 y de algunos circuitos lógicos y analógicos, así como también la publicación de este trabajo, asciende a un monto de Bs. 10000,00.

VI-e. Personal requerido para la Fabricación.

El personal técnico (Dpto. Tecnología de Producción) y el personal docente y de investigación (Dpto. de Diseño) de Ingeniería Mecánica (U.C.V.), cuya intervención fue indispensable para la fabricación del modelo experimental leva-seguidor, se lista en orden alfabético a continuación:

Gómez Granados, Viviano (Aux. Tec. Mec. 2)
Méndez Adriani, José Alberto (Ing^o. Mec.)
Pagua, Adolfo Reinaldo (Aux. Tec. Mec. 2)
Pizzi, Baldassari, Alberto (Asist. Tec. Mec.)
Pulido Rondón, Alirio (Asist. Tec. Mec.)
Velázquez Torres, Germán Antonio (Aux. Tec. Mec. 1)

VI-f. Asesoría.

La asesoría del Prof. Juan José Martini (Ing^o. Elect.) Jefe Dpto. de Electrónica, Computación y Control de la Escuela de Ingeniería Eléctrica (U.C.V.), fue muy útil para determinar las condiciones de funcionamiento de uno de los transductores de desplazamiento angular. (Ver Págs. 56-59).

VI-g. Reconocimiento.

Expreso mi reconocimiento al Prof. Othman Falcón, Jefe del Departamento de Tecnología de Producción, por la colaboración presta-

da en todo momento para la fabricación de la máquina.

VII.—MEDICIONES EXPERIMENTALES:

VII-a. Equipos e Instrumentos Utilizados.

1) Control de Velocidad [7], Märklin, N° 6627, Serial: 000579, W. Germany.

2) Fuente de Poder del Computador Analógico/Híbrido [14], EAI, Modelo 183, Serial: 1026, U.S.A.

3) Generador de Función [15], Hewlett-Packard, HP-3311A, Serial: 1244A05544, U.S.A.

4) Amplificador de Puente [16], Hewlett-Packard, HP-17404A, Serial: 1452A00213, U.S.A.

5) Oscilógrafo Registrador [17], Hewlett-Packard, HP-7402A, Serial: 1720 A3537, U.S.A.

6) Osciloscopio [18], Hewlett-Packard, HP-1201A, Serial: 822-00147, U.S.A.

7) Contador [19], Hewlett-Packard, HP-5325B, Serial: 904-00405, U.S.A.

8) Estroboscopio [20], Dr. Reutlinger + Söhne, Ministrob 707.00.020, Serial: 5.707008/01, Darmstadt, Germany.

9) Dinamómetro, Malmberg/Fysica, Serial: 11.1036, Apreciación = 0,2 Newtons, Holland.

10) Vernier, MAUF, Apreciación = 0,05 mm., Poland.

11) Vernier, J.C., Apreciación = 0,1 mm., England.

12) Balanza Electrónica, Mettler, Apreciación = 1 grf., Germany.

13) Balanza Mecánica, Central Scientific Co., Apreciación = 0,1 grf., Chicago, U.S.A.

14) Aparato Universal de Vibración [21], Tecquipment, Serial: B 17830468, England.

15) Cinta Métrica, Stanley, N° medio, Apreciación = 1 mm., U.S.A.

16) Cronómetro, Meylan, N° 202AD, Apreciación = 0,01 min., U.S.A.

17) Probador (Tester), Bell & Howell Schools, tipo LT-601, U.S.A.

18) Soldador tipo cautín, Ungar, N° 7907, U.S.A.

19) Registrador [22], Fritz Hellige & Co., HE - 1t, Fabr. Nr. 2892, Germany. (Uso posible).

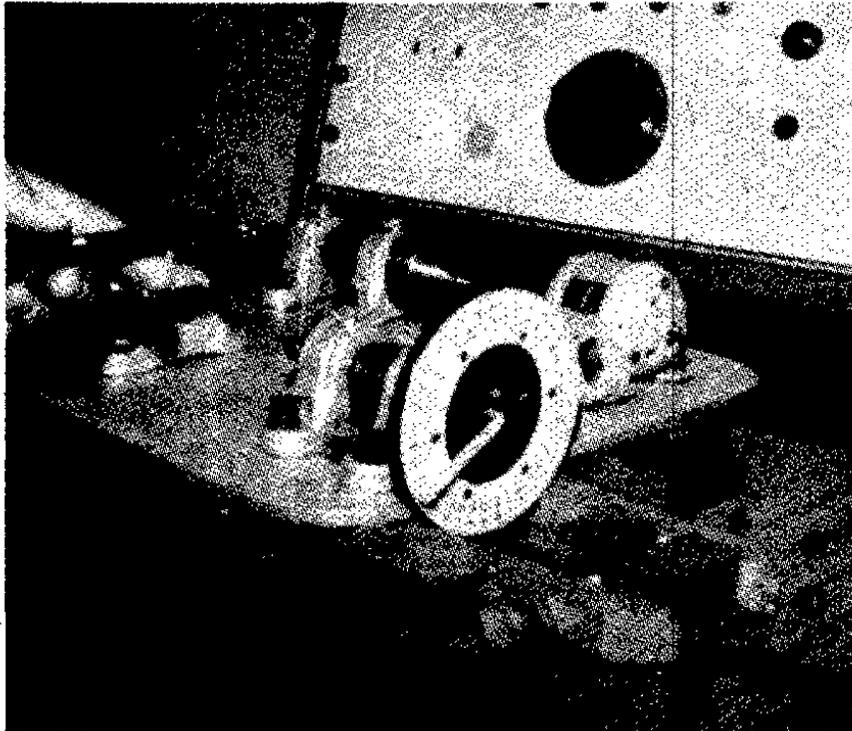
VII-b. Determinación Experimental de la Constante Elástica Torsional del Resorte Espiral.

La Fotografía 1, muestra cómo se realizó la medición, con el dinamómetro, una varilla de longitud $b = 0,05455$ m. y una escala angular de apreciación = 1° .

La tabla 1, da la fuerza para el ángulo rotado.

TABLA 1

F (N.)	0	0,4	1,0	1,3	1,4	2,0	2,7
θ ($^\circ$)	0	55	120	167	175	230	300



Fotografía 1
(Asistente: Ing^o. Carlos Losada)

De los datos extraídos de esta tabla se hace el **Gráfico 1**, y se de-

GRÁFICO 1. DETERMINACION EXPERIMENTAL DE LA CONSTANTE ELÁSTICA TORCIONAL DEL RESORTE ESPIRAL.

F (N)

4

3

2

1

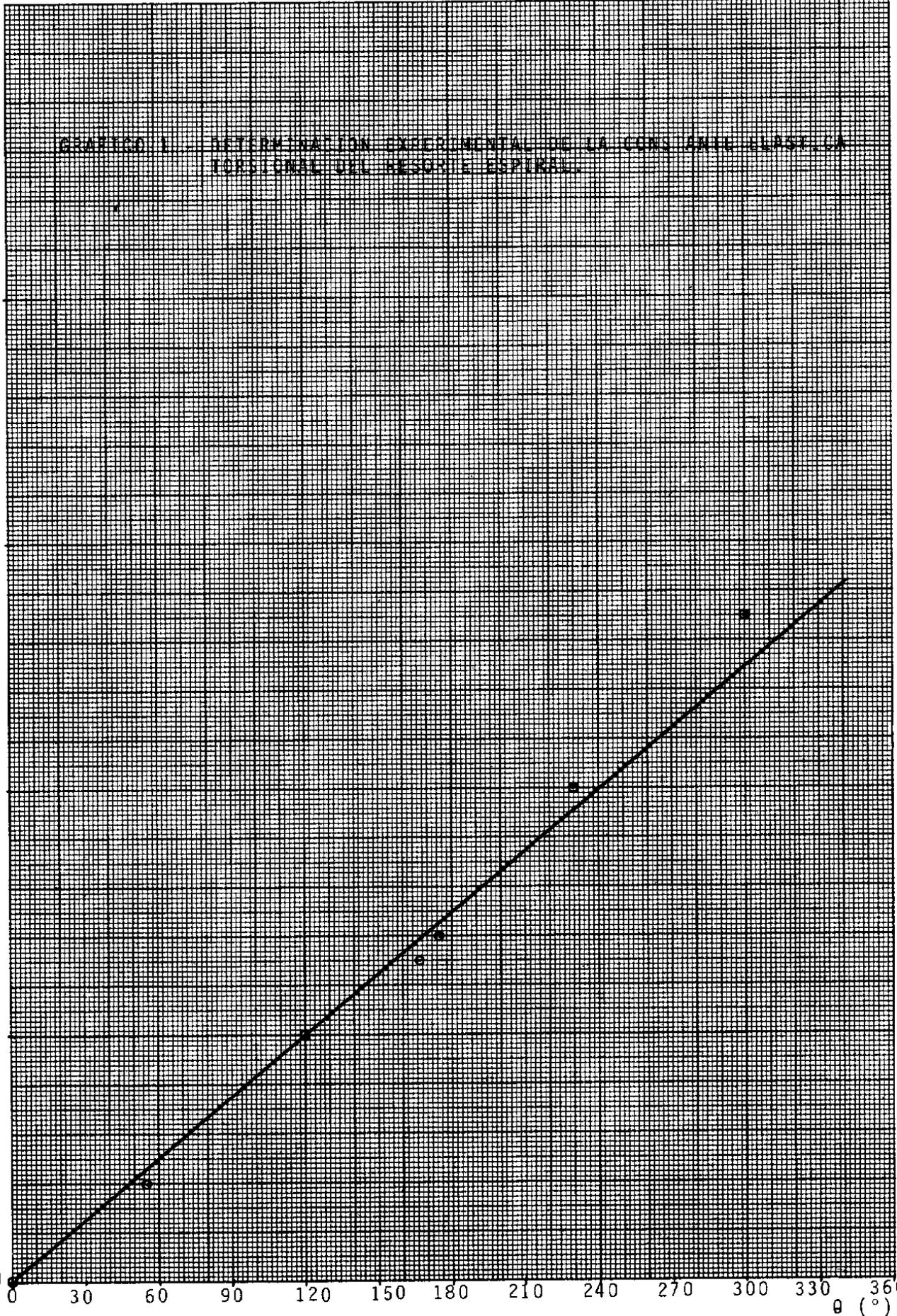
0

0 30 60 90 120 150 180

210 240 270 300 330

360

θ ($^{\circ}$)



termina la pendiente de la recta promedio como $F/\Theta = 1$ Newton/120°.

Puesto que el momento torsor es

$$M_t = F \cdot b = K_t \Theta \quad (51)$$

se tiene que

$$K_t = \frac{F}{\Theta} b \quad (52)$$

Entonces

$$K_t = \frac{1 \text{ N}}{120^\circ} (0,05455 \text{ m.}) \times \frac{1 \text{ Kgf.}}{9,80665 \text{ N}} \times \frac{180^\circ}{\pi \text{ rad.}}$$

$K_t = 2,65 \times 10^{-3} \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}$
--

VII-c. Determinación Experimental de la Constante Elástica Torsional Equivalente del Fleje en Voladizo.

Las Fotografías 2 y 3, muestran cómo se determinó experimentalmente la frecuencia angular fundamental del fleje empotrado-libre o primera frecuencia angular de resonancia del medio continuo, usando como excitador el motor con discos desequilibrados del aparato universal de vibración. La frecuencia fundamental fue leída en el tablero del control de velocidad del aparato universal de vibración [21] y chequeada con el estroboscopio [20].

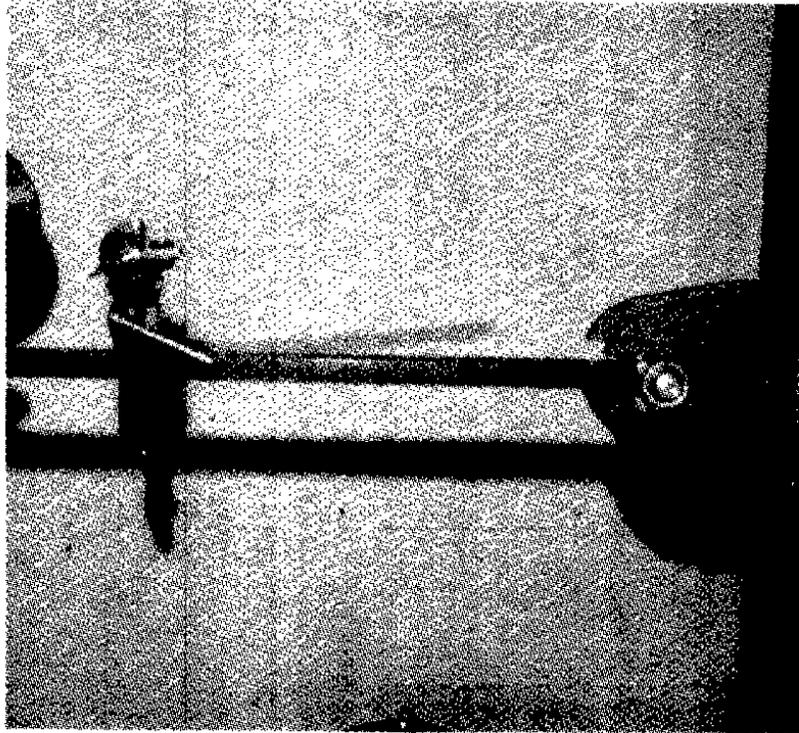
Entonces para el sub-sistema seguidor $l_{\text{total}} = 0,172 \text{ m.}$ (Ver Apéndice A).

$$(l_{\text{total}} - R) = 0,148 \text{ m. (Ver Plano N}^\circ \text{ 1)}$$

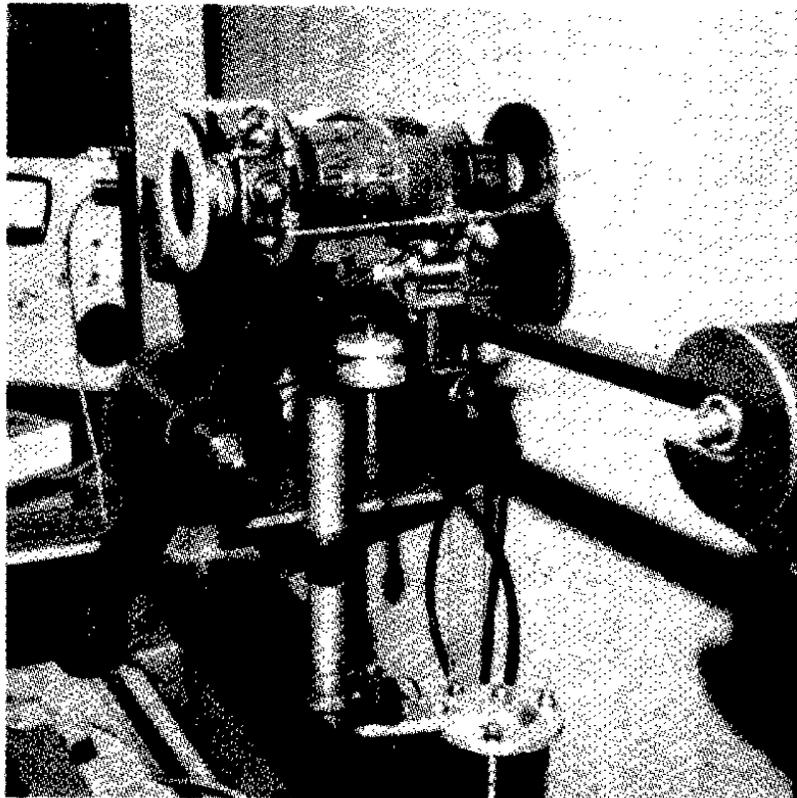
$$f_1^* = 1700 \text{ R.P.M.}$$

Por tanto

$$\begin{aligned} \omega_1^* &= 2 \pi f_1^* \\ &= 2 \pi \times 1700 \frac{\text{C}}{\text{min.}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ sec.}} = 2 \pi \times 28,3 \frac{\text{C}}{\text{s}} \\ &= 178,02 \text{ sec.}^{-1} \end{aligned}$$



Fotografía 2



Fotografía 3

Para el fleje solo, usando un montaje especial

$$(\ell - R)_{\text{máx.}} = 0,132 \text{ m.}$$

$$f_1 = 2200 \text{ R.P.M.}$$

Por lo tanto

$$\begin{aligned} \omega_1 &= 2\pi f_1 \\ &= 2\pi \times 2200 \frac{\text{C}}{\text{min.}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ sec.}} = 2\pi \times 36,6 \frac{\text{C}}{\text{s}} \end{aligned} \quad (53)$$

$$\omega_1 = 230,38 \text{ sec.}^{-1}$$

Este valor es de mucha importancia como factor de proyecto (Ver III). La Fotografía 4, muestra cómo se determinó el peso del fleje usando la balanza mecánica.

Entonces para

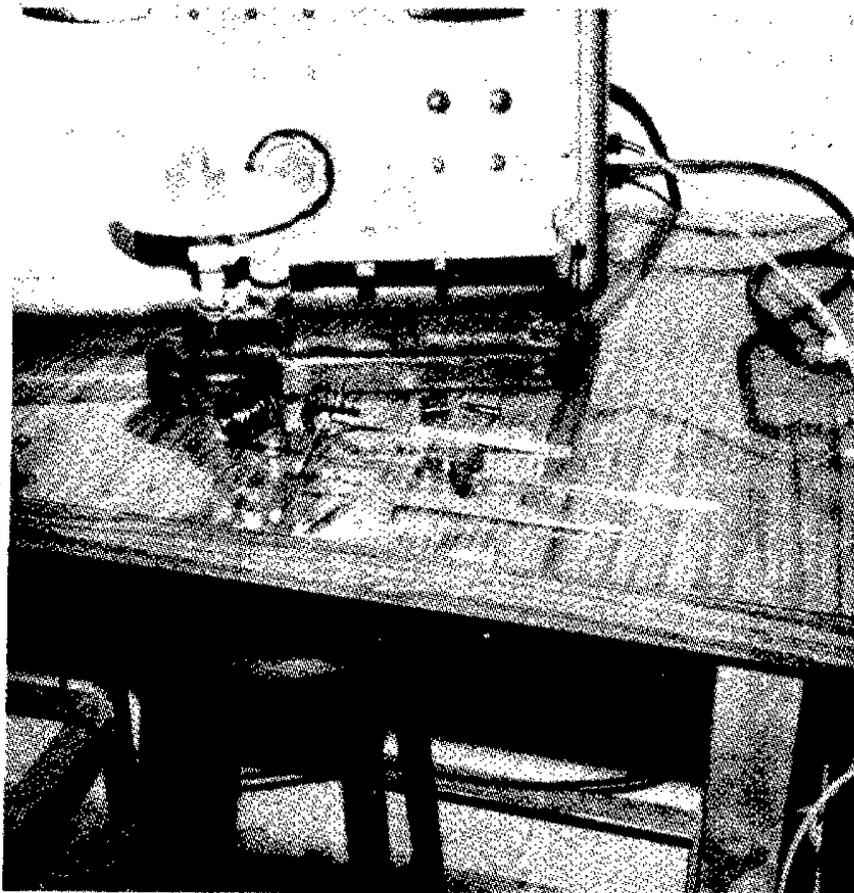
$$\ell'_{\text{total}} = 0,1738 \text{ m.}$$

$$W'_{\text{total}} = 0,0140 \text{ Kgf.}$$

Ahora se puede calcular el valor de la masa por unidad de longitud del fleje.

$$\mu_1 = \frac{W'_{\text{total}}}{g \ell'_{\text{total}}} \quad (54)$$

$$= \frac{0,0140 \text{ Kgf.} \times 9,80665 \frac{\text{Kgm.} - \text{m.}}{\text{Kgf.} - \text{sec.}^2}}{9,78 \frac{\text{m}}{\text{sec.}^2} \times 0,1738 \text{ m.}}$$



Fotografía 4

$$\mu_1 = 0,08077 \frac{\text{Kgm.}}{\text{m.}}$$

El segundo momento de área de la sección del fleje es [23]

$$I = \frac{b_1 h_1^3}{12} \tag{55}$$

$$= \frac{(0,01270 \text{ m.}) \times (0,00080 \text{ m.})^3}{12}$$

$$I = 5,29 \times 10^{-13} \text{ m.}^4$$

De la ecuación (7) podemos calcular el módulo de elasticidad para el material del fleje.

$$E = \frac{\mu_1 (\ell_{total} - R)^4 \omega_1^{*2}}{a_1^2 I} \quad (56)$$

$$= \frac{0,08077 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}} \times (0,148 \text{ m})^4 \times (178,02 \text{ sec.}^{-1})^2}{(3,52)^2 \times (5,29 \times 10^{-13} \text{ m}^4) \times 9,80665 \frac{\text{Kgm} - \text{m}}{\text{Kgf.} - \text{sec}^2}}$$

$$E = 1,9106 \times 10^{10} \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^2}$$

De la ecuación (6) (Ver Apéndice A)

$$K_{t1} = \frac{2 \times 1,9106 \times 10^{10} \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^2} \times 5,29 \times 10^{-13} \text{ m}^4}{0,130 \text{ m.}}$$

$$K_{t1} = 0,1555 \text{ Kgf.} - \text{m.}$$

De la ecuación (24) (Ver Plano N° 1)

$$K_{t1}(\text{eq.}) = \frac{3 \times (0,1555 \text{ Kgf.} - \text{m.}) \times (0,154 \text{ m.})^2}{2 \times (0,130 \text{ m.})^2}$$

$$K_{t1}(\text{eq.}) = 0,3273 \text{ Kgf.} - \text{m.}$$

De las ecuaciones (27) y (38) se encuentra la relación

$$\frac{\omega_n^2}{\omega_n^{*2}} = \frac{K_t}{K_t + K_{t_1}(\text{eq.})} \quad (57)$$

$$= \frac{2,65 \times 10^{-3} \text{ Kgf. - m.}}{0,32995 \text{ Kgf. - m.}}$$

$$(\omega_n / \omega_n^*)^2 = 8,031 \times 10^{-3}$$

VII-d. Determinación Experimental de la Inercia del Seguidor.

El momento de inercia de un cuerpo alrededor de su centro de gravedad, en principio, se puede determinar experimentalmente usando la suspensión de dos hilos [21], como se muestra en las Fotografías 5 y 6.

El momento de inercia de la barra es

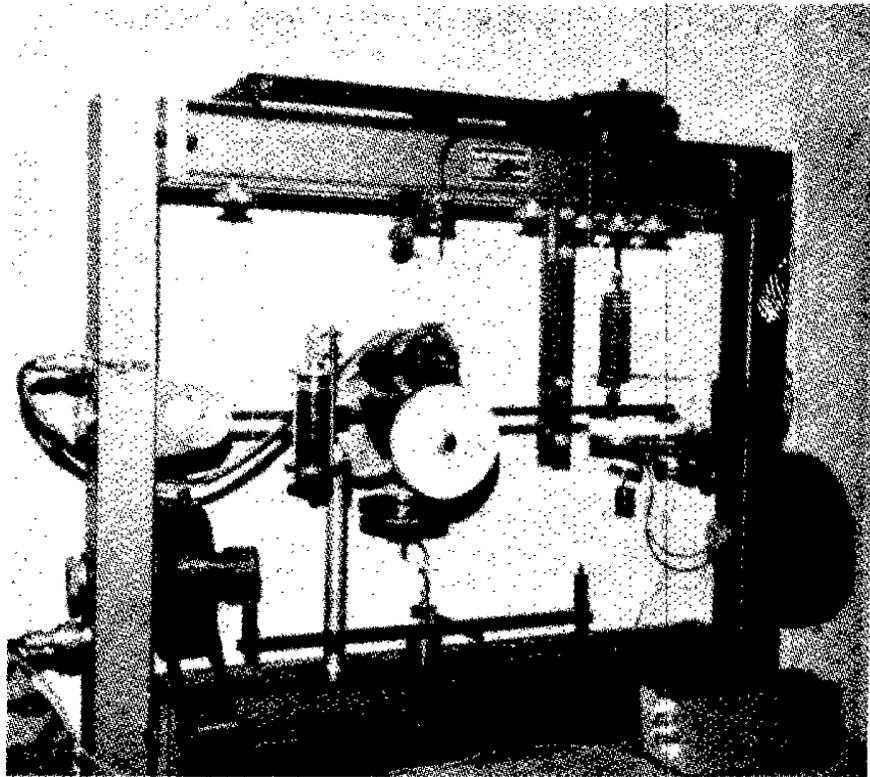
$$I_b = \frac{W_b a^2 T_b^2}{4 \pi^2 L} \quad (58)$$

El momento de inercia de un peso se calcula mediante la fórmula

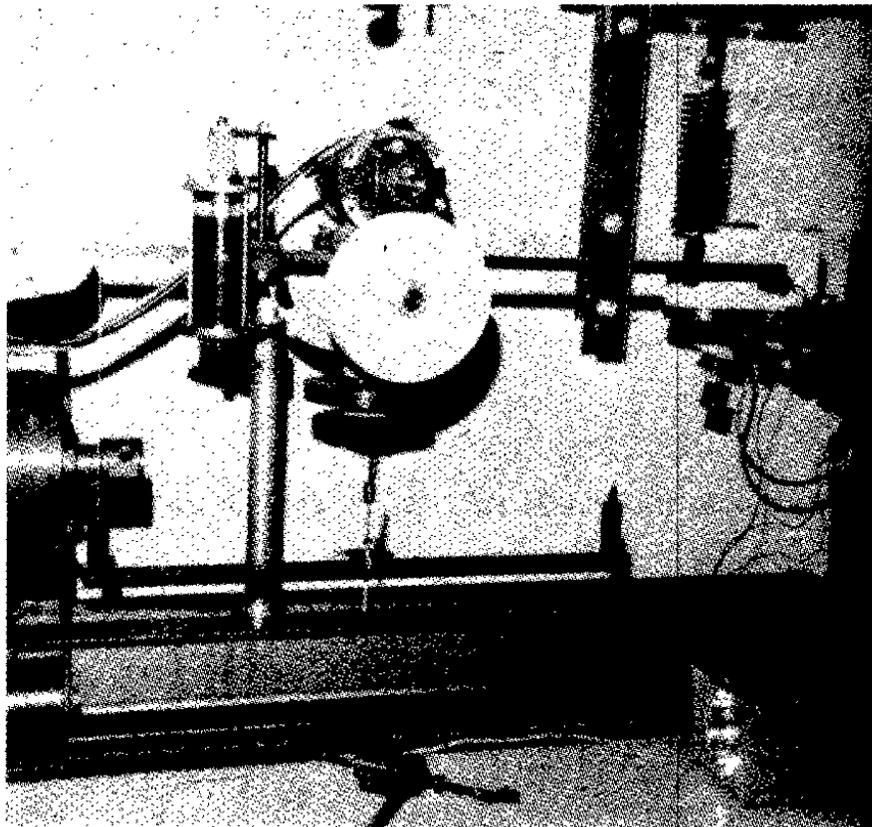
$$I_p = I_b \left[\frac{(W_p + W_b)}{W_b (T_b/T_p^*)^2} - 1 \right] \quad (59)$$

Datos:

$$W_b = 1,400 \text{ Kgf.} \quad (\text{Peso de la barra})$$



Fotografia 5



Fotografia 6

$L = 0,590 \text{ m.}$ (Longitud de la cuerda)
 $2a = 0,4826 \text{ m. (19'')} (Distancia entre las cuerdas)$

$$T_b = \frac{18,5 \times 0,01 \text{ min.}}{10} \times \frac{60 \text{ sec.}}{1 \text{ min.}} = 1,11 \text{ sec.}$$

$W_{ss} = 0,4839 \text{ Kgf.}$ (Período para la barra)
(Peso del sub-sistema seguidor)

$$T_{SS}^* = \frac{16,0 \times 0,01 \text{ min.}}{10} \times \frac{60 \text{ sec.}}{1 \text{ min.}} = 0,96 \text{ sec.}$$

$W_R = 0,0439 \text{ Kgf.}$ (Período para la barra + sub-sistema seguidor)
(Peso del ensamblaje del resorte espiral + Cardán)

$$T_R^* = \frac{18,5 \times 0,01 \text{ min}}{10} \times \frac{60 \text{ sec.}}{1 \text{ min.}} = 1,11 \text{ sec.}$$

(Período para la barra + ensamblaje del resorte espiral + Cardán)

Para la barra

$$I_b = \frac{1,400 \text{ Kgf.} \times (0,2413 \text{ m})^2 \times (1,11 \text{ sec})^2 \times 9,80665 \frac{\text{Kgm.} \cdot \text{m.}}{\text{Kgf.} \cdot \text{sec.}^2}}{4 \pi^2 \times (0,590 \text{ m.})}$$

$$= 4,228 \times 10^{-2} \text{ Kgm.} \cdot \text{m.}^2$$

Para el sub-sistema seguidor

$$I_{SS} = I_b \left[\frac{(W_{SS} + W_b)}{W_b (T_b/T_{SS}^*)^2} - 1 \right] \quad (60)$$

$$= 4,228 \times 10^{-2} \text{ Kgm.} - \text{m}^2 \left[\frac{(0,4839 + 1,400) \text{ Kgf.}}{1,400 \text{ Kgf.} \cdot (1,11/0,96)^2} - 1 \right]$$

$$= 2,760 \times 10^{-4} \text{ Kgm.} - \text{m}^2$$

A este valor hay que restar la inercia debida al fleje elástico [23].

$$I_F = \frac{1}{12} \frac{W_F}{g} [h_1^2 + (\ell_{\text{total}} - R)^2] + \frac{W_F}{g} \left(\frac{\ell_{\text{total}} - R}{2} + R \right)^2 \quad (61)$$

donde

$$\frac{W_F}{g} = \mu_1 (\ell_{\text{total}} - R) \quad (62)$$

El momento de inercia del fleje es (Ver Apéndice A y Plano N° 1)

$$I_F = 0,08077 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}} \times (0,148 \text{ m}) \left\{ \frac{1}{12} [(0,0079 \text{ m})^2 + (0,148 \text{ m})^2] + \left(\frac{0,148 \text{ m}}{2} + 0,024 \text{ m} \right)^2 \right\}$$

$$= 1,366 \times 10^{-4} \text{ Kgm.} - \text{m}^2$$

Para el ensamblaje del resorte espiral + parte del Cardán, la sensibilidad del sistema de medición se hace prácticamente nula y hay que recurrir al cálculo.

Cálculo de la Inercia del Ensamblaje del Resorte + parte del Cardán. Las densidades de los materiales se pueden obtener de tablas [24].

$$\rho_{AC} = 7,833 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \quad (\text{Acero})$$

$$\rho_{Cu} = 8,913 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \quad (\text{Cobre})$$

$$\rho_{Al} = 2,629 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \quad (\text{Aluminio})$$

$$\rho = 7,18 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \quad (\text{Fundición Gris})$$

Las fórmulas para los momentos de inercia se hallan en manuales de ingeniería [23].

Inercia del Eje de Acero del Resorte.

$$I_{ER} = \frac{1}{2} Mr^2 + \frac{1}{6} m a_o^2 \quad (63)$$

donde

$$M = \rho_{AC} \pi r^2 l_1 \quad (64)$$

$$Y \quad m = \rho_{AC} a_o^2 l_2 \quad (65)$$

Entonces (Ver dimensiones en el Plano N° 1),

$$\begin{aligned} I_{ER} &= 7,833 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \left\{ \frac{1}{2} \pi (0,002 \text{ m})^4 (0,0505 \text{ m}) + \right. \\ &\quad \left. \frac{1}{6} (0,003 \text{ m})^4 (0,0554 \text{ m}) \right\} \\ &= 1,579 \times 10^{-8} \text{ Kgm.} - \text{m}^2 \end{aligned}$$

Inercia del Tubo de Aluminio.

$$I_T = \frac{1}{2} m_T (r^2 + r_i^2) \quad (66)$$

donde

$$m_T = \rho_{Al} \pi (r^2 - r_i^2) \ell_3 \quad (67)$$

Entonces (Ver Apéndice A y Plano N° 1),

$$\begin{aligned} I_T &= 2,629 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \frac{1}{2} \pi [(0,002 \text{ m})^4 - (0,0015 \text{ m})^4] (0,0435 \text{ m}) \\ &= 1,964 \times 10^{-9} \text{ Kgm} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

Inercia del Casquillo de cobre de Cierre para los rodamientos.

$$I_{CC} = \frac{1}{2} m_{CC} (r_e^2 + r^2) \ell_4 \quad (68)$$

donde

$$m_{CC} = \rho_{Cu} \pi (r_e^2 - r^2) \quad (69)$$

Entonces (Ver Apéndice A y Plano N° 1),

$$\begin{aligned} I_{CC} &= 8,913 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \frac{1}{2} \pi [(0,002375 \text{ m})^4 - (0,002 \text{ m})^4] (0,008 \text{ m}) \\ &= 1,771 \times 10^{-9} \text{ Kgm} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

Inercia del Yugo de la junta Cardán doble.

$$I_Y = \frac{1}{2} m_3 (R_Y^2 + r^2) + \frac{1}{2} m_4 (R_Y^2 + r_3^2) \quad (70)$$

donde

$$m_3 = \rho_{AC} \pi (R_Y^2 - r^2) \ell_5 \quad (71)$$

y

$$m_4 = \rho_{AC} \pi (R_Y^2 - r_3^2) \ell_6 \quad (72)$$

Entonces (Ver Plano N° 1),

$$\begin{aligned}
 I_Y &= 7,833 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \cdot \frac{1}{2} \pi \{ [(0,0054 \text{ m})^4 - (0,002 \text{ m})^4] (0,01105 \text{ m}) \\
 &\quad + [(0,0054 \text{ m})^4 - (0,0035 \text{ m})^4] (0,008 \text{ m}) \} \\
 &= 1,823 \times 10^{-7} \text{ Kgm.} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned}$$

Inercia de la Cruceta de la junta Cardán doble.

$$I_{CR} = \frac{1}{2} M_1 r_4^2 + 2 \times \frac{2}{5} M_2 r_5^2 + 2 \times \frac{3}{10} M_3 \frac{(r_4^5 - r_6^5)}{(r_4^3 - r_6^3)} \quad (73)$$

donde

$$M_1 = \rho_{AC} \pi r_4^2 \ell_7 \quad (74)$$

$$M_2 = \rho_{AC} \frac{4}{3} \pi r_5^3 \quad (75)$$

$$M_3 = \rho_{AC} \frac{1}{3} \left(\pi r_4^2 + \pi r_6^2 + \sqrt{\pi r_4^2 \pi r_6^2} \right) \ell_8 \quad (76)$$

Entonces (Ver Plano N° 1),

$$\begin{aligned}
 I_{CR} &= 7,833 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \times \pi \left\{ \frac{1}{2} (0,0035 \text{ m})^4 (0,0046 \text{ m}) \right. \\
 &\quad + 2 \times \frac{2}{5} \times \frac{4}{3} (0,00345 \text{ m})^5 \quad + \\
 &\quad \left. 2 \times \frac{3}{10} \times \frac{1}{3} [(0,0035 \text{ m})^2 + (0,0017 \text{ m})^2 + \sqrt{(0,0035 \text{ m})^2 (0,0017 \text{ m})^2}] \right. \\
 &\quad \left. \times (0,00715 \text{ m}) \times \frac{[(0,0035 \text{ m})^5 - (0,0017 \text{ m})^5]}{[(0,0035 \text{ m})^3 - (0,0017 \text{ m})^3]} \right\} \\
 &= 3,131 \times 10^{-8} \text{ Kgm.} \cdot \text{m}^2
 \end{aligned}$$

Para efectos de referencia futura, calculemos la Inercia de la Pieza que soporta al fleje.

$$\begin{aligned}
 I_s &= \frac{1}{4} \rho \pi r_s^4 e + \frac{1}{48} \rho b_2^2 e r_s^2 \\
 &+ \frac{1}{12} \rho r_s b_3 e (r_s^2 + b_3^2) \\
 &= 7,18 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \times (0,015 \text{ m}) \left\{ \frac{1}{4} \pi (0,018 \text{ m})^4 \right. \\
 &+ \frac{1}{48} [2(0,019 \text{ m})^2] (0,018 \text{ m})^2 + \\
 &\left. \frac{1}{12} (0,018 \text{ m}) (0,010 \text{ m}) [(0,018 \text{ m})^2 + (0,010 \text{ m})^2] \right\} \\
 &= 1,009 \times 10^{-5} \text{ Kgm.} - \text{m}^2
 \end{aligned}$$

La inercia del Transformador Diferencial (transductor) es [9]

$$\begin{aligned}
 I_{TD} &= 5,26 \times 10^{-7} \text{ lbf} - \text{in} - \text{sec}^2 \times \frac{0,4536 \text{ Kgf}}{1 \text{ lbf}} \\
 &\times \frac{0,0254 \text{ m}}{1 \text{ in}} \times 9,80665 \frac{\text{Kgm} - \text{m}}{\text{Kgf} - \text{sec}^2} \\
 &= 5,94 \times 10^{-8} \text{ Kgm} - \text{m}^2
 \end{aligned}$$

Por tanto, la inercia del ensamblaje del resorte + parte del Cardán + transductor es:

$$\begin{aligned}
 I_R + I_{TD} &= I_{ER} + I_T + 2 I_{CC} + I_Y + I_{CR} + I_{TD} \quad (77) \\
 &= 2,943 \times 10^{-7} \text{ Kgm} - \text{m}^2
 \end{aligned}$$

El momento de inercia del seguidor es

$$I_O = I_{SS} - I_F + I_R + I_{TD} \quad (78)$$

$$I_O = 1,397 \times 10^{-4} \text{ Kgm} - \text{m}^2$$

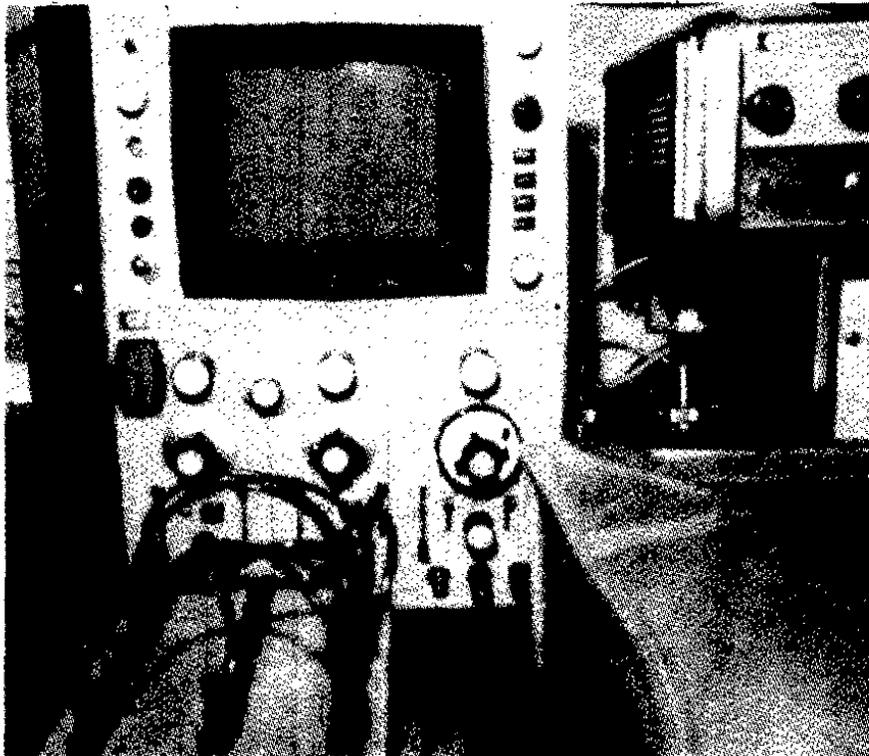
De la ecuación (27) se tiene que

$$\omega_{n^*} = \sqrt{\frac{(0,32995 \text{ Kgf} - \text{m}) \times 9,80665 \frac{\text{Kgm} - \text{m}}{\text{Kgf} - \text{sec}^2}}{1,397 \times 10^{-4} \text{ Kgm} - \text{m}^2}}$$

$$\omega_{n^*} = 152,2 \text{ sec.}^{-1}$$

VII-e. Determinación Experimental del Factor de Amortiguación.

La Fotografía 7, muestra cómo se determinó el factor de amortiguación a partir de la señal modulada proveniente del transformador diferencial [9], causada por la vibración libre del subsistema seguidor y cuya traza fue registrada y almacenada temporalmente en el osciloscopio [18] (Sensitividad = 20 mV/div.; Modo: Single, Barrido = 0,1 sec./div.).



Fotografía 7

Para evitar que la inercia y la amortiguación del árbol de leva influyan sobre las mediciones, es conveniente inmovilizar el eje de la leva sujetándolo firmemente, por ejemplo, con un alicate de presión.

El factor de amortiguación se obtiene a partir de la expresión para el decremento logarítmico [25] como

$$\xi^* = \frac{\left(\ln \frac{X_1}{X_{21}} \right)^2}{(20)^2 + 4\pi^2 + \left(\ln \frac{X_1}{X_{21}} \right)^2} \quad (79)$$

Los datos experimentales fueron

$$X_1 = 0,5 \text{ div.}$$

$$X_{21} = 0,2 \text{ div.}$$

Por lo tanto

$$\xi^* = \frac{\left(\ln \frac{0,5}{0,2} \right)^2}{(20)^2 + 4\pi^2 + \left(\ln \frac{0,5}{0,2} \right)^2}$$

$$\xi^* = 0,007$$

Ahora podemos calcular el valor de

$$(1 - 2 \xi^{*2}) = 0,99$$

Además se midió experimentalmente la frecuencia de la vibración libre amortiguada.

$$f_d^* = \frac{20 \text{ ciclos}}{7,2 \text{ div. (0,1 sec./div.)}} = 27,7 \frac{\text{C}}{\text{sec.}}$$

$$\therefore \omega_d^* = 2 \pi f_d^* = 174,5 \text{ sec.}^{-1}$$

También, de la ecuación (26) se puede calcular el valor experimental de la frecuencia angular natural del sistema mecánico leva armónica-seguidor.

$$\omega_n^* = \frac{\omega_d^*}{\sqrt{1 - \xi^{*2}}}$$

$$\omega_n^* = 174,5 \text{ sec.}^{-1}$$

De la ecuación (28)

$$C_t = 2 \xi^* \sqrt{I_o} \sqrt{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}$$

De la ecuación (27)

$$\sqrt{I_o} = \frac{\sqrt{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}}{\omega_n^*}$$

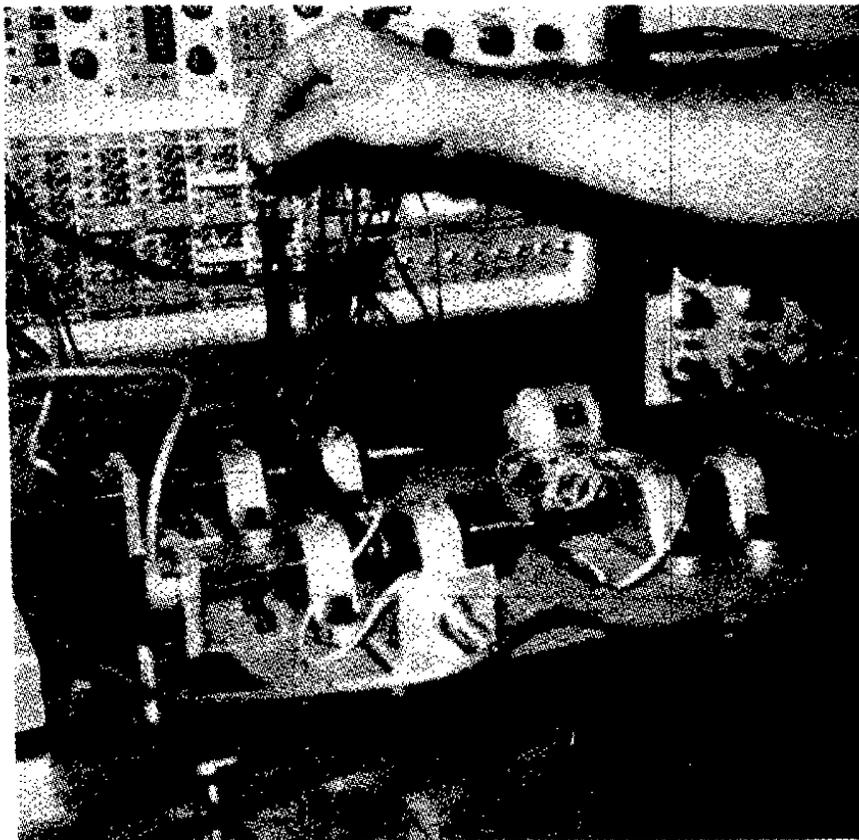
Entonces, podemos calcular el valor de la constante de amortiguación torsional

$$\begin{aligned} C_t &= \frac{2 \xi^* [K_t + K_{t1}(\text{eq.})]}{\omega_n^*} \\ &= \frac{2 \times (0,007) (0,32995 \text{ Kgf.} - \text{m})}{174,5 \text{ sec.}^{-1}} \end{aligned}$$

$$C_t = 2,647 \times 10^{-5} \text{ Kgf.} - \text{m.} - \text{sec.}$$

VII-f. Determinación Experimental del Torque Inicial.

La Fotografía 8, muestra cómo se determinó el torque inicial, utilizando el dinamómetro como instrumento de medición.



Fotografía 8

(Asistente: Ing.º Carlos Losada)

El torque inicial se calcula de la fórmula

$$T_0 = F_0 \ell_{\text{total}} \quad (80)$$

Datos experimentales.

$$F_0 = 0,7 \text{ Newtons}$$

$$\ell_{\text{total}} = 0,172 \text{ m.}$$

Entonces (Ver Apéndice A),

$$T_0 = 0,7 \text{ N.} \times (0,172 \text{ m.}) \times \frac{1 \text{ Kgf.}}{9,80665 \text{ N.}}$$

$$T_0 = 1,23 \times 10^{-2} \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}$$

Ahora podemos calcular el valor de

$$\frac{T_0}{K_{t1}(\text{eq.}) h/2 \ell} = \frac{1,23 \times 10^{-2} \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}}{(0,3273 \text{ Kgf.} \cdot \text{m}) (0,006 \text{ m}) / 2 (0,154 \text{ m})}$$

$$\frac{T_0}{K_{t1}(\text{eq.}) h/2 \ell} = 1,929$$

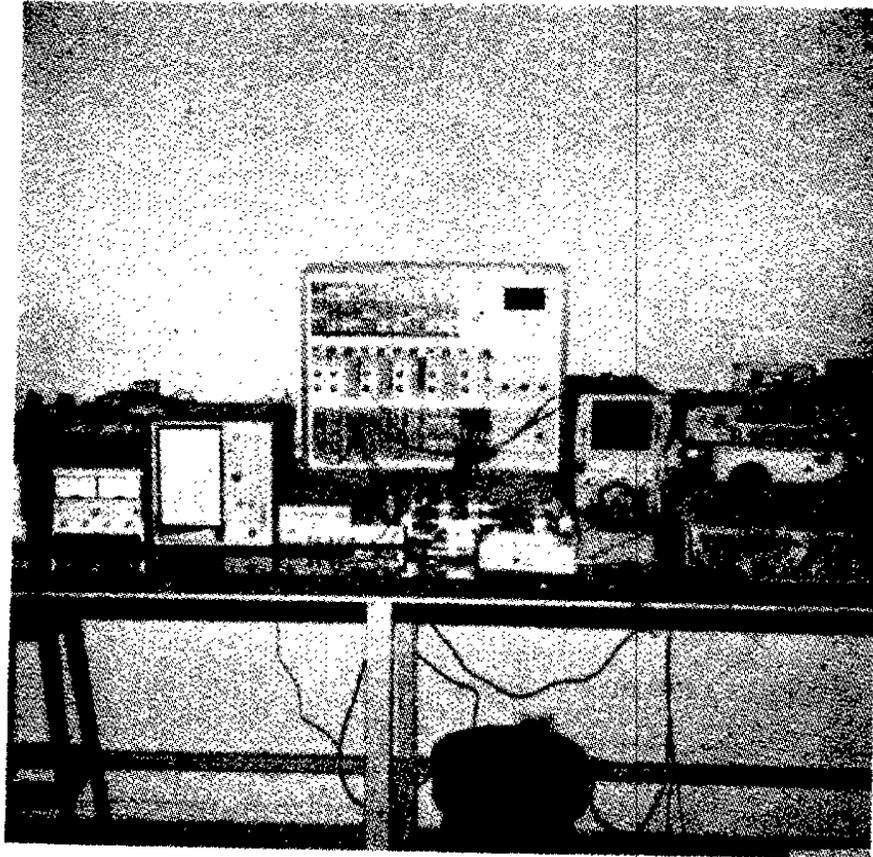
VII-g. Interconexión de los Equipos.

En la hoja siguiente, se muestra el **esquema de conexión** de los equipos al modelo experimental leva-seguidor.

La Fotografía 9, muestra el prototipo junto con el sistema de medición.

CUIDADO: NO CAMBIE LA POSICION DEL INTERRUPTOR INVERSOR DE MARCHA CON EL MOTOR EN FUNCIONAMIENTO.

IMPORTANTE: NO TOQUE LOS TERMINALES DE LAS GALGAS EXTENSOMETRICAS DE DEFORMACION.



Fotografía 9

La Fotografía 10, muestra el computador analógico/híbrido [14], cuya fuente de poder regulada con $E_{BB} = + 10 \text{ V.D.C.}$, se usó para alimentar al potenciómetro de precisión [8].

De la Figura 2, se ve que el voltaje de salida sin carga (e_o') del potenciómetro de precisión, cuya resistencia es $R_{PP} = 10 \text{ K}\Omega$, es directamente proporcional al ángulo rotado por la leva [26].

Entonces,

$$e_o' = E_{BB} - V_{AC} = E_{BB} - i R_{AC} \quad (81)$$

siendo la intensidad de la corriente

$$i = \frac{E_{BB}}{R_{PP}} \quad (82)$$

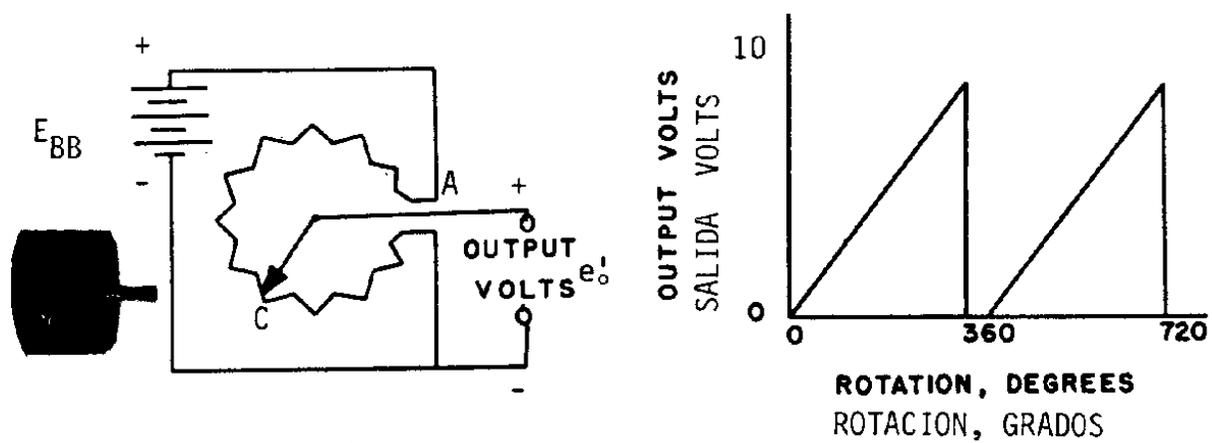


Figure 2 - Wire Wound Potentiometer

Figura 2 - Potenciómetro de Precisión

AC RVDT

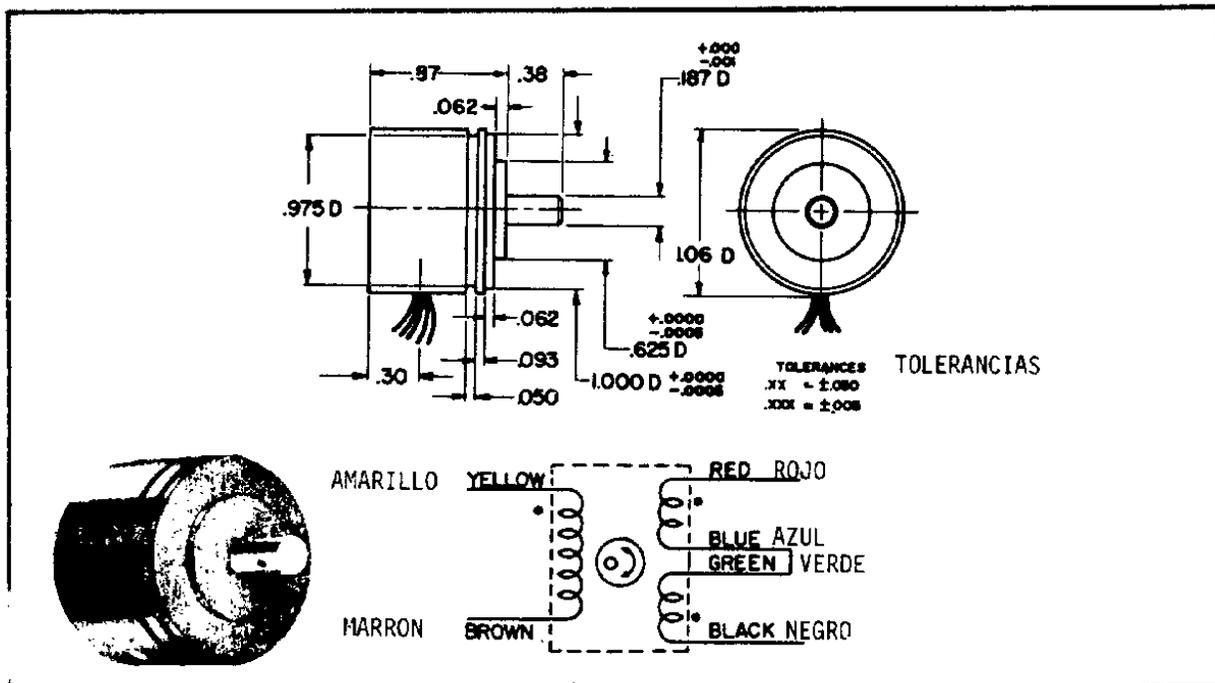
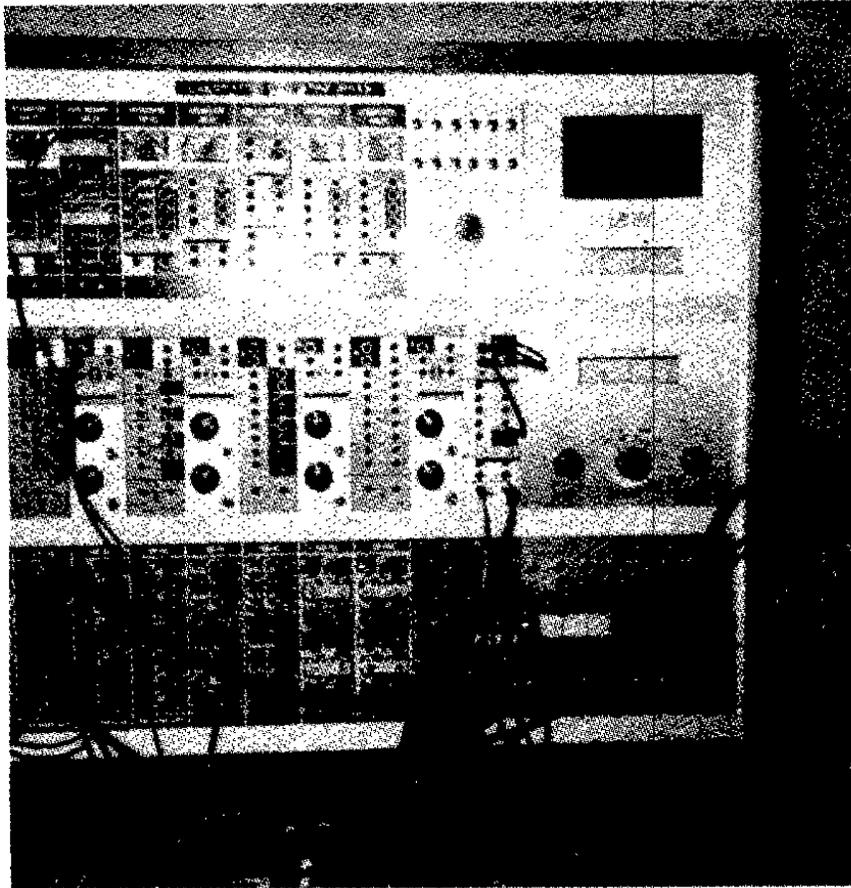


Figura 3 - Transformador Diferencial.



Fotografía 10

La Fotografía 11, muestra el generador de función [15] usado como excitador (D.C.OFFSET = 0, AMPLITUD : MAX. 20 V. p-p circuito abierto, ONDA SINUSOIDAL, FRECUENCIA = 10 KHz.) del devanado primario del transformador diferencial [9]

La Figura 3, muestra un diagrama esquemático del transformador diferencial. El voltaje de salida diferencial, proveniente de los devanados secundarios, tiene la misma frecuencia suministrada al primario y su amplitud es proporcional al desplazamiento angular del núcleo a partir de la posición nula [26].

Las características de funcionamiento de este transductor de desplazamiento angular son [9]



Fotografía 11

Sensitividad = 2,9 mV./Grado/Volt.
 Impedancia de Entrada = 370 ohms.
 Impedancia de Salida = 1300 ohms.
 Angulo de Fase = + 3°.
 Voltaje de Entrada máximo = 10 V. rms.
 Potencia de Entrada \leq 1 watt.
 Resistencia de carga mínima = 10 x Z salida = 13000 Ω

La Figura 4, muestra un diagrama esquemático del circuito equivalente de medición.

Calculemos la intensidad eficaz máxima que puede circular por el circuito del transductor.

La potencia viene dada por.

$$P = V_e i_e \text{ máx.} \quad (83)$$

de donde

$$i_{e\text{máx.}} = \frac{P}{V_e} = \frac{1 \text{ watt.}}{10 \text{ Volts}/\sqrt{2}} = 0,14 \text{ Ampere}$$

Calculemos ahora la intensidad eficaz que circula por el circuito

$$(P = R_i i_e^2)$$

$$i_e = \sqrt{\frac{P}{R_i}} \quad (84)$$

$$= \sqrt{\frac{1 \text{ watt.}}{370 \Omega}} = 0,052 \text{ Amperes} = 52 \text{ mA.}$$

Entonces el voltaje eficaz máximo que se puede suministrar al transductor es ($i_e = V_{e\text{máx.}}/R_i$)

$$V_{e\text{máx.}} = i_e R_i \quad (85)$$

$$= 0,052\text{A} \times 370 \Omega = 19,2 \text{ V.}$$

Puesto que el generador de función tiene una impedancia de salida de 600Ω , entonces la intensidad eficaz que circula por el circuito de entrada del transductor es

$$i_e = \frac{V_e}{R_{\text{total}}} \quad (86)$$

$$= \frac{10 \text{ V.}/\sqrt{2}}{600 \Omega + 370 \Omega} = \frac{10 \text{ V.}/\sqrt{2}}{970 \Omega}$$

Por lo tanto el voltaje eficaz de entrada al transformador diferencial es

$$V_i = i_e R_i \quad (87)$$

$$= \frac{(10 \text{ V.}/\sqrt{2}) 370 \Omega}{970 \Omega} = 2,7 \text{ V.}$$

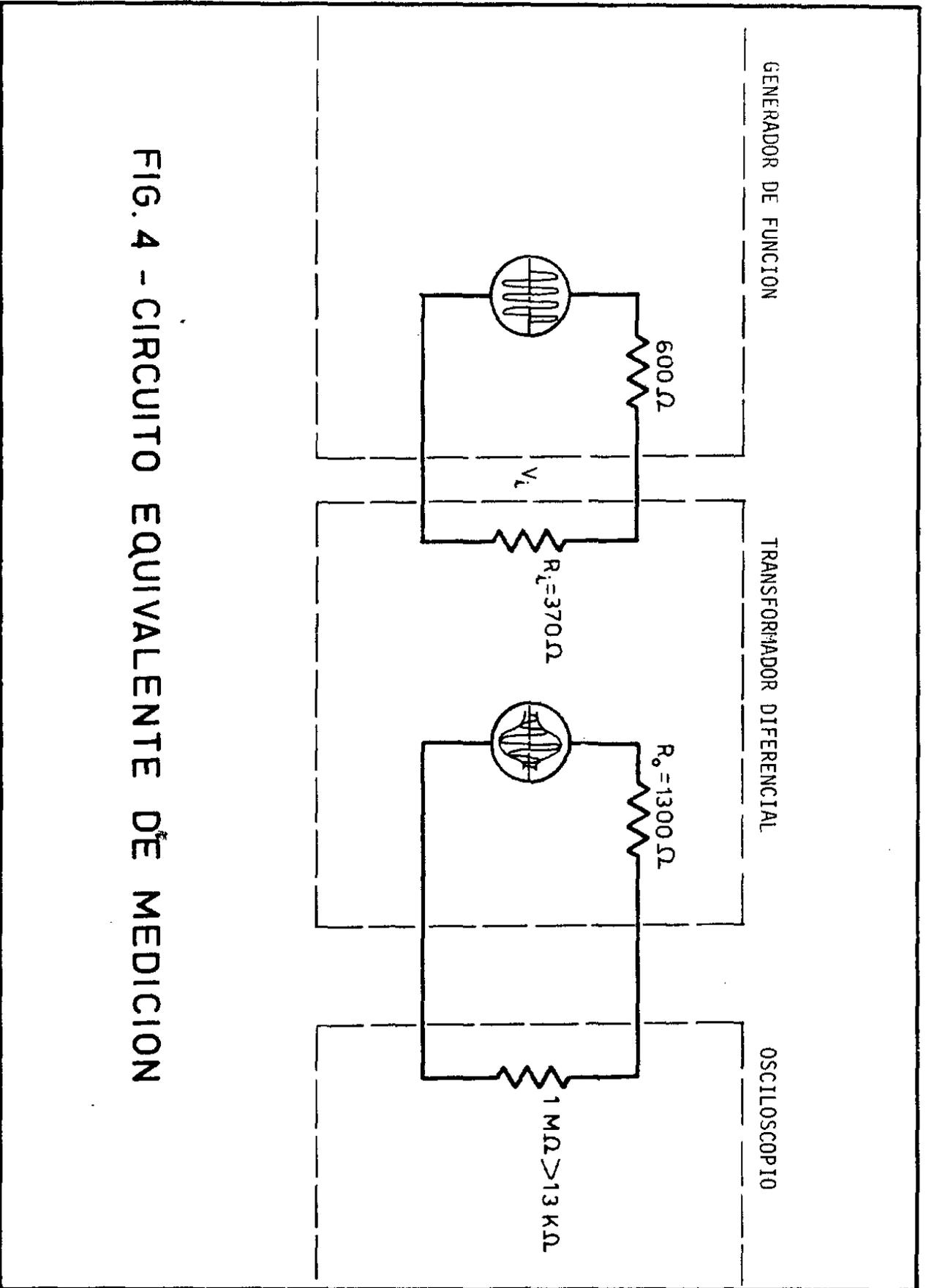


FIG. 4 - CIRCUITO EQUIVALENTE DE MEDICION

En base a la sensibilidad S, el voltaje de salida por grado de rotación es

$$v_o = S V_i \quad (88)$$

$$= 2,9 \frac{\text{mV}/^\circ}{\text{V}} \times 2,7 \text{ V.} = 7,8 \text{ mV}/^\circ$$

Este voltaje por grado, aunque bajo, es posible medirlo con el osciloscopio [18].

La Figura 5, muestra la instalación de dos galgas extensométricas de deformación formando medio puente exterior al módulo amplificador de puente [16]. Para formar el medio puente interno, se utilizaron dos (2) galgas extensométricas de deformación, idénticas a las anteriores.

La Figura 6, muestra la identificación de los puntos terminales en el tablero para completar el puente [16].

Antes de acoplar el módulo amplificador de puente al registrador oscilográfico, es necesario soldar los terminales de dos galgas a los puntos correspondientes en el tablero interno del amplificador de puente y además las resistencias ($\frac{1}{4}$ watt) que se indican a continuación:

1) Resistencia limitadora de balance

$R_{68} = 100 \text{ K}\Omega \quad \pm 5\%, \quad \frac{1}{2} \text{ watt.}$

2) Resistencia de calibración, cuya selección se hace en base al valor calculado usando la siguiente fórmula [16].

$$R_{73} = \frac{R}{GF \epsilon} \quad GF = \frac{dR/R}{\epsilon} \quad (89)$$

donde la resistencia de la galga es [11]

$$R = (350,0 \pm 1,0) \text{ ohms}$$

y el factor de la galga es [11]

$$GF = 3,22 \begin{array}{c} + \\ - \end{array} 1\%$$

Cálculo de la Deformación.

El centro de la galga extensométrica de deformación está a 0,031 m del empotramiento (Ver Plano N° 1 del prototipo), o sea, a una distancia de la línea de contacto del fleje con la leva (Ver Apéndice A)

$$\begin{aligned} a_2 &= (\ell - R) - 0,031 \text{ m.} & (90) \\ &= 0,130 \text{ m.} - 0,031 \text{ m.} \\ &= 0,099 \text{ m.} \end{aligned}$$

Podemos calcular la fuerza de contacto inicial como

$$\begin{aligned} P_0 &= \frac{T_0}{\ell} & (91) \\ &= \frac{1,23 \times 10^{-2} \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}}{0,154 \text{ m.}} \\ &= 0,0799 \text{ Kgf.} \end{aligned}$$

De las ecuaciones (12) y (13)

$$P = P_0 + \frac{3 Kt_1}{2 (\ell - R)^2} (y_1 - \ell \theta) \quad (92)$$

Considerando la condición mas desfavorable, es decir $y_1 = h$ y $\theta = 0$, se tiene

$$\begin{aligned} P &= 0,0799 \text{ Kgf.} + \frac{3(0,1555 \text{ Kgf.} \cdot \text{m.})(0,006 \text{ m.})}{2 (0,130 \text{ m.})^2} \\ &= 0,1627 \text{ Kgf.} \end{aligned}$$

Como un resultado de ensayos extensivos y experiencia para el diseño de partes de suspensión automotrices, se usa a menudo un factor de esfuerzo de impacto f_i de 4 en conjunto con las propiedades estáticas de material [27].

Para tomar en cuenta los impactos de choques que se producen cuando ocurre el fenómeno de salto, se puede estimar un factor de esfuerzo de impacto como

$$f_i = 4$$

Entonces para el instante de choque la fuerza de contacto podría tomar un valor

$$\begin{aligned} P'' &= f_i P \\ &= 4 \times 0,1627 \text{ Kgf.} \\ &= 0,6508 \text{ Kgf.} \end{aligned} \tag{93}$$

El esfuerzo se calcula de la fórmula [24]

$$\begin{aligned} \sigma'' &= \frac{6 P'' a_2}{b_1 h_1^2} \\ &= \frac{6 \times (0,6508 \text{ Kgf.}) (0,099 \text{ m.})}{(0,01270 \text{ m.}) (0,00080 \text{ m.})^2} \\ &= 4,756 \times 10^7 \frac{\text{Kgf.}}{\text{m}^2} \end{aligned} \tag{94}$$

El módulo de Young para el fleje es

$$E = 1,9106 \times 10^{10} \frac{\text{Kgf.}}{\text{m}^2}$$

Por lo tanto la deformación calculada es [24]

$$\begin{aligned} \epsilon'' &= \frac{\sigma''}{E} \\ &= \frac{4,756 \times 10^7 \text{ Kgf./m}^2}{1,9106 \times 10^{10} \text{ Kgf./m}^2} \end{aligned} \tag{95}$$

$$= 2489 \times 10^{-6}$$

$$= 0,25\% < 2\%$$

De la ecuación (89)

$$R_{73} \text{ (calculada)} = \frac{350 \Omega}{(3,22) \times (2489 \times 10^{-6})}$$

$$= 43670 \Omega$$

$$= 43,67 \text{ K}\Omega$$

Comercialmente se puede conseguir una resistencia de 43 K Ω , entonces

$$R_{73} = 43 \text{ K}\Omega \quad \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} 10\%, \quad 1/2 \text{ watt.}$$

Sin embargo, cuando no se produce el fenómeno de salto y por ende no hay impacto de choque, la deformación es

$$\epsilon' = \frac{\sigma'}{E} = \frac{\sigma''/4}{E} = \frac{\epsilon''}{4} \quad (96)$$

y la resistencia de calibración sería

$$4 \times 43,67 \text{ K}\Omega = 174,68 \text{ K}\Omega$$

Comercialmente se puede conseguir una resistencia de 174 K Ω .

Actualmente se usó una resistencia promedio de

$$R_{73} = 120 \text{ K}\Omega \quad \begin{matrix} + \\ - \end{matrix} 10\% \quad , \quad 1/2 \text{ watt.}$$

cuya única finalidad fue la de guiar la selección de una sensibilidad adecuada en el osciloscopio.

Se proporcionan como partes de repuesto

Un (1) Strain Gage SR-4, BLH, tipo FDE-25-35-EL, SER. # 6-A-SE, LOT. # D136.

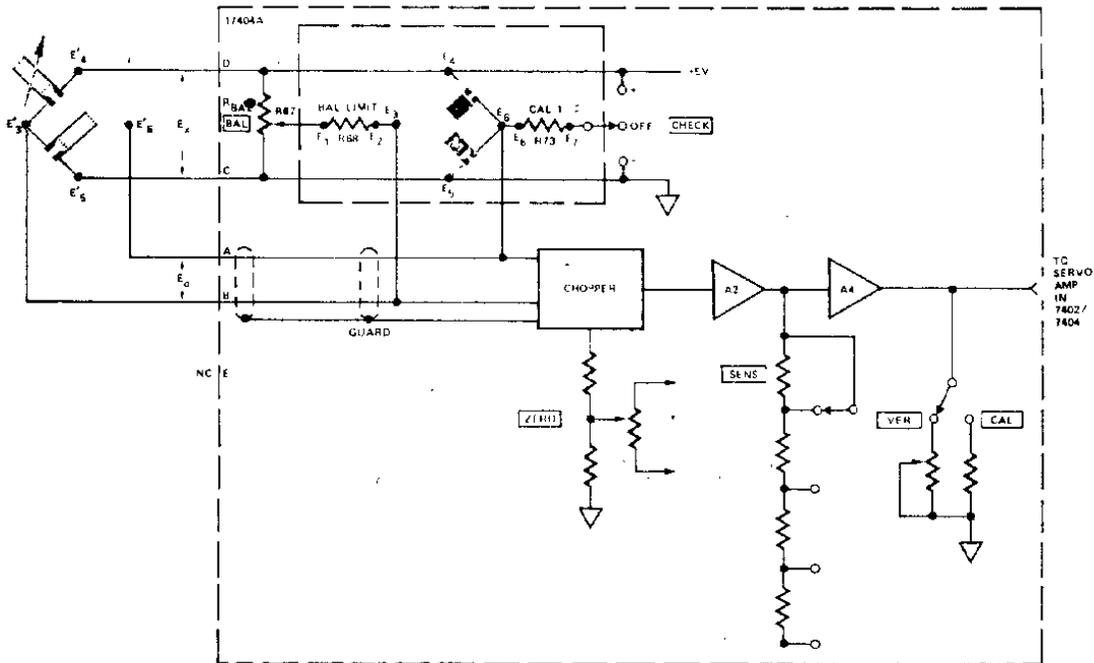


Figura 5 - Instalación de las Galgas formando Medio Puente.

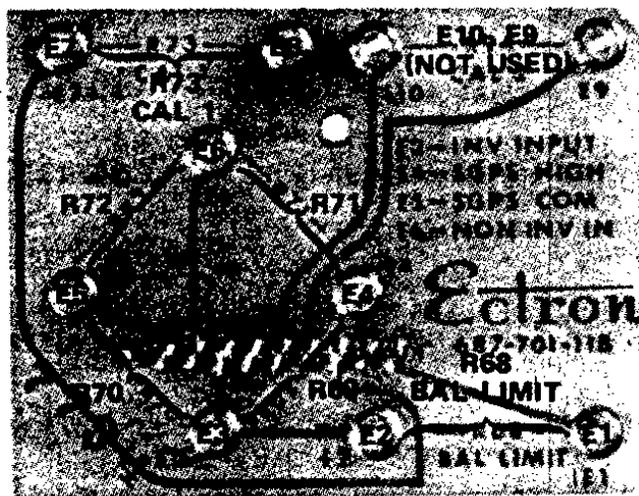


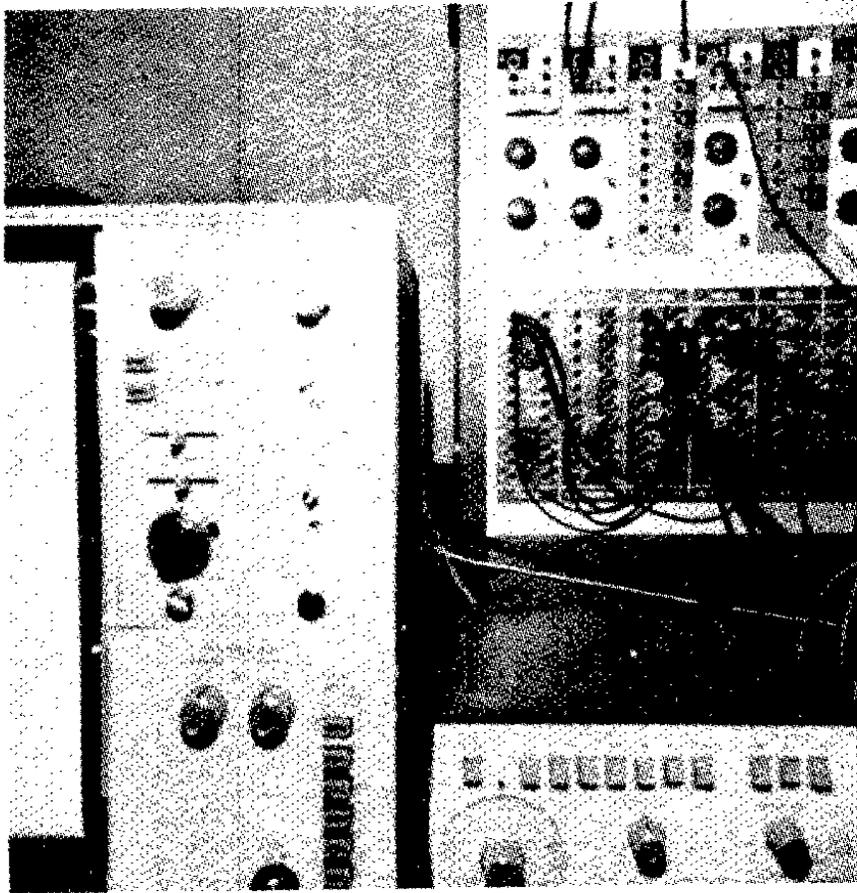
Figura 6 - Identificación de Puntos Terminales para completar el Puente.

Cuatro (4) resistencias de $100\text{ K}\Omega \pm 5\%$

Cuatro (4) resistencias de $43\text{ K}\Omega \pm 10\%$

Cuatro (4) resistencias de $120\text{ K}\Omega \pm 10\%$

La Fotografía 12, muestra el módulo amplificador de puente incorporado al registrador oscilográfico [17].



Fotografía 12

La Fotografía 13, muestra las conexiones del modelo experimental leva-seguidor al oscilógrafo registrador y las conexiones del oscilógrafo registrador al osciloscopio. Se proporciona un fleje, idéntico al instalado en el prototipo, con el strain gage de compensación de temperatura. Además se suministran dos cables (uno rojo y otro blanco) que tienen en un extremo un conector tipo caimán y en el otro extremo un conector de tipo banana para las salidas del preamplificador [17].



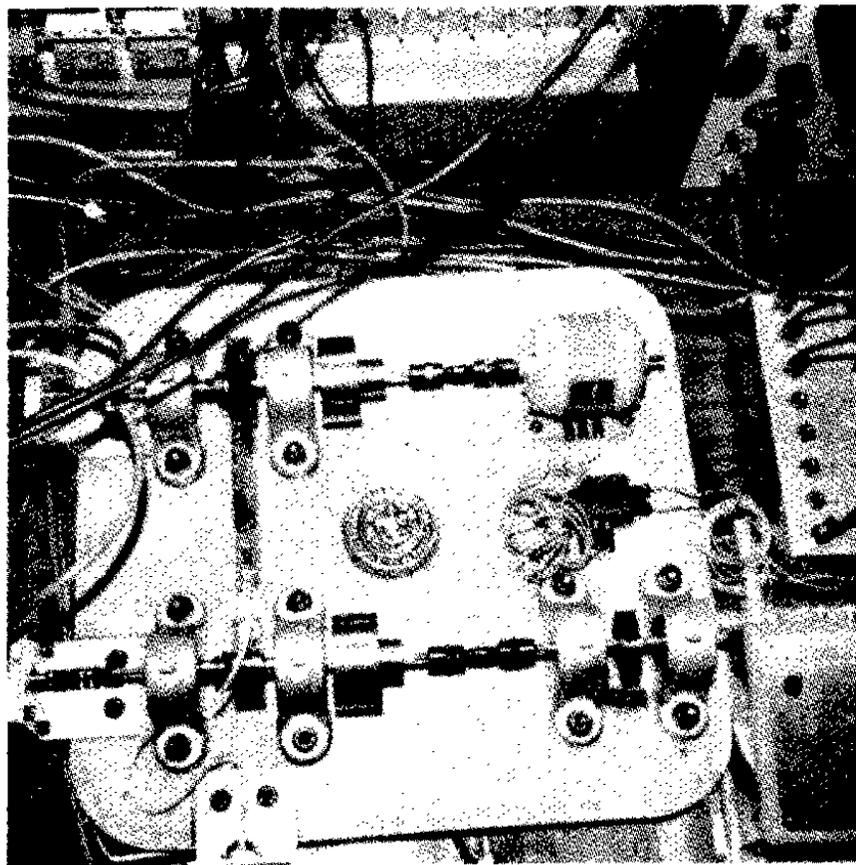
Fotografía 13

VIII - COMPARACION DE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES CON LA TEORIA.

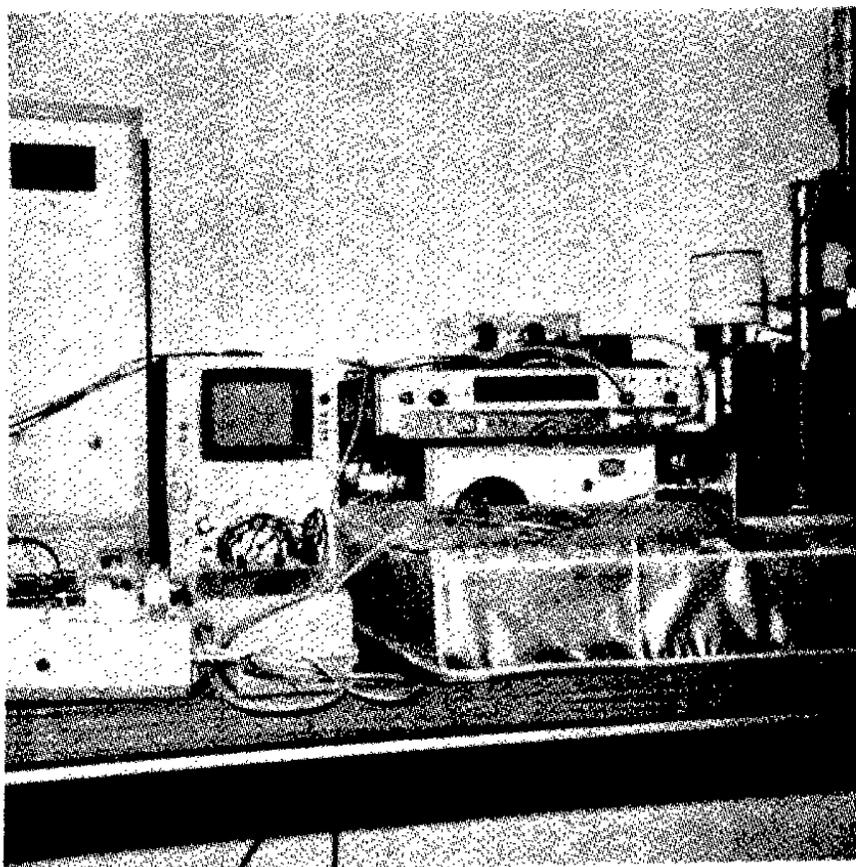
VIII-a. Resultados Experimentales.

La Fotografía 14, muestra el modelo experimental leva armónica-seguidor con todas las conexiones eléctricas necesarias para efectuar las mediciones. Se proporcionan dos conectores de tipo caimán (uno amarillo y otro verde) para hacer las conexiones a tierra del prototipo y de la caja de circuitos, con el fin de minimizar el ruido eléctrico.

La Fotografía 15, muestra al osciloscopio [18], al contador [19] y al estroboscopio [20], con las conexiones requeridas para obtener los datos experimentales.

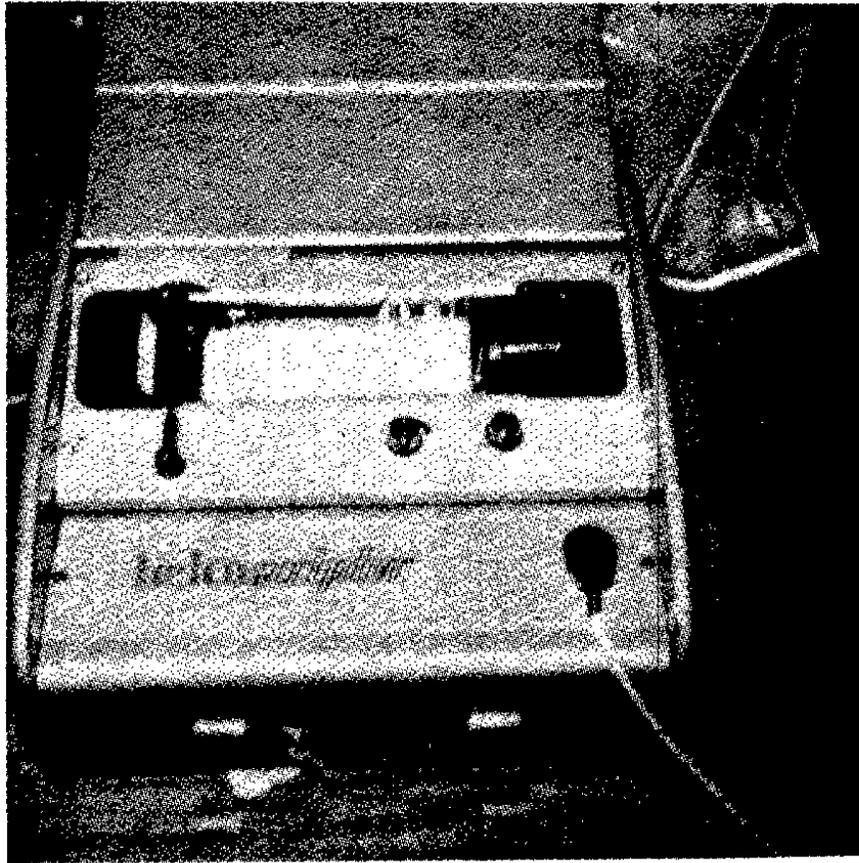


Fotografía 14



Fotografía 15

La Fotografía 16, muestra un registrador de vibraciones mecánicas [22] que podría ser utilizado para registrar el torque



Fotografía 16

Los controles de los instrumentos de medición fueron posicionados de la manera señalada a continuación:

- 1) Amplificador de Puente.
Sensitivity = 0,1m V/div.
- 2) Registrador Oscilográfico.
Chart Speed: STOP
- 3) Osciloscopio de Traza Dual.

VERTICAL (Apreciación = 0,2 div.)

Display: CHOP

Channel A: Torque de Contacto

Factor de Deflexión = 2 V/div.

Channel B: Desplazamiento Angular del Seguidor.

Factor de Deflexión = 0,1 V/div.

HORIZONTAL: Desplazamiento Angular de la Leva.

Source: EXT

Factor de Deflexión = 1 V/div.

4) Contador Universal.

Medición de Frecuencia: FREQ. A

Time Base = 10s. (Apreciación = 0,1 Hz.)

Channel A

ATTEN = X 10

Mode: HOLD (presionar boton RESET para iniciar el conteo)

5) Estroboscopio.

Selector Interruptor: INT

Modo: Hz.

Multiplicador = X 10 (Apreciación = 1 Hz.)

Se realizaron las siguientes observaciones experimentales con los equipos respectivos que se indican a continuación:

a) Osciloscopio de Traza Dual.

Canal A: El torque inicial T_0 corresponde a - 0,55 div. (- 2,2 div. para Sensit. = 0,5 V/div.) El signo menos es debido a que el strain gage trabaja en compresión.

Canal B: Se observó el diagrama de desplazamiento angular del seguidor y un cambio de fase cercano a 180° por encima del intervalo de salto.

b) Contador Universal.

Las lecturas fueron:

Frecuencia Inicial de Salto: $f_{IS} = 18,5$ Hz.

Frecuencia Final de Salto: $f_{FS} = 34,5$ Hz.

c) Estroboscopio

Se chequearon los valores para las frecuencias inicial y final de salto y se observó el sistema mecánico en movimiento lento aparente.

La Tabla 2 resume las observaciones experimentales

TABLA 2

FRECUENCIA f		TORQUE T (div.)		ANGULO θ (div.)	
Hz.	R.P.M.	MAX.	MIN.	MAX.	MIN.
0	0	- 0,55		0	
8,3	498	- 0,6	- 0,5	0,4	0
18,5	1110	- 1,0	0	0,6	0
22,4	1344	- 2,8	+ 1,0	1,2	- 0,2
34,5	2070	- 1,8	+ 0,4	0,6	0
44,0	2640	- 1,2	0	0,2	0

$$f_{\text{máx}} = 48 \text{ Hz. (2880 R.P.M.)}$$

Puesto que T_0 (Kgf. - m.) corresponde a T_0 (div.), entonces, el torque T (Kgf. - m.) corresponderá a T (div) y

$$T \text{ (Kgf.-m.)} = \frac{T \text{ (div.)}}{T_0 \text{ (div.)}} T_0 \text{ (Kgf.-m.)} \quad (97)$$

Por otra parte, el voltaje por grado de rotación del seguidor es v_0 y el factor de deflexión es FD_B , entonces los grados de rotación por división son (FD_B / v_0) y el ángulo θ ($^\circ$) se puede calcular de la fórmula

$$\theta \text{ (}^\circ\text{)} = \frac{F_{DB}}{v_0 \times (10^{-3} \text{ mV/V})} \theta \text{ (div.)} \quad (98)$$

El ángulo θ en radianes se expresa como

$$\theta = \theta \text{ (}^\circ\text{)} \frac{\pi \text{ rad.}}{180^\circ} \quad (99)$$

La frecuencia angular viene dada por

$$\omega = 2 \pi f \quad (100)$$

La Tabla 3, agrupa los valores experimentales en el sistema de unidades MKS.

Los valores negativos obtenidos para el torque indican el efecto, de la inercia propia del fleje, influenciado por la cercanía de las frecuencias angulares de resonancia del fleje considerado como un medio continuo (Ver los valores de ω_1 y ω_1^*).

TABLA 3

FRECUENCIA ANGULAR ω (sec. ⁻¹)	TORQUE T (Kgf.-m.)		ANGULO θ (rad.)	
	MAX.	MIN.	MAX.	MIN.
0	0,0123		0	
52,15	0,0134	0,0112	0,0895	0
116,24	0,0224	0	0,1343	0
140,74	0,0626	- 0,0224	0,2685	- 0,0447
216,77	0,0402	- 0,0089	0,1343	0
276,46	0,0268	0	0,0447	0

$$\omega_{\text{máx.}} = 301,59 \text{ sec.}^{-1}$$

Ahora se pueden calcular los valores experimentales de las relaciones

$$\frac{\omega_{IS}}{\omega_n^*} = \frac{116,24 \text{ rad./sec.}}{174,5 \text{ rad./sec.}}$$

$$\frac{\omega_{IS}}{\omega_n^*} = 0,666$$

$$\frac{\omega_{FS}}{\omega_n^*} = \frac{216,77 \text{ rad./sec.}}{174,5 \text{ rad./sec.}}$$

$$\frac{\omega_{FS}}{\omega_n^*} = 1,242$$

VIII-b. Programa Digital para el Cálculo de la Velocidad Angular de Salto.

Las instrucciones para el usuario, el listado del programa y la descripción del programa se encuentran en las cuatro páginas siguientes.

Este programa se corrió en una Calculadora Digital Científica Programable, tipo HP-33E, marca Hewlett-Packard, Serial N° 1939B93649, Brazil. [28, 29, 30, 31, 32].

VIII-c. Variación de la Velocidad Angular de Salto con el Torque Inicial.

El Gráfico 5, muestra la curva teórica que da la variación de la relación (ω_s/ω_n^*) con la relación $(2l T_o/K_{t1(eq.)} h)$. Estas relaciones son ambas adimensionales.

Lo más sencillo de variar en el prototipo es el torque inicial, aunque sería conveniente adquirir o diseñar y construir un mecanismo de embrague con resorte de retención [33], que substituya a la junta Cardán doble de acero que transmite la torsión del resorte espiral, para facilitar la variación del torque inicial.

Note de la curva, que para $2l T_o/K_{t1(eq.)} h = 0$, $\omega_s/\omega_n^* = 0$ y $\omega_s/\omega_n^* = 0,11$; esta dualidad es lógica matemáticamente puesto que verifica las ecuaciones (31), (32) y (36) y mas importante aún es físicamente posible.

$$\text{Si } \omega_s = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_t = 0 \quad \Rightarrow \quad \phi = 0 \quad \Leftrightarrow \quad \phi_1^* = \frac{\pi}{2}$$

Para

$$2l T_o/K_{t1(eq.)} h = 1 \text{ se tiene que } \omega_{IS}/\omega_n^* = 0,71 \text{ y } \omega_{FS}/\omega_n^* = 12,06.$$

VIII-d. Error Experimental Promedio.

El porcentaje de error, basado en el valor teórico, se calcula mediante la fórmula [34] (sugerida)

$$\% \text{ ERROR} = \frac{|T_{eo} - E_{xp.}|}{T_{eo}} \times 100 \quad (101)$$

Program Description

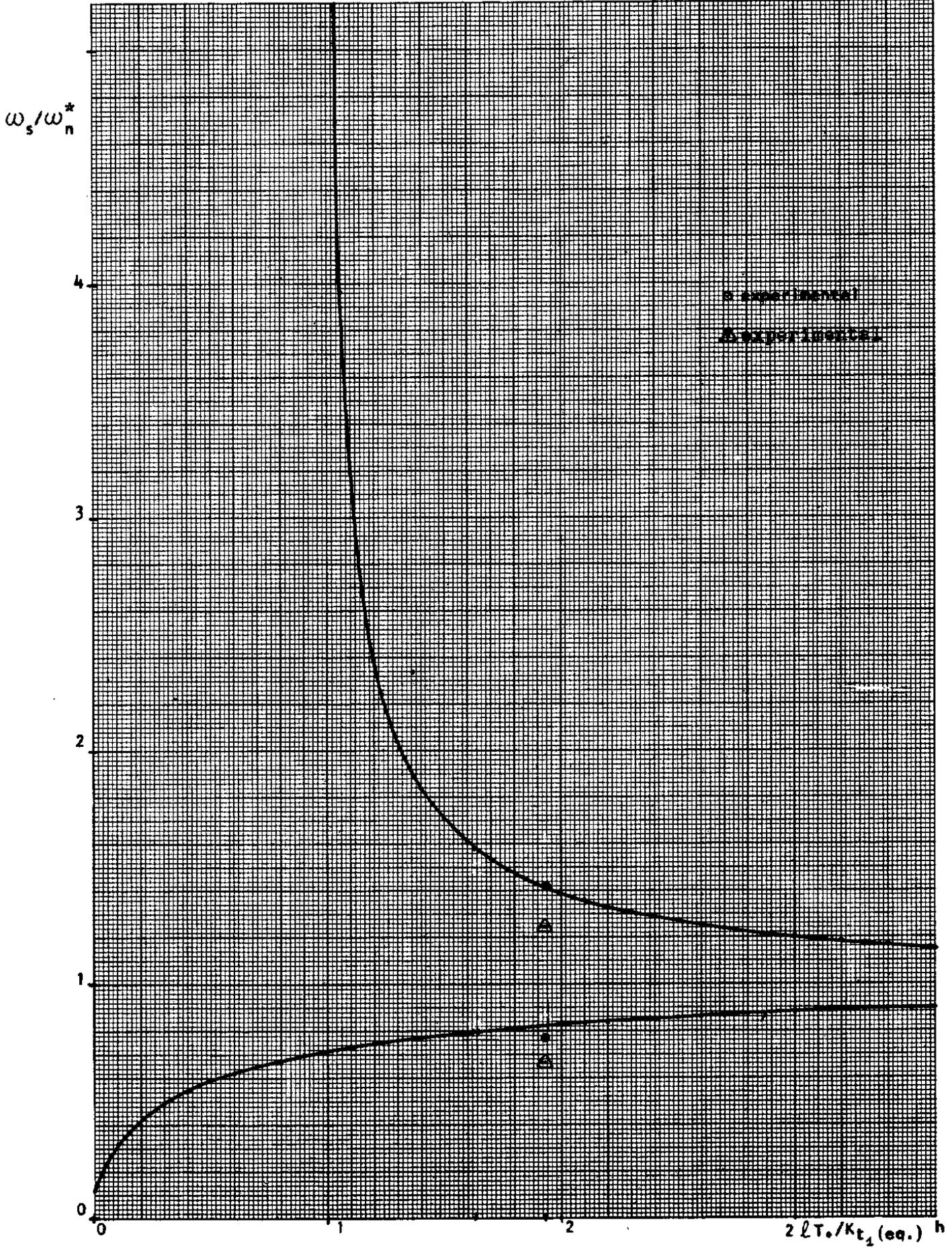
Program Title CALCULO DE LA VELOCIDAD ANGULAR DE SALTO
Name PROF. JOSE ALBERTO MENDEZ ADRIANI **Date** 15 SEPT.1981
Address DPTO. DE DISEÑO, INGENIERIA MECANICA, UNIVERSIDAD CENTRAL DE VENEZUELA
City CARACAS **State** D.F. **Zip Code** VENEZUELA

Program Description, Equations, Variables, etc. Este Programa calcula la Velocidad Angular Inicial de Salto y la Velocidad Angular Final de Salto, para cualquier combinación de los parámetros del Sistema Mecánico Leva Armónica-Seguidor, y es una mecanización de la ecuación 48.

En el Registro 0 se almacena $(1 - 2\xi^2)$, en el Registro 1 se almacena $(\omega_n/\omega_n^*)^2$ y en el Registro 2 se almacena $(2\ell T_o/K_{t_1}(\text{eq.})^h)$.

Operating Limits and Warnings Cuando aparece en la pantalla de la calculadora programable la palabra "Error 0", esto simplemente quiere decir que alguna cantidad subradical es negativa y que no existe velocidad angular final de salto; presione cualquier tecla numérica, luego la tecla CLX y por último la tecla R/S; el display presentará la cantidad 0,000, presione nuevamente la tecla R/S para continuar la ejecución del programa.

DO NOT USE THIS SPACE



donde T_{eo} indica el valor teórico y E_{xp} Indica el valor experimental.

Entonces para la relación ω_s/ω_n^* se tiene

$$\% \text{ ERROR} = \frac{|(\omega_{IS}/\omega_n^*)T_{eo} - (\omega_{IS}/\omega_n^*)E_{xp}|}{(\omega_{IS}/\omega_n^*)T_{eo}} \times 100$$

$$= \frac{|0,822 - 0,666|}{0,822} \times 100 = 18,9\%$$

$$\% \text{ ERROR} = \frac{|(\omega_{FS}/\omega_n^*)T_{eo} - (\omega_{FS}/\omega_n^*)E_{xp}|}{(\omega_{FS}/\omega_n^*)T_{eo}} \times 100$$

$$= \frac{|1,421 - 1,242|}{1,421} \times 100 = 12,6\%$$

Por lo tanto el porcentaje de error promedio es

$\% \text{ ERROR PROMEDIO} = 15,8\%$

Nota: En base al valor experimental-calculado de $\omega_n^* = 152,2$ rad./sec., se obtienen las siguientes relaciones

$$(\omega_{IS}/\omega_n^*) = 0,764 ; \quad (\omega_{FS}/\omega_n^*) = 1,424$$

cuyos porcentajes de error correspondientes en base al valor teórico son

$$\% \text{ ERROR} = \frac{|0,822 - 0,764| \times 100}{0,822} = 7,05\%$$

$$\% \text{ ERROR} = \frac{|1,421 - 1,424| \times 100}{1,421} = 0,21\%$$

En este caso el porcentaje de error promedio es

$$\% \text{ ERROR PROMEDIO} = 3,63\%$$

Si tomásemos el promedio, de los porcentajes de error promedio anteriores, se podría decir que el porcentaje de error experimental promedio es

$$\% \text{ ERROR EXPERIMENTAL PROMEDIO} = 9,72\% < 10\%$$

VIII-e. Discusión de los Resultados.

La desviación del comportamiento ideal, del sistema físico leva armónica-seguidor, se debe principalmente a dos causas

1) La distancia l no permanece constante, tal como se ha supuesto.

2) La inercia del fleje representa una fracción considerable de la inercia del sub-sistema seguidor, y aunque en la vibración libre de este sistema mecánico el fleje actúa mayormente como un elemento puramente elástico, parte de su inercia puede influir decisivamente en el movimiento.

Se puede determinar la fracción x de la inercia del fleje que interviene en el movimiento.

La frecuencia angular natural real del sistema mecánico es

$$\omega_n^{**} = \sqrt{\frac{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}{I_0 + x I_F}} \quad \dots$$

$$\omega_n^{**2} = \frac{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}{I_0 + x I_F} \quad \dots$$

$$I_0 \omega_n^{**2} + x I_F \omega_n^{**2} = K_t + K_{t1}(\text{eq.}) \quad \dots$$

$$x I_F \omega_n^{**2} = K_t + K_{t1}(\text{eq.}) - I_O \omega_n^{**2}$$

$$x = \frac{[K_t + K_{t1}(\text{eq.})] - I_O \omega_n^{**2}}{I_F \omega_n^{**2}}$$

Para la vibración libre se obtuvo

$$\omega_n^* = \sqrt{\frac{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}{I_O}}$$

$$\omega_n^{*2} = \frac{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}{I_O}$$

$$I_O = \frac{K_t + K_{t1}(\text{eq.})}{\omega_n^{*2}}$$

$$= \frac{(0,32995 \text{ Kgf.} \cdot \text{m.})}{(174,5 \text{ sec.}^{-1})^2} \times 9,80665 \frac{\text{Kgm.} \cdot \text{m.}}{\text{Kgf.} \cdot \text{sec.}^2}$$

$$I_O = 1,063 \times 10^{-4} \text{ Kgm.} \cdot \text{m.}^2$$

Hay fuerte evidencia de que esto es así en base al valor calculado de I_O (ver IX(b).)

El valor de ω_n^{**} se calcula a partir de los valores experimentales para ω_{IS} y ω_{FS} .

$$\omega_n^{**} = \frac{(\omega_{IS}/0,822) + (\omega_{FS}/1,421)}{2}$$

$$\omega_n^{**} = 146,98 \text{ sec.}^{-1}$$

Por lo tanto

$$x = \frac{g_c(0,32995 \text{ Kgf.-m.}) - 1,063 \times 10^{-4} \text{ Kgm} - \text{m}^2 (146,98 \text{ sec}^{-1})^2}{1,366 \times 10^{-4} \text{ Kgm} - \text{m}^2 (146,98 \text{ sec}^{-1})^2}$$

$$g_c = 9,80665 \text{ Kgm.} - \text{m/Kgf.} - \text{sec.}^2$$

$x = 0,32$

IX - CALCULO DE LOS ELEMENTOS MECANICOS.

IX-a. Balanceo Estático y Dinámico de la Leva Armónica.

Para evitar efectos indeseables causados por la vibración, y para disminuir los esfuerzos sobre el árbol de leva y la carga dinámica sobre los rodamientos, se hizo imperativo el cálculo del desbalance y su posterior corrección por eliminación de masa.

Refiérase a la Figura 1 (a).

Sea A_1 el área de una sección transversal de la leva armónica, considerada como una leva excéntrica de excentricidad $h/2$ y de radio r_1 (Ver Apéndice B).

Entonces

$$A_1 = \pi r_1^2 \quad (102)$$

Sea A_2 el área del círculo base de la leva, siendo r_2 el radio de la circunferencia base. Entonces

$$A_2 = \pi r_2^2 \quad (103)$$

Sea ρ la densidad del material de la leva (fundición gris) y e el espesor de la leva; entonces las masas correspondientes son

$$m_1 = \rho A_1 e \quad (104)$$

$$m_2 = \rho A_2 e \quad (105)$$

La fuerza centrífuga causada por el desequilibrio es

$$\begin{aligned} F_C &= m_1 \frac{h}{2} \omega^2 \\ &= \rho \pi r_1^2 e \frac{h}{2} \omega^2 \end{aligned} \quad (106)$$

La fuerza centrífuga de compensación lograda por un agujero de radio r^* , taladrado en la mitad de la zona más pesada es

$$F_C^* = \rho \pi r^{*2} e \left[\frac{r_1 + (h/2)}{2} \right] \omega^2 \quad (107)$$

Igualando las ecuaciones (106) y (107)

$$F_C = F_C^* \quad (108)$$

Por lo tanto

$$r^* = r_1 \sqrt{\frac{h}{r_1 + (h/2)}} \quad (109)$$

El valor de r^* (Ver Apéndice A) es

$$r^* = 0,020 \text{ m.} \sqrt{\frac{0,006 \text{ m.}}{0,023 \text{ m.}}} = 0,0102 \text{ m.}$$

En vista de que un agujero de este radio rebajaría parte del eje y debilitaría considerablemente a la leva, se optó por taladrar tres agujeros y posteriormente rebajar a lima, hasta lograr un agujero en forma de semi-círculo redondeado en los extremos que equilibrara estáticamente a la leva. El balanceo dinámico en un solo plano es consecuencia inmediata del balanceo estático [35].

IX-b. Cálculo de la Inercia del Arbol de Leva.

Inercia de la Leva

La densidad del material de la leva (fundición gris) es [5]

$$\rho = 7,18 \times 10^3 \text{ Kgm./m.}^3$$

(Para las dimensiones ver Planos y Apéndice A)

Para simplificar el cálculo de la inercia, supongamos que se trata de la leva equilibrada que se muestra en la Figura 1 (a).

El momento de inercia de la leva es

$$I_L = \left[\frac{1}{2} m_1 r_1^2 + m_1 \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right] - \left\{ \frac{1}{2} m^* r^{*2} + m^* \left[\frac{r_1 + (h/2)}{2} \right]^2 \right\} - \frac{1}{2} \rho \pi r^4 e \quad (110)$$

siendo

$$m^* = \rho \pi r^{*2} e \quad (111)$$

De las ecuaciones (102), (104), (110) y (111)

$$I_L = \left[\frac{1}{2} \rho \pi r_1^4 e + \rho \pi r_1^2 e \left(\frac{h}{2} \right)^2 \right] - \left\{ \frac{1}{2} \rho \pi r^{*4} e + \rho \pi r^{*2} e \left[\frac{r_1 + (h/2)}{2} \right]^2 \right\} - \frac{1}{2} \rho \pi r^4 e \quad (112)$$

$$\begin{aligned}
&= 7,18 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \times \pi \times (0,015 \text{ m.}) \left[\frac{1}{2} (0,020 \text{ m.})^4 \right. \\
&+ (0,020 \text{ m.})^2 \left(\frac{0,006 \text{ m.}}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} (0,0102 \text{ m.})^4 - \\
&\left. (0,0102 \text{ m.})^2 \left(\frac{0,023 \text{ m.}}{2} \right)^2 - \frac{1}{2} (0,002 \text{ m.})^4 \right] \\
&= 2,179 \times 10^{-5} \text{ Kgm.} \cdot \text{m.}^2
\end{aligned}$$

Inercia del Volante de la Leva.

$$\begin{aligned}
I_{VL} &= \frac{1}{2} \rho \pi r_7^4 \ell_9 + \frac{1}{2} \rho \pi r_8^4 \ell_{10} - \frac{1}{2} \rho \pi r^4 (\ell_9 + \ell_{10}) \\
& \quad (113) \\
&= \frac{1}{2} \times 7,18 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \pi \left[\left(\frac{0,047 \text{ m.}}{2} \right)^4 (0,021 \text{ m.}) \right. \\
&+ \left. \left(\frac{0,020 \text{ m.}}{2} \right)^4 (0,0145 \text{ m.}) - (0,002 \text{ m.})^4 (0,0355 \text{ m.}) \right] \\
&= 7,386 \times 10^{-5} \text{ Kgm.} \cdot \text{m.}^2
\end{aligned}$$

Inercia de la Polea.

$$\begin{aligned}
I_P &= \frac{1}{2} \rho_{Cu} \pi r_9^4 \ell_{11} + \frac{1}{2} \rho_{Cu} \pi r_{10}^4 \ell_{12} - \\
&\quad \frac{1}{2} \rho_{Cu} \pi r^4 (\ell_{11} + \ell_{12}) \\
& \quad (114) \\
&= \frac{1}{2} \times 8,913 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \pi \left[\left(\frac{0,0155 \text{ m.}}{2} \right)^4 (0,00535 \text{ m.}) \right. \\
&+ \left. \left(\frac{0,0095 \text{ m.}}{2} \right)^4 (0,00545 \text{ m.}) - (0,002 \text{ m.})^4 (0,0108) \right] \\
&= 3,066 \times 10^{-7} \text{ Kgm.} \cdot \text{m.}^2
\end{aligned}$$

Inercia de la Pieza de Acero de Cierre para los Rodamientos.

$$\begin{aligned}
 I_{CA} &= \frac{1}{2} \rho_{AC} \pi r_{11}^4 \ell_{13} - \frac{1}{2} \rho_{AC} \pi r^4 \ell_{13} \quad (115) \\
 &= \frac{1}{2} \times 7,833 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \pi (0,005 \text{ m.}) [(0,0035 \text{ m})^4 - (0,002 \text{ m.})^4] \\
 &= 8,247 \times 10^{-9} \text{ Kgm.} - \text{m.}^2
 \end{aligned}$$

Inercia del Eje de la Leva.

$$\begin{aligned}
 I_{EL} &= \frac{1}{2} \rho_{AC} \pi r^4 \ell_{14} \quad (116) \\
 &= \frac{1}{2} \times 7,833 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \times \pi (0,002 \text{ m.})^4 (0,1623 \text{ m.}) \\
 &= 3,195 \times 10^{-8} \text{ Kgm.} - \text{m.}^2
 \end{aligned}$$

Note que $I_{EL} = I_{ES}$ (Inercia del Eje del Seguidor).

Inercia de la junta Cardán doble de plástico.

$$\begin{aligned}
 I_{JP} &= \frac{1}{2} \frac{W_{JP}}{g} r_{12}^2 \quad (117) \\
 &= \frac{1}{2} \frac{0,0052 \text{ Kgf.}}{9,78 \text{ m/sec}^2} \times (0,0035 \text{ m.})^2 \times 9,80665 \frac{\text{Kgm.} - \text{m.}}{\text{Kgf.} - \text{sec.}^2} \\
 &= 3,193 \times 10^{-8} \text{ Kgm.} - \text{m.}^2
 \end{aligned}$$

Por lo tanto el momento de inercia del árbol de leva es

(118)

$$I_{AL} = I_L + I_{VL} + I_P + 2 I_{CA} + I_{EL} + I_{JP} + 2 I_Y + I_{CR}$$

$$I_{AL} = 9,644 \times 10^{-5} \text{ Kgm.} \cdot \text{m}^2$$

Calculemos, para referencia futura, la inercia del Volante del Seguidor.

$$\begin{aligned} I_{VS} &= \frac{1}{2} \rho \pi r_{13}^4 \ell_{15} + \frac{1}{2} \rho \pi r_{14}^4 \ell_{16} - \frac{1}{2} \rho \pi r^4 (\ell_{15} + \ell_{16}) \\ &= \frac{1}{2} \times 7,18 \times 10^3 \frac{\text{Kgm}}{\text{m}^3} \pi \left[\left(\frac{0,0475 \text{ m}}{2} \right)^4 (0,0237 \text{ m.}) \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{0,020 \text{ m.}}{2} \right)^4 (0,0118 \text{ m.}) - (0,002 \text{ m.})^4 (0,0355 \text{ m.}) \right] \\ &= 8,637 \times 10^{-5} \text{ Kgm.} \cdot \text{m}^2 \end{aligned}$$

También podemos calcular la inercia del seguidor.

$$I_O = I_{ES} + I_S + I_{VS} + I_P + 2 I_{CA} + I_{JP} + I_R + I_{TD} + I_Y = 0,973 \times 10^{-4} \text{ Kgm-m}^2$$

IX-c. Cálculo de la Aceleración Angular Mínima del Arbol de Leva.

Sea \dot{E} la potencia del motor eléctrico [7], M_m el par motor y $\omega_{\text{máx}}$ la velocidad angular máxima de funcionamiento. Entonces

$$\dot{E} = M_m \omega_{\text{máx}} + \dot{W} \quad (119)$$

El efecto del par motor es producir una aceleración angular [36]

$$\alpha = \frac{M_m}{I_{AL}} \quad (120)$$

De las ecuaciones (119) y (120), y siendo \dot{W} la potencia consumida por el potenciómetro de precisión [8]

$$\alpha_{\min} = \frac{\dot{E} - \dot{W}}{I_{AL} \omega_{\max}} \quad (121)$$

$$= \frac{\left(\frac{30 \text{ V.A.}}{\sqrt{2}} \times \frac{1 \text{ Watt.}}{1 \text{ V.A.}} - 1,25 \text{ Watts.} \right) \times \frac{1 \text{ HP}}{745,7 \text{ Watts.}} \times 9,644 \times 10^{-5} \text{ Kgm.} \cdot \text{m}^2 \times 301,59 \text{ sec.}^{-1}}{\frac{550 \text{ lbf.} \cdot \text{ft.} / \text{sec.}}{1 \text{ HP}} \times \frac{0,4536 \text{ Kgf.}}{1 \text{ lbf.}} \times \frac{1 \text{ m.}}{3,281 \text{ ft.}} \times 9,80665 \frac{\text{Kgm.} \cdot \text{m.}}{\text{Kgf.} \cdot \text{sec}^2}}$$

$$= 686,3 \text{ rad.} / \text{sec.}^2$$

Este valor indica que el árbol de leva alcanzará rápidamente cualquier velocidad seleccionada por el control de velocidad.

IX-d. Cálculo de los Rodamientos del Arbol de Leva.

El peso de ensamblaje del árbol de leva es (Ver Apéndice A)

$$W_{AL} = 0,4393 \text{ Kgf.}$$

El máximo torque sobre el seguidor, medido experimentalmente, es (Ver Tabla 3):

$$T_{\max} = 0,0626 \text{ Kgf.} \cdot \text{m.} \quad \text{para } \omega = 140,74 \text{ sec}^{-1} \quad (1344 \text{ R.P.M.})$$

Por tanto, la fuerza de contacto máxima es

$$P_{\max} = \frac{T_{\max}}{\ell} \quad (122)$$

$$= \frac{0,0626 \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}}{0,154 \text{ m.}} = 0,4065 \text{ Kgf.}$$

Entonces la carga sobre el rodamiento es

$$F = W_{AL} + P_{\text{máx}} \quad (123)$$
$$= 0,8458 \text{ Kgf.}$$

La capacidad de base dinámica es [37]

$$C = 90 \text{ Kgf.}$$

La seguridad de carga es [37]

$$S_C = \frac{C}{F} \quad (124)$$
$$= \frac{90 \text{ Kgf.}}{0,8458 \text{ Kgf.}} = 106,4$$

La duración del rodamiento expresada en horas de funcionamiento es [37]

$$L_h \gg 200000 \text{ hr.}$$

IX-e. Cálculo de los Rodamientos del Eje del Seguidor.

El peso del seguidor es (Ver Apéndice A)

$$W_S = W_{SES} + W_{VS} + W_{JP} + W_Y + W_{CR} = 0,4913 \text{ Kgf.}$$

Cuando ocurren choques, la carga sobre los rodamientos disminuye.

El rodamiento sólo efectúa pequeños movimientos oscilantes, por tanto la capacidad de base estática es [37]

$$C_0 = 40 \text{ Kgf.}$$

La seguridad de carga es

$$\begin{aligned} S_C &= \frac{C_0}{W_S} & (125) \\ &= \frac{40 \text{ Kgf.}}{0,4913 \text{ Kgf.}} = 81,4 \end{aligned}$$

La duración de rodamiento es [37]

$$L_h \gg 200000 \text{ hr.}$$

IX-f. Cálculo de la Resistencia a la Fatiga del Arbol de Leva.

El árbol de leva está sometido a una carga fluctuante de flexión.

Podemos considerar el eje como una viga simplemente apoyada, como se muestra en la **Figura 7**.

La carga estática debida al peso es (para la dimensiones y pesos ver Plano N° 1 y Apéndice A)

$$\begin{aligned} W^* &= W_L + W_P + 2 W_{CA} & (126) \\ &= 0,1124 \text{ Kgf.} \end{aligned}$$

De las ecuaciones (122) y (126), la carga máxima de flexión es

$$\begin{aligned} F_{\text{máx}} &= W^* + P_{\text{máx}} & (127) \\ &= 0,5189 \text{ Kgf.} \end{aligned}$$

El momento flector máximo es [24]

$$\begin{aligned} M_{f_{\text{máx}}} &= \frac{F_{\text{máx}} a' b'}{l'} \text{ en B} & (128) \\ &= \frac{(0,5189 \text{ Kgf.}) \times (0,0233 \text{ m.}) \times (0,0125 \text{ m.})}{(0,0358 \text{ m.})} \\ &= 4,221 \times 10^{-3} \text{ Kgf. - m.} \end{aligned}$$

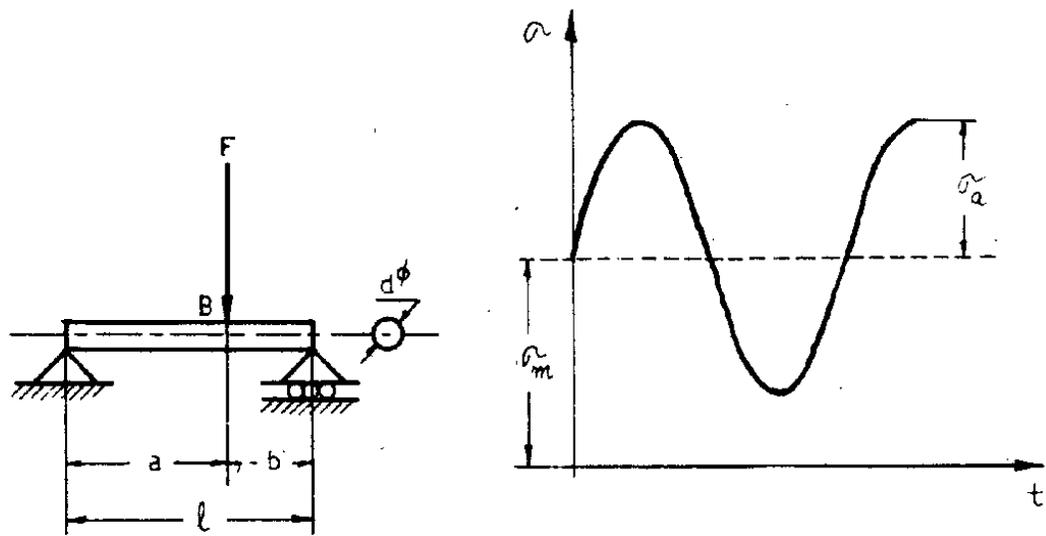


FIGURA 7

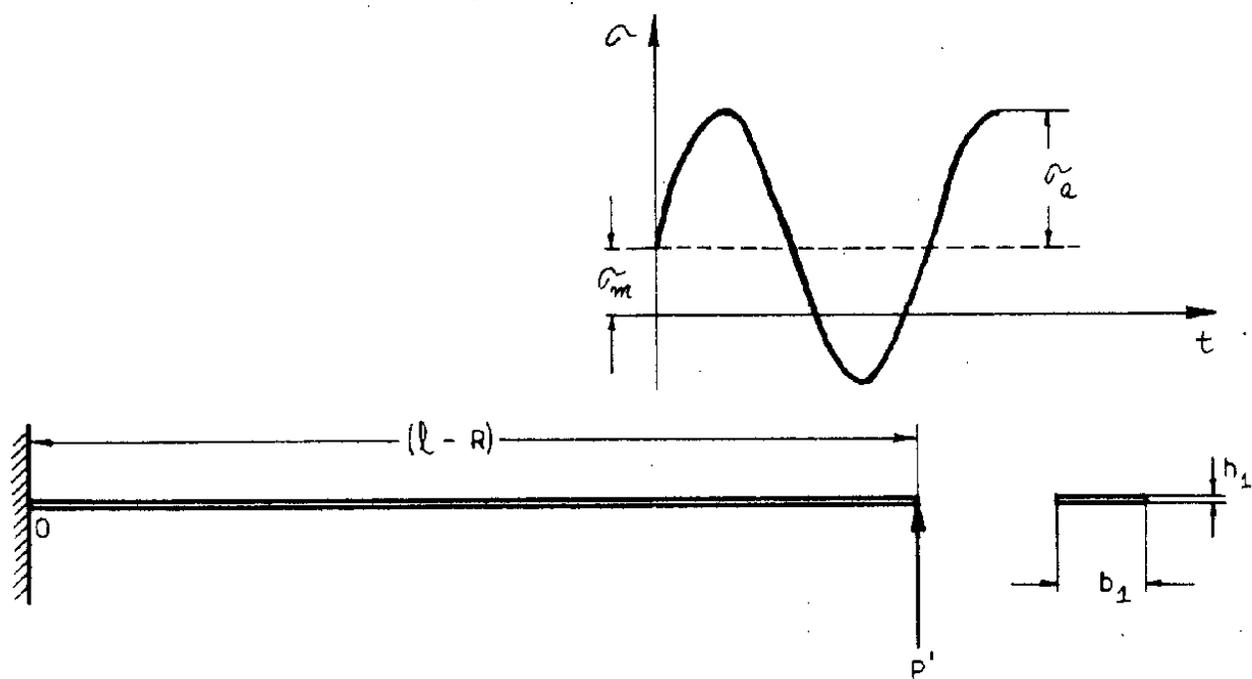


FIGURA 8

El esfuerzo máximo es [24]

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{máx}} &= \frac{M_{f\text{máx}}}{I/C} = \frac{M_{f\text{máx}}}{\pi d^3/32} & (129) \\ &= \frac{32 \times (4,221 \times 10^{-3} \text{ Kgf.} \cdot \text{m.})}{\pi \times (0,004 \text{ m.})^3} \\ &= 6,718 \times 10^5 \text{ Kgf./m.}^2\end{aligned}$$

El momento flector mínimo será [24]

$$\begin{aligned}M_{f\text{mín}} &= \frac{W^* a' b'}{l'} \text{ en B} & (130) \\ &= \frac{(0,1124 \text{ Kgf}) \times (0,0233 \text{ m.}) \times (0,0125 \text{ m.})}{(0,0358 \text{ m.})} \\ &= 9,144 \times 10^{-4} \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}\end{aligned}$$

y el esfuerzo mínimo será [24]

$$\begin{aligned}\sigma_{\text{mín}} &= \frac{M_{f\text{mín}}}{\pi d^3/32} & (131) \\ &= \frac{32 \times (9,144 \times 10^{-4} \text{ Kgf.} \cdot \text{m.})}{\pi \times (0,004 \text{ m.})^3} \\ &= 1,455 \times 10^5 \text{ Kgf./m.}^2\end{aligned}$$

La tensión media se calcula de la fórmula [5]

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\text{máx}} + \sigma_{\text{mín}}}{2} \quad (132)$$

$$= 4,086 \times 10^5 \text{ Kgf./m.}^2$$

La tensión alternativa se calcula de la fórmula [5]

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{\text{máx}} - \sigma_{\text{mín}}}{2} \quad (133)$$

$$= 2,631 \times 10^5 \text{ Kgf./m.}^2$$

Para el material del eje, Acero AISI C1040 Revenido a 538°, Bhn 235, la resistencia a la tracción es [5]

$$S_u = 7,750 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

y el límite de fluencia es [5]

$$S_y = 6,040 \times 10^7 \text{ Kgf/m.}^2$$

El límite de fatiga sin modificar es [5]

$$\begin{aligned} S_n' &= 0,50 S_u \\ &= 3,870 \times 10^7 \text{ Kgf/m.}^2 \end{aligned} \quad (134)$$

Introduciendo los coeficientes modificativos [27] para calcular el límite de fatiga y teniendo en cuenta que el eje está pulido comercialmente

$$\begin{aligned} S_n &= S_n' C_L C_D C_S / K_F \\ &= 3,870 \times 10^7 \frac{\text{Kgf.}}{\text{m.}^2} \times (1,0) \times (1,0) \times (0,9) / (1,0) \end{aligned} \quad (135)$$

$$= 3,480 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

Trazando un diagrama de fatiga para calcular la resistencia del árbol de leva, como el mostrado en el **Gráfico 2**, podemos calcular el factor de seguridad [27].

Del Gráfico 2, se encuentran los valores límites de las tensiones en la intersección de la línea de carga.

$$S_a = 2,07 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

$$S_m = 3,16 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

Entonces el factor de seguridad es [27]

$$f_s = \frac{S_a}{\sigma_a} = \frac{S_m}{\sigma_m} \quad (136)$$

$$= \frac{2,07 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2}{2,631 \times 10^5 \text{ Kgf./m.}^2} = 78,7$$

Evidentemente el eje está diseñado para vida infinita.

IX-g. Cálculo de la Resistencia a la Fatiga del Fleje.

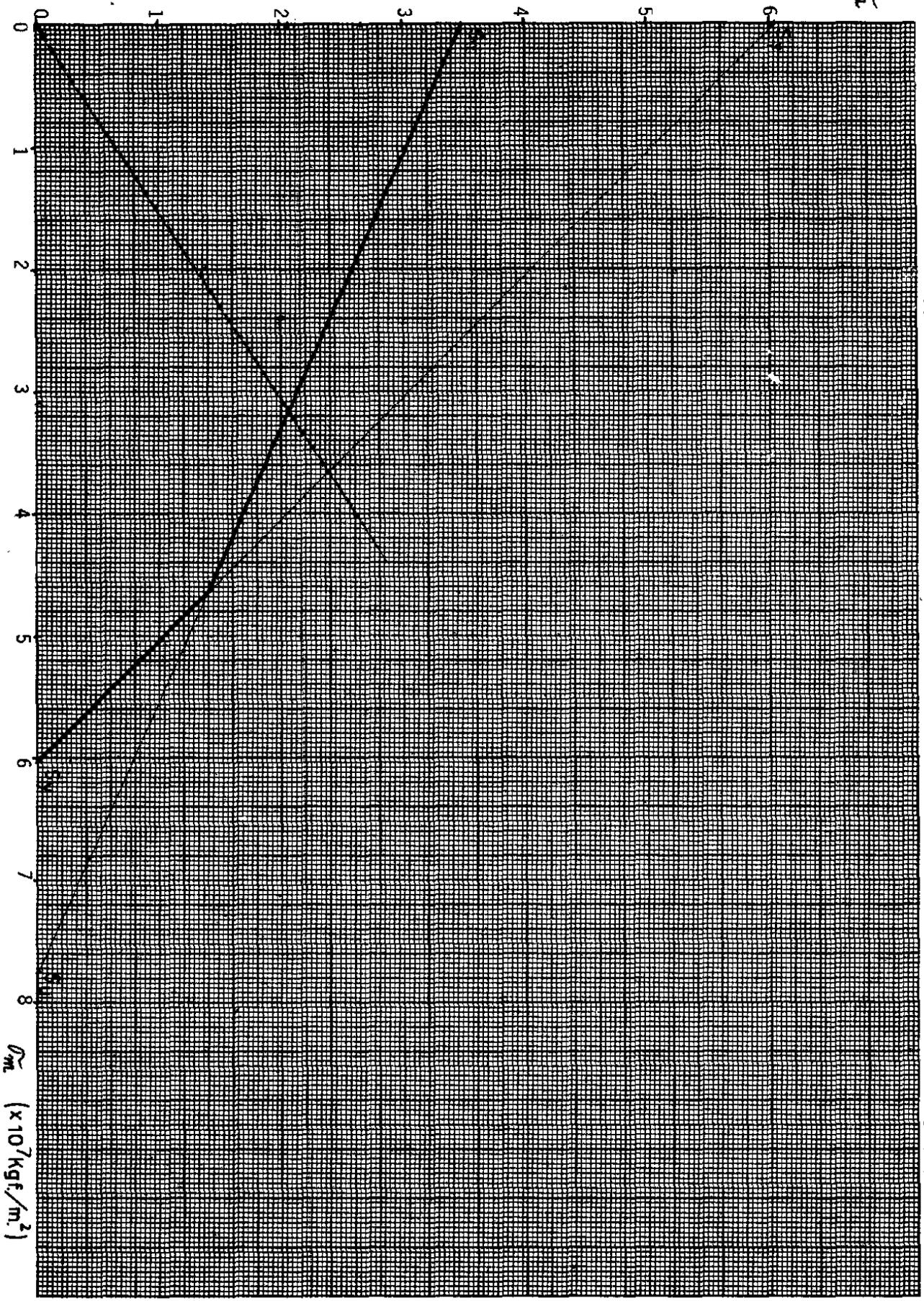
El fleje está sometido a una carga fluctuante de flexión.

Podemos considerar el fleje como una viga empotrada en un extremo, como se muestra en la **Figura 8**.

Los datos experimentales dan como torque mínimo a 1344 R.P.M. (Ver Tabla 3).

$$T_{\text{mín}} = - 0,0224 \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}$$

GRAFICO 2 - DIAGRAMA DE FATIGA PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA DEL ARBOL DE LEVA.



Entonces (Ver Plano N° 1 y Apéndice A para las dimensiones)

$$\begin{aligned}
 P'_{\text{mín}} &= \frac{T_{\text{mín}}}{\ell} & (137) \\
 &= \frac{- 0,0224 \text{ Kgf.} \cdot \text{m.}}{0,154 \text{ m.}} \\
 &= - 0,145 \text{ Kgf.}
 \end{aligned}$$

El esfuerzo máximo es [24] (ver ecuación 122)

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{máx}} &= \frac{6 P_{\text{máx}} (\ell - R)}{b_1 h_1^2} & (138) \\
 &= \frac{6 \times (0,4065 \text{ Kgf.}) (0,130 \text{ m.})}{(0,01270 \text{ m.}) (0,00080 \text{ m.})^2} \\
 &= 3,90 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2
 \end{aligned}$$

y el esfuerzo mínimo es [24]

$$\begin{aligned}
 \sigma_{\text{mín}} &= \frac{6 P'_{\text{mín}} (\ell - R)}{b_1 h_1^2} & (139) \\
 &= \frac{6 \times (- 0,145 \text{ Kgf.}) (0,130 \text{ m.})}{(0,01270 \text{ m.}) (0,00080 \text{ m.})^2} \\
 &= - 1,39 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2
 \end{aligned}$$

Las tensiones media y alternativa se calculan de las ecuaciones (132) y (133) respectivamente.

$$\sigma_m = 1,25 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

$$\sigma_a = 2,64 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

Para el material del fleje, Acero AISI E6150, se tiene [5]

$$S_u = 6,400 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

$$S_y = 4,080 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

El límite de fatiga sin modificar es [27]

$$\begin{aligned} S'_n &= 0,50 S_u && (140) \\ &= 0,50 \times 6,400 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2 \\ &= 3,20 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2 \end{aligned}$$

El límite de fatiga, calculado tomando en consideración los coeficientes modificativos es (ver ecuación 135)

$$\begin{aligned} S_n &= S'_n C_L C_D C_S / K_f \\ &= (3,20 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2) \times (1,0) \times (0,9) \times (0,9) / (1,0) \\ &= 2,59 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2 \end{aligned}$$

El Gráfico 3, muestra el diagrama de fatiga para el cálculo de la resistencia del fleje. El punto de carga nominal determina la línea de carga [27].

Del Gráfico 3, se obtiene el valor de la resistencia a la fatiga.

$$S_e = 3,36 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

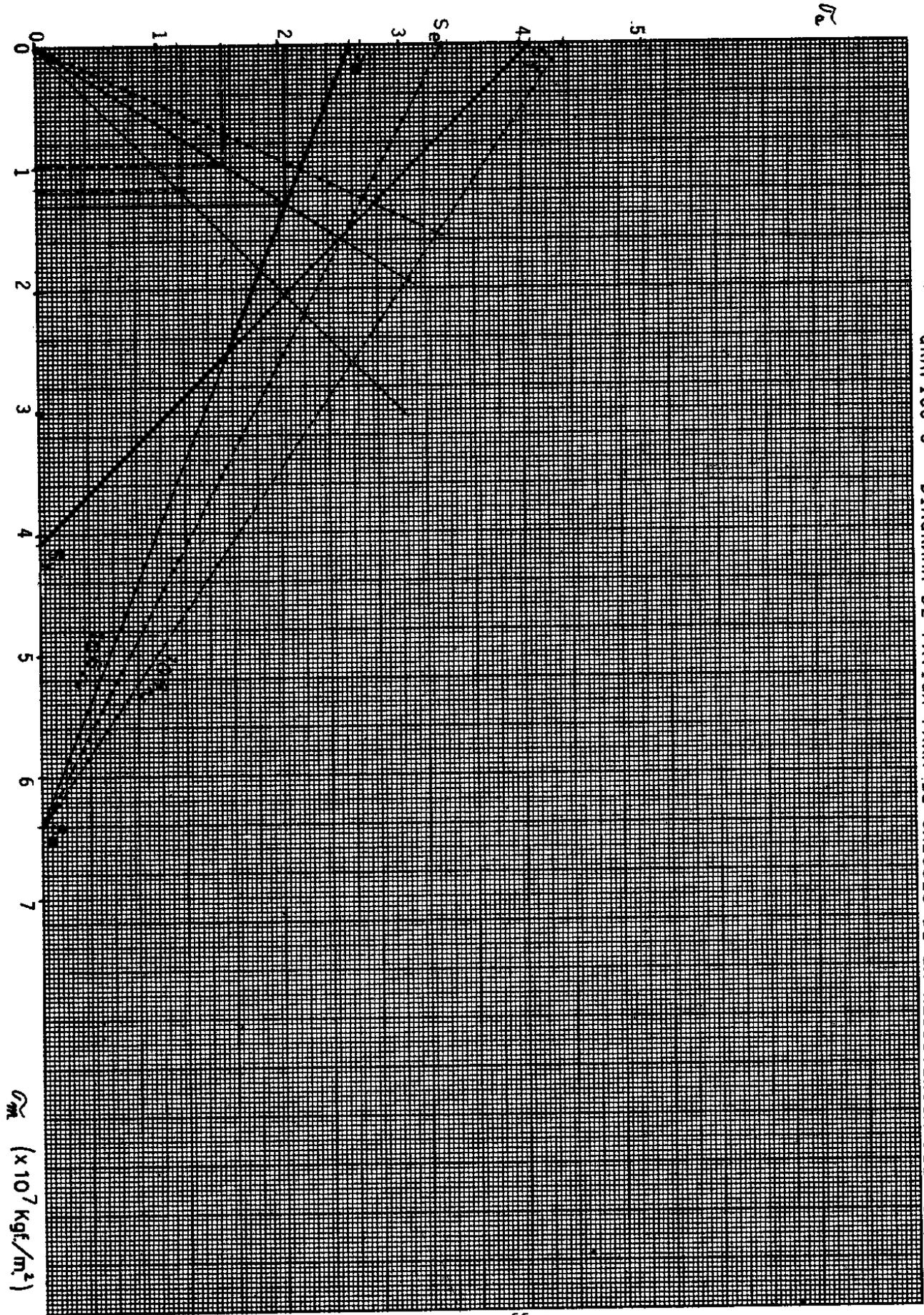


GRAFICO 3 - DIAGRAMA DE FATIGA PARA EL CALCULO DE LA RESISTENCIA DEL FLEJE.

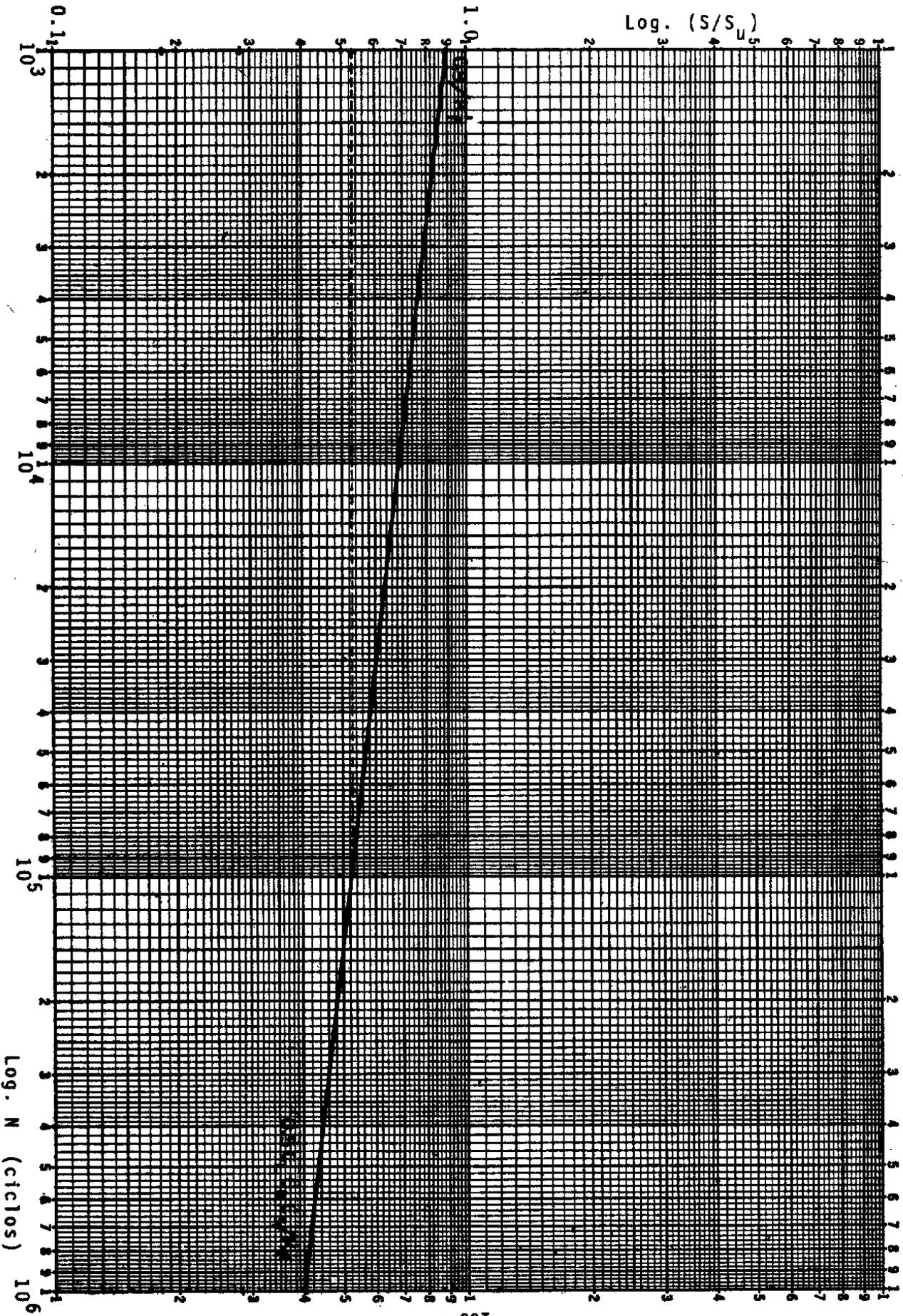


GRAFICO 4 - DIAGRAMA DE WÖHLER PARA EL FLEJE.

LOGARITMICA 1 X 1 3 00000
MATERIA EN VERDADERA

El Gráfico 4, muestra el diagrama de Wöhler [38] para el fleje.

Se puede estimar la vida del fleje [27], en número de ciclos, introduciendo la relación

$$\frac{S_e}{S_u} = \frac{3,36 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2}{6,400 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2} = 0,525$$

en el eje de las ordenadas del diagrama $S/S_u - N$.

Por tanto, la duración de la lámina metálica es de 9×10^4 ciclos, y a 1344 R.P.M. durará sin romperse

$$D_h = \frac{9 \times 10^4 \text{ c.}}{1344 \text{ c./min.}} \times \frac{1 \text{ hr.}}{60 \text{ min.}} = 1,116 \text{ hr.}$$

Es pues, altamente recomendable, pasar tan rápidamente como sea posible la zona en que ocurren los impactos de choque, ya que el objeto primordial de la máquina es la determinación de los extremos del intervalo de salto.

Por ejemplo, para la velocidad angular final de salto (2070 R.P.M.) el torque varía entre

$$T_{\text{máx}} = 0,0402 \text{ Kgf.} - \text{m.} \quad P_{\text{máx}} = 0,2610 \text{ Kgf.,} \quad \text{y}$$

$$T_{\text{mín}} = -0,0089 \text{ Kgf.} - \text{m.} \quad P'_{\text{mín}} = -0,0578 \text{ Kgf.}$$

Entonces

$$\sigma_{\text{máx}} = 2,505 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

$$\sigma_{\text{mín}} = -0,555 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

de donde

$$\sigma_m = 0,975 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

$$\sigma_a = 1,53 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2$$

Del Gráfico 3, se determina el factor de seguridad

$$f_s = \frac{S_a}{\sigma_a} = \frac{2,05 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2}{1,53 \times 10^7 \text{ Kgf./m.}^2} = 1,34$$

Indudablemente que para esta velocidad de giro de la leva, el fleje tendrá vida infinita.

Se deduce inmediatamente, que el fleje está diseñado para vida infinita, fuera del intervalo de velocidad angular en el cual ocurre el fenómeno de salto.

Debido a las bajas solicitaciones a las que está sometida la máquina, no se hace necesario un cálculo exhaustivo de todas las partes.

X—CONCLUSIONES.

El primer paso pertinente a dar, para la realización de cualquier trabajo de investigación, consiste en averiguar si el problema ya ha sido resuelto con anterioridad. En base a esta premisa se realizó una búsqueda bibliográfica a nivel nacional [39] y otra a nivel internacional [40] con resultados infructuosos, lo cual garantiza la originalidad del presente trabajo que se puede clasificar como de investigación pura.

Los resultados experimentales obtenidos corroboran las predicciones teóricas dentro de un margen de error aceptable, de lo que se concluye que el modelo matemático propuesto representa apropiadamente al sistema físico, con las limitaciones inherentes a la idealización de que ha sido objeto. No se intenta presentar el diseño de esta máquina como una solución definitiva del problema de proyecto, con miras hacia la fabricación en serie, sino más bien como un "buen" anteproyecto, el cual puede ser mejorado y optimizado aprovechando la experiencia adquirida.

XI—APENDICE.

A.—Pesos y medidas de algunos sub-ensamblajes y partes.

W_{AS}	= 0,5259 Kgf. (peso del ensamblaje del seguidor)
W_R	= 0,0265 Kgf. (peso del ensamblaje del resorte)
W_{SES}	= 0,1426 Kgf. (peso del sub-ensamblaje del seguidor)

W_{VS}	= 0,3261 Kgf. (peso del volante del seguidor)
W_{JA}	= 0,0275 Kgf. (peso del Cardán de acero)
W_Y	= 0,0100 Kgf. (peso del yugo del Cardán de acero)
W_{CR}	= 0,0074 Kgf. (peso de la cruceta del Cardán de acero)
W_{AL}	= 0,4393 Kgf. (peso del ensamblaje del árbol de leva)
W_{VL}	= 0,2921 Kgf. (peso del volante del árbol de leva)
W_L	= 0,0991 Kgf. (peso de la leva)
W_P	= 0,0113 Kgf. (peso de la polea)
W_{CA}	= 0,0010 Kgf. (peso de pieza de acero de cierre)
W_E	= 0,0162 Kgf. (peso del eje)
W_{JP}	= 0,0052 Kgf. (peso del Cardán de plástico)
W_{ER}	= 0,0092 Kgf. (peso del eje del resorte)
W_T	= 0,0006 Kgf. (peso del tubo de aluminio)
W_{CC}	= 0,0004 Kgf. (peso del casquillo de cobre de cierre)

r	= 0,00200 m. (radio del eje de acero)
r_i	= 0,00150 m. (radio interior del tubo de aluminio)
r_e	= 3/32" (radio exterior del casquillo de cobre)
b_2	= 0,00800 m. (ancho del resorte espiral)
h_2	= 0,00030 m. (espesor del resorte espiral)
l_F	= 0,1670 m. (longitud del fleje)
l_{total}	= 0,1720 m. (longitud total)
$(l-R)$	= 0,130 m. (longitud efectiva del fleje)
h	= 0,00600 m. (alza de la leva armónica)
r_1	= 0,02000 m. (radio de la leva excéntrica)
r_2	= 0,01700 m. (radio de la circunferencia base)

B.—Similitud entre una Leva Excéntrica y una Leva Armónica.

Observando la **Figura B**, se puede deducir que la ecuación para el desplazamiento lineal de un punto del fleje en contacto con una leva excéntrica es

$$y'_1 = O_2Q' - O_2Q \quad O_2Q = r_2 \quad (B-1)$$

Aplicando el teorema del coseno al triángulo $O_1Q'O_2$

$$r_1^2 = (O_2Q')^2 + \left(\frac{h}{2}\right)^2 - 2 \frac{h}{2} (O_2Q') \cos (180^\circ - \psi)$$

$$\cos (180^\circ - \psi) = - \cos \psi \quad (B-2)$$

Desarrollando se obtiene

$$(O_2Q')^2 + h \cos \Psi (O_2Q') - [r_1^2 - (h/2)^2] = 0 \quad (B-3)$$

Resolviendo la ecuación cuadrática en (O_2Q')

$$O_2Q' = -\frac{h}{2} \cos \Psi \pm \frac{1}{2} \sqrt{h^2 \cos^2 \Psi + 4[r_1^2 - (\frac{h}{2})^2]} \quad (B-4)$$

$$= -\frac{h}{2} \cos \Psi \pm \sqrt{(\frac{h}{2})^2 \cos^2 \Psi + [r_1^2 - (\frac{h}{2})^2]} > 0 \quad (B-5)$$

$$\Rightarrow O_2Q' = -\frac{h}{2} \cos \Psi + \sqrt{r_1^2 + (\frac{h}{2})^2 (\cos^2 \Psi - 1)} \quad (B-6)$$

Por tanto

$$y_1' = -\frac{h}{2} \cos \Psi + \sqrt{r_1^2 + (\frac{h}{2})^2 (\cos^2 \Psi - 1)} - r_2 \quad (B-7)$$

Si se cumple que

$$\frac{h}{2} \ll r_1 \quad (B-8)$$

y siendo

$$r_1 - r_2 = h/2 \quad (B-9)$$

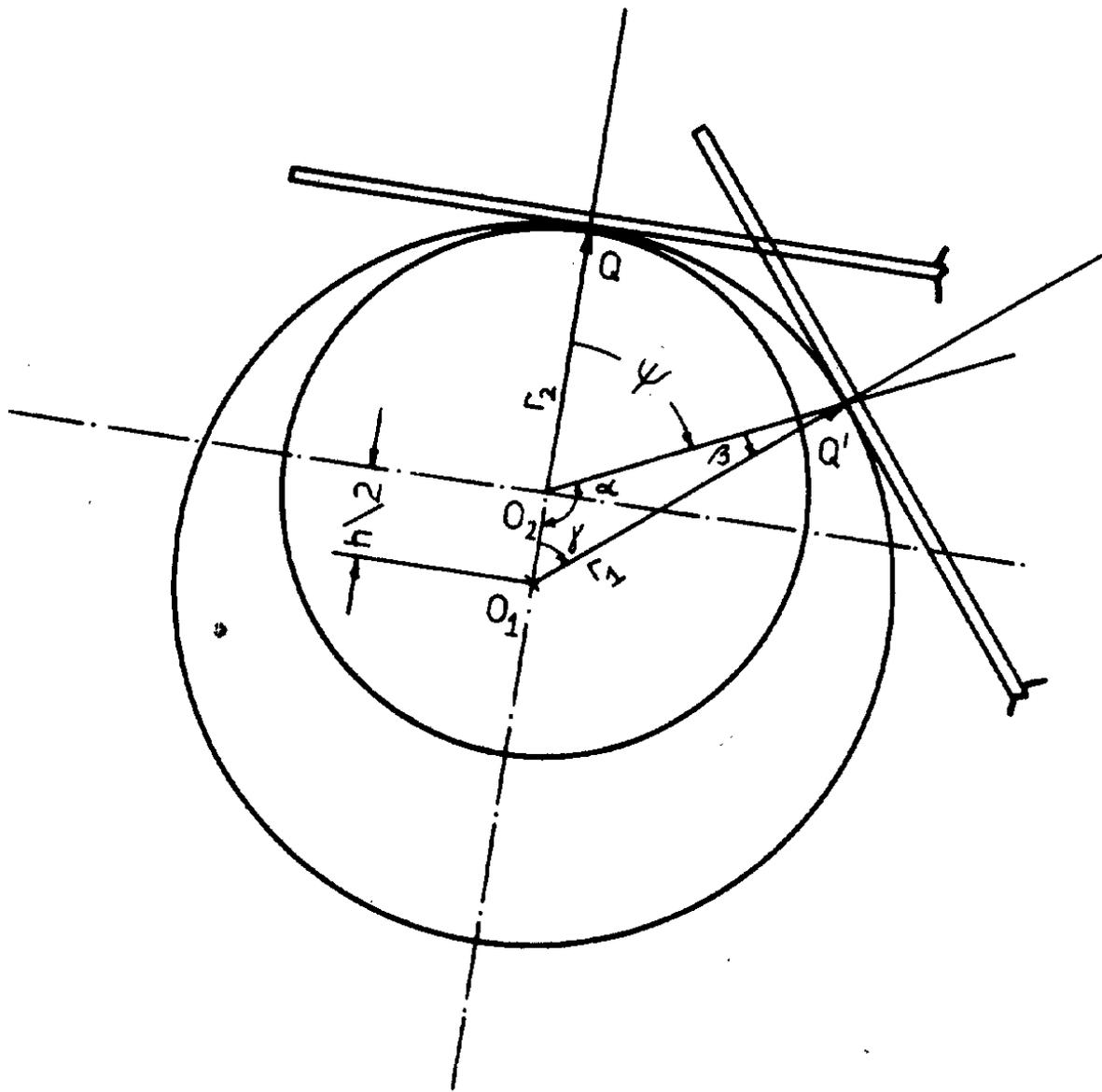


FIGURA B

se tiene que

$$y'_1 \approx -\frac{h}{2} \cos \psi + r_1 - r_2 \quad (\text{B-10})$$

$$\approx -\frac{h}{2} \cos \psi + \frac{h}{2} \quad (\text{B-11})$$

$$\approx \frac{h}{2} (1 - \cos \psi) \quad (\text{B-12})$$

Pero

$$\psi = \omega t \quad (\text{B-13})$$

Entonces

$$y'_1 \approx \frac{h}{2} (1 - \cos \omega t) \quad (\text{B-14})$$

De la ecuación (1), para una leva armónica el desplazamiento está dado por $y_1 = (h/2) (1 - \cos \omega t)$. (B-15)

de donde se concluye que

$$y_1 \approx y'_1 \quad (\text{B-16})$$

XII—REFERENCIAS.

- 1.—Méndez Adriani, J. A., Programación del Computador Analógico/Híbrido para la Simulación de un Sistema Mecánico Leva-Seguidor, Departamento de Diseño, Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, Caracas, D.F., 1980.
- 2.—Timoshenko, S. y Young, D. H., Problemas de Vibración en Ingeniería, P-428, CECSA, 1965.
- 3.—Den Hartog, J. P., Mecánica de las Vibraciones, P-565-566-568, Mc GRAW-HILL (CECSA), 1964.
- 4.—Méndez Adriani, J. A., Laboratorio de Mecanismos, Departa-

- mento de Tecnología de Máquinas, Escuela de Ingeniería Mecánica, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, Caracas, D.F., 1975.
- 5.—Shigley, J. E., El Proyecto en Ingeniería Mecánica, Mc GRAW-HILL, 1965.
 - 6.—DIN, Normas de Dibujo, Manual 2, Editorial Balzola-Bilbao, 1966.
 - 7.—Catálogo Märklin, Göppingen, 1978.
 - 8.—Potentiometers, Single-Turn Precision, Bulletin H 76944, Beckman Instruments, Pasadena, California.
 - 9.—LVDT and RVDT Linear and Angular Displacement Transducers, Technical Bulletin 1001 D, Schaevitz Engineering, New Jersey.
 - 10.—SR - 4 Strain Gage Handbook, BLH Electronics, Waltham, Massachusetts, 1980.
 - 11.—Strain Gages, BLH Electronics, Boston, Massachusetts.
 - 12.—Strain Gage Accessories, BLH Electronics, Boston, Massachusetts.
 - 13.—Rossi, M., Máquinas-Herramientas Modernas, Editorial Científico-Médica, 1967.
 - 14.—EAI 180 Analog/Hybrid Computer Reference and Maintenance Manual, 1977.
 - 15.—Function Generator 3311A, Operating and Service Manual, Hewlett-Packard.
 - 16.—DC Bridge Amplifier Plug - In 17404A, Operating and Service Manual, Hewlett-Packard.
 - 17.—Oscillographic Recorder 7402A, Operating and Service Manual, Hewlett-Packard.
 - 18.—Dual Trace Oscilloscope 1201A/B, Operating and Service Manual Hewlett-Packard.
 - 19.—Universal Counter 5325 B, Operating and Service Manual, Hewlett-Packard.
 - 20.—Betriebsanleitung, Lichtblitz-Stroboskop Ministrob, Dr. Reutlinger + Söhne K.G. Auswuchtmaschinen - und Messgerä-tewerk, DG 1 Darmstadt, Riedstrasse 6, Deutschland.
 - 21.—Méndez Adriani, J. A., Laboratorio de Vibraciones Mecánicas, Departamento de Mecánica, Escuela Básica de Ingeniería, Facultad de Ingeniería, Universidad Central de Venezuela, 1972
 - 22.—Helcoscriptor, Technischer Schnellschreiber, Fritz Hellige & Co.
 - 23.—Hudson, R. G., The Engineers' Manual, JOHN WILEY AND SONS. 1976.

- 24.—Timoshenko, S. y Young, D. H., Elementos de Resistencia de Materiales, P-119, Montaner y Simon, 1966.
- 25.—Roca Vila, R. y León Livinalli, J., Vibraciones Mecánicas, P-73, LIMUSA, 1981.
- 26.—Fisher, F. E., and Alvord, H. H., Instrumentation for Mechanical Analysis, Department of Mechanical Engineering, The University of Michigan, Ann Arbor, 1972.
- 27.—Juvinall, R. C., Engineering Considerations of Stress, Strain and Strength, P-169-236-257-260-291-294, Mc GRAW-HILL, 1967.
- 28.—HP-33E, Calculadora Digital Científica Programable, Manual de Operación y Guía de Programación, Hewlett-Packard, 1978.
- 29.—HP-33E, Libro de Aplicaciones Científicas, Hewlett-Packard, 1978.
- 30.—HP-33E, Resolución de Problemas con su Calculadora Hewlett-Packard, 1978.
- 31.—HP-33E, Student Engineering Applications, Hewlett-Packard, 1978.
- 32.—HP-33E, Mathematics Applications, Hewlett-Packard, 1978.
- 33.—Billings, J. H., Applied Kinematics, Fig. 13-7(a), D. VAN NOSTRAND COMPANY, INC., 1958.
- 34.—Tuve, G. L., Mechanical Engineering Experimentation, Mc GRAW-HILL, 1961.
- 35.—Späth, W., The Balancing Primer, VERLAG W. GIRARDET. ESSEN, 1967.
- 36.—Shigley, J. E., Dynamic Analysis of Machines, Mc GRAW-HILL 1961.
- 37.—SKF, Rodamientos de Bolas y de Rodillos, 1962.
- 38.—Hänchen, R., Resistencia a la Fatiga, Reverte, S. A., 1960.
- 39.—Búsqueda bibliográfica realizada por la Red de Información de Ingeniería, Arquitectura y Afines (REDINARA), Colegio de Ingenieros de Venezuela, 1981.
- 40.—Búsqueda Bibliográfica, con terminal en línea, ejecutada por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Tecnológicas (CONICIT), Ministerio de la Secretaría de la Presidencia, República de Venezuela, 1981.